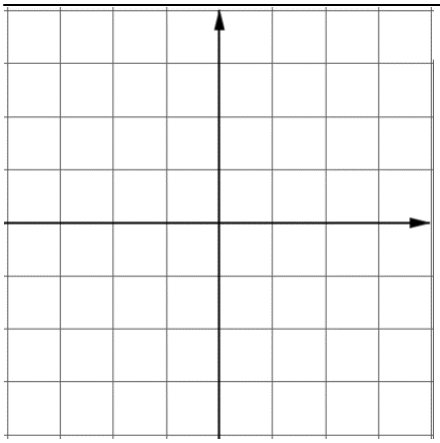
تاریخ: ۱۴۰۳/۱۰/۳ | **توانا بود هر که دانا بود** | وقت: ۱۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: | امتحان **ریاضی ۳ نوبت اول** | مدرسه نمونه امام خمینی (ره)

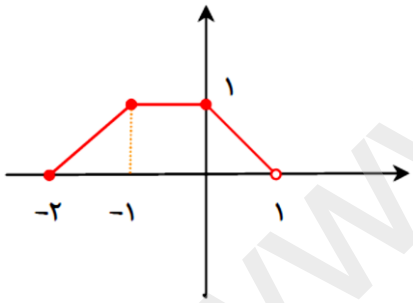
امام محمد باقر(ع) : دانش بیاموزید که آموختن آن پاداش دارد و جستوجوی آن عبادت است.

۱- شکل تابع $f(x)=\begin{cases}-۲x+۲ & x\geq ۱\\ x^۳ & x<۱\end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید که در چه بازه هایی اکیداً صعودی و اکیداً نزولی است. (۱)



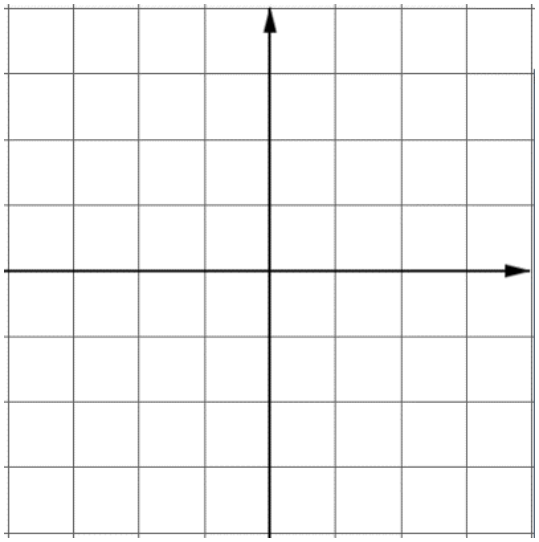
۲- اگر تابع $f=\{(۶,۳m-۱),(۳,۵)\}$ اکیداً نزولی باشد، حدود تغییرات m را پیدا کنید. (/۵)

۳- نمودار تابع $y=f(x)$، به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x)=۲f(x+۱)-۱$ را رسم کرده و **دامنه** و **برد** آن را مشخص کنید. (۱/۵)



دامنه:

برد:



۴- اگر $g(x)=\sqrt{۲x^۲-۱}$ و $f=\{(۲,-۱),(-۳,۰),(-۱,۱),(۳,-۵)\}$ باشند، مطلوب است:

الف: زوج های مرتب gof را بنویسید. (۱)

$gof=\{\qquad\qquad\}$

ب: مقدار عبارت مقابل را به دست آورید. (/۷۵)

$g^{-۱}of^{-۱}(-۵)=$

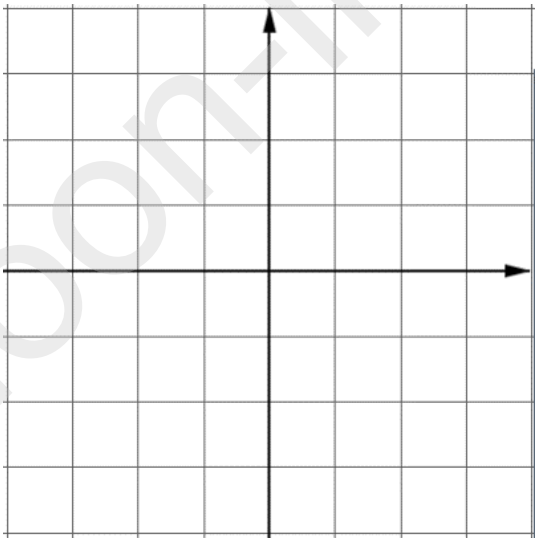
www-kanoon-ir

۵- اگر $f(x)=\frac{۲}{x-۲}$ و $g(x)=۲x+۳$ داده شده باشند، آنگاه:

الف: دامنهٔ $fog(x)$ را از راه تعریف مشخص کنید. (۱)

ب: معادلهٔ $gof(x)=-۳$ را حل کنید. (۱)

۶- اگر تابع $f(x)=x^۲-۲x-۲$ در بازهٔ $(-\infty,a]$ یک به یک باشد، ابتدا بیشترین مقدار a را پیدا کنید، سپس ضابطهٔ تابع وارون آن را بنویسید و نمودار توابع f و $f^{-۱}$ را رسم کنید. (۲)



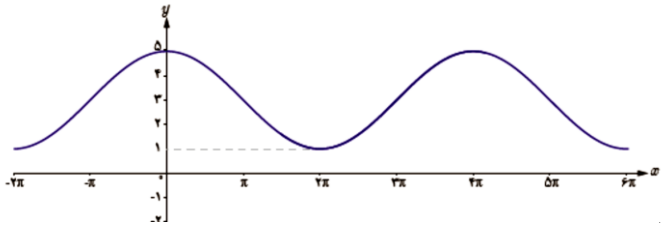
۷- مقدار ماکزیمم، مینیمم و دورهٔ تناوب تابع $y=-۵\sin(-۲\pi x)-۳$ را به دست آورید. (۷۵/)

۸- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. (۵/)

الف: تابع $y=۳x(۱-۲x^۲)+۱$ یک تابع چند جمله ای از **<u>درجه دو</u>** است.

ب: مقدار عددی $cos^۲۱۵^\circ-sin^۲۱۵^\circ$ برابر با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است.

۹- با توجه به نمودار مقابل، ضابطهٔ تابع آن را بنویسید. (۱/۵) « با راه حل»



www-kanoon-ir

۱۰- معادله مقابل را حل کنید؟ (۱) $۲\cos^۲ x = ۱ - \cos x$

۱۱- مقدار a را طوری تعیین کنید که، باقیمانده چند جمله‌ای $x^۳ + ax^۲ + ۲x + ۵$ بر $x + ۲$ برابر با ۳ باشد. (/۵)

۱۲- الف: حاصل حدهای زیر را به دست آورید. (۲)

۱) $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۳-۵x+۴}{۲x^۲-۲} =$

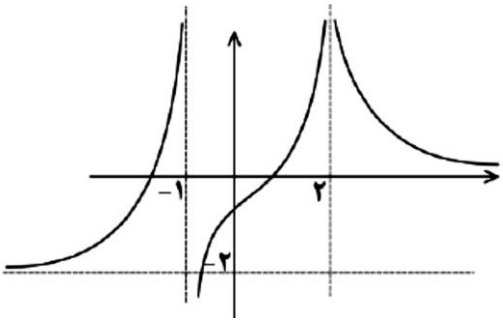
۲) $\lim_{x\to -۴^-} \frac{[x]-x}{|x+۴|} =$

) $\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{x+۲}}{۲+۲x} =$

۳

۴) $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{-۲x^۳+۵x-۱}{۳x^۲+۵x^۳+x} =$

۱۳- برای تابع $f(x)$ که نمودار آن داده شده است، موارد زیر را به دست آورید. (۱)



۱) $\lim_{x\to ۲^+} f(x) =$

۲) $\lim_{x\to -۱^+} f(x) =$

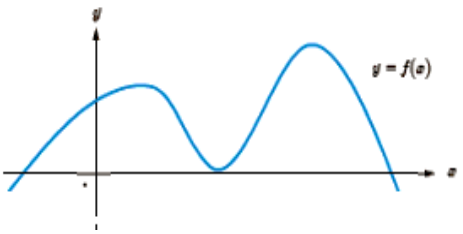
۳) $\lim_{x\to -\infty} f(x) =$

۴) $\lim_{x\to +\infty} f(x) =$

www-kanoon-ir

۱۴- **الف**: با استفاده از تعریف مشتق، معادلهٔ خط مماس بر تابع $f(x) = ۲x^۲ - ۱$ در نقطه‌ای به طول $x = -۱$ را به دست آورید. (۱/۷۵)

ب: با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ مطلوب است: (/۷۵)



- نقطهٔ A را طوری پیدا کنید که مشتق و مقدار تابع در آنجا مثبت باشد.
- نقطهٔ B را طوری پیدا کنید که مشتق و مقدار تابع در آنجا منفی باشد.
- نقطهٔ C را طوری پیدا کنید که مشتق و مقدار تابع در آنجا صفر باشد.

۱- **ج**: به کمک فرمول های مشتق، مشتق توابع زیر را به دست آورید. (۱/۵)

$$f(x) = \sqrt{۳x + ۲}\,(x^۳ + ۱)$$

$$h(x) = \left(\frac{\sqrt{x + ۱}}{x^۲ - ۱}\right)^۵$$

جایزه: (۱) اگر $\lim_{h \to ۰} \frac{f(a-۲h)-f(a-۳h)}{۲h} = ۳$ باشد، حاصل حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{h \to ۰} \frac{۲f(a+۳h) - f(a) - f(a-۴h)}{۶h} =$$

موفق باشید