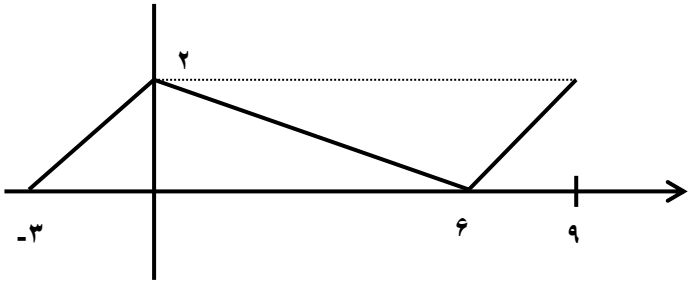
نام :	وزارت آموزش وپرورش اداره کل آموزش وپرورش خراسان شمالی مدیریت آموزش وپرورش شهرستان بجنورد دبیرستان غیردولتی علوم	تاریخ :۰۳ / ۱۰/ ۱۴۰۱
نام خانوادگی:		مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام درس : ریاضی		طراح سوال :
پایه : دوازدهم تجربی		مهر آموزشگاه :

۱- نمودار توابع زیر را رسم کنید و یکنوایی آنها را بررسی نمایید (۱/۵ نمره)

الف) $y = (-x+2)^3$ **ب)** $y = x + |x|$ **ج)** $y = |x^2 - 1|$

۲- اگر تابع $f(x)$ **به صورت مقابل باشد نمودار** $y = \frac{1}{2}f(3x)$ **را رسم کنید (۱ نمره)**



۳- اگر $f(x) = x^2 - x$ **و** $g(x) = x^3 - 5$ **معادله** $fog(x) = 6$ **را حل کنید (۱/۵ نمره)**

۴- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ **و** $g(x) = \frac{1}{x+2}$ **دامنه** fog **را بیابید (۱ نمره)**

۵- مقدار $\sin 22.5°$ **را بیابید (۱ نمره)**

۶- نمودارهای دو تابع زیر را رسم کنید. مقادیر max **و** min **و دوره تناوب را دقیق مشخص کنید (۲ نمره)**

الف) $y = 1 - cos2x$ **ب)** $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 3$

۷- ضابطه و دامنه و برد تابع وارون $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ **را بدست آورید (۱/۵ نمره)**

۸- جواب کلی معادلات مثلثاتی زیر را در بازه خواسته شده بیابید (۲ نمره)

الف) $cos2x - cosx + 1 = 0$ $[0\,,2\pi]$

ب) $4sin3x - \sqrt{8} = 0$

۹- مقدار حدود زیر را بیابید (۴ نمره)

الف) $\lim_{x\to 9}\frac{x-3\sqrt{x}}{x^2-10x+9}$ **ب)** $\lim_{x\to 1}\frac{x^3+3x^2-4}{x^2-1}$

ج) $\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x^2-7x-8}$ **د)** $\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-\sqrt{4x^2+1}}{2x+\sqrt{9x^2+8}}$

۱۰- اگر چند جمله ای $p(x) = x^3 - ax^2 + bx + 12$ **بر** $x-3$ **و** $x-4$ **بخشپذیر باشد حاصل** ab **را بیابید (۱ نمره)**

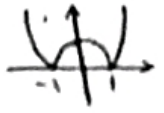
۱۱– مشتق تابع $f(x) = x^2 + x$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از هر دو رابطه مشتق بیابید (۲ نمره)

۱۲– معادله خط مماس بر منحنی $f_{(x)} = x^2 + 2x$ را در $x = 1$ بنویسید (۱ نمره)

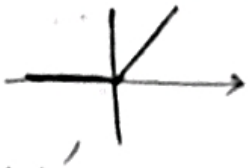
حواز دهم تمرین

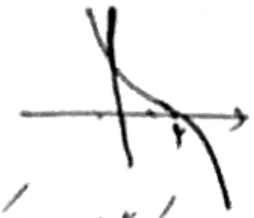
سیم برای

۱

ج) 

عدد ینوا

ب) 
معدن (کینوا)

الف) 

آندیا نوس (آندیا ینوا)

۲



$\begin{bmatrix}-3\\0\end{bmatrix} \to \begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} \to \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}6\\0\end{bmatrix} \to \begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}9\\2\end{bmatrix} \to \begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}$

۳

$f(x) = x^2 - x$

$g(x) = x^3 - 5$

$f(g(x)) = 6 \to g^2(x) - g(x) - 6 = 0$

$(g(x)+2)(g(x)-3) = 0 \begin{cases} g(x) = -2 \\ g(x) = 3 \end{cases}$

$\to x^3 - 5 = -1 \to x^3 = 4 \to x = \sqrt[3]{4}$

$\to x^3 - 5 = 3 \to x^3 = 8 \to x = 2$

۴

$D_f : x \geq 1 \quad D_g : x \neq -2 \quad D_{fog} : \left\{ x \neq -2 \;\middle|\; \frac{1}{x+2} \geq 1 \right\}$

$\frac{1}{x+2} - 1 \geq 0 \to \frac{1-x-2}{x+2} \geq 0$

$\frac{-x-1}{x+2} \geq 0$

	-2		-1	
	-	+	+	-

$D_{fog} = \left\{ x \neq -2 \;\middle|\; -2 < x \leq -1 \right\} = (-2, -1]$

۵

$\sin^2 22.5 = \frac{1 - \cos 2(22.5)}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$

$\sin 22.5 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

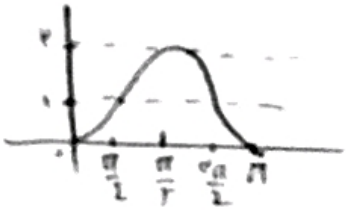
۶

$y = 1 - \cos \pi x \begin{cases} a = -1 < 0 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$

$Max = 1 + 1 = 2$

$Min = -1 + 1 = 0$

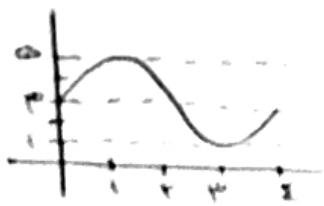
$T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$



$y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 3 \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{\pi}{2} \\ c = 3 \end{cases}$

$Max = 2 + 3 = 5, \quad Min = -2 + 3 = 1$

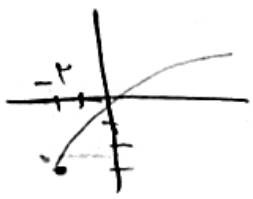
$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$



۷

$y = \sqrt{x+2} - 3$

$y+3 = \sqrt{x+2}$



$D_f = R_{f^{-1}} = [-2, +\infty)$

$R_f = D_{f^{-1}} = [-3, +\infty)$

$(y+3)^2 = x+2 \longrightarrow x = (y+3)^2 - 2 \longrightarrow f^{-1}(x) = (x+3)^2 - 2$

۸

الف) $2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \longrightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0 \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

$\cos x = \frac{1}{2} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

k	0	1
x	$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

ب) $4\sin^2 x = \sqrt{8} \longrightarrow \sin^2 x = \frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 2x = \sin\frac{\pi}{4} \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \longrightarrow \end{cases}$

$x = k\pi + \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{12}$

۹

الف) $\lim_{x\to 9} \frac{x - 3\sqrt{x}}{x^2 - 10x + 9} \times \frac{x + 3\sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x}} = \lim_{x\to 9} \frac{x^2 - 9x}{(x-1)(x-9)(11)} = \frac{9}{8 \times 11} = \frac{1}{11}$

ب) $\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^2+2x+2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{2}$

ج) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 - 7x - 8} \times \frac{4 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}}{4 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to 1} \frac{x - 1}{(x+1)(x-8)(4+2+2)} = \frac{1}{12 \times 9} = \frac{1}{108}$

$x^3 - x^2 \mid x^2 + 2x + 2$; $-2x^2 - 4x - 3$; $-2x - 3$; 0

د) $\lim_{x\to +\infty} \frac{3x - |2x|}{2x + |4x|} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3 + 2x}{x^3 + 4x} = \frac{1}{5}$

۱۰

$P(3) = 0 \longrightarrow 27 - 9a + 3b + 12 = 0 \longrightarrow 9a - 3b = 39$

$P(2) = 0 \longrightarrow 24 - 12a + 4b + 12 = 0 \longrightarrow 12a - 4b = 76$

$\begin{cases} 36a - 12b = 156 \\ -36a + 12b = -228 \end{cases}$

$-12a = -72 \longrightarrow a = 6, \; b = 5$

$ab = 30$

۱۱

$$f'(۲) = \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲+x-۶}{x-۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x+۳)(x-۲)}{x-۲} = ۵$$

$$f'(۲) = \lim_{h\to ۰} \frac{(۲+h)^۲+(۲+h)-۶}{h} = \lim_{h\to ۰} \frac{۴+۴h+h^۲+۲+h-۶}{h}$$

$$= \lim_{h\to ۰} \frac{h^۲+۵h}{h} = \lim_{h\to ۰} \frac{h(h+۵)}{h} = ۵$$

۱۲

$$f'(۱) = \lim_{x\to ۱} \frac{x^۲+۲x-۳}{(x-۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۳)}{x-۱} = ۴$$

معادله خط مماس $y - f(a) = f'(a)(x-a)$

$$y - ۳ = ۴(x-۱)$$

$$y = ۴x - ۱$$