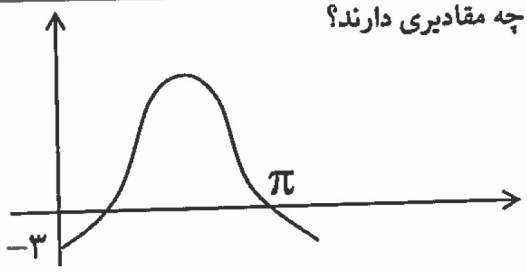
تاریخ آزمون: 1401/10/5	باسمه تعالی	ساعت برگزاری: ۸ صبح
سال تحصیلی: 1401-1402	اداره کل آموزش و پرورش استان اصفهان	نوبت: اول
نام و نام خانوادگی:		سؤالات درس: ریاضی ۳
کلاس:	دبیرستان پسرانه شهید اژه ای	تعداد صفحات: ۱ صفحه
رشته تحصیلی: تجربی		تعداد سؤالات: ۱۱ سوال
پایه تحصیلی: دوازدهم		مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: آقای نمره به عدد: نمره به حروف: امضاء دبیر:

ردیف		بارم
۱	توابع زیر را رسم کنید و بازه‌های صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص نمایید. الف) $f(x)=x^3-3x^2+3x-2$ ب) $g(x)=x\|x\|$	۲
۲	نمودار تابع $f(x)=x^2-2x$ را ۲ واحد به طرف x های مثبت و سپس ۳ واحد به طرف y های منفی انتقال میدهیم تا به تابع $g(x)$ برسیم معادله $g(x)=0$ چند ریشه دارد ؟	۱/۵
۳	اگر $f(x)=2x-1$ و $g(x)=4x^2+10x+3$ باشند ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید؟	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=\frac{1}{x}$ باشند دامنه تابع $f\circ g$ را بدست آورید؟	۱/۵
۵	اگر $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ و α در ربع سوم باشد . $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را بدست آورید؟	۲
۶	شکل زیر نمودار تابع $y=a\cos bx$ است a,b چه مقادیری دارند؟ 	۲
۷	جواب کلی معادله مثلثاتی $4\sin 3x.\cos 3x=1$ را بیابید؟	۲
۸	وارون پذیری تابع $f(x)=\sqrt{x-1}+2$ را بررسی نموده در صورت وارون پذیری ضابطه وارون آنرا بیابید؟	۲
۹	حاصل حدود زیر را بیابید الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$ ب) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x+1}}{5x+\sqrt{x^2+4}}$ ج) $\lim_{x\to 1^+}\frac{\lfloor x\rfloor}{x-1}$	۳
۱۰	اگر $\lim_{x\to+\infty}\frac{mx^3+2x^2-x+5}{3x^n+5x^2-2x+8}=5$ باشد مقدار m,n را بیابید.	۱
۱۱	انتهای کمان جوابهای معادله $\sin 2x+\cos x=0$ روی دایره مثلثاتی چه شکلی پدید می آورد.مساحت آنرا بیابید.	۱/۵
	مجموع	۲۰

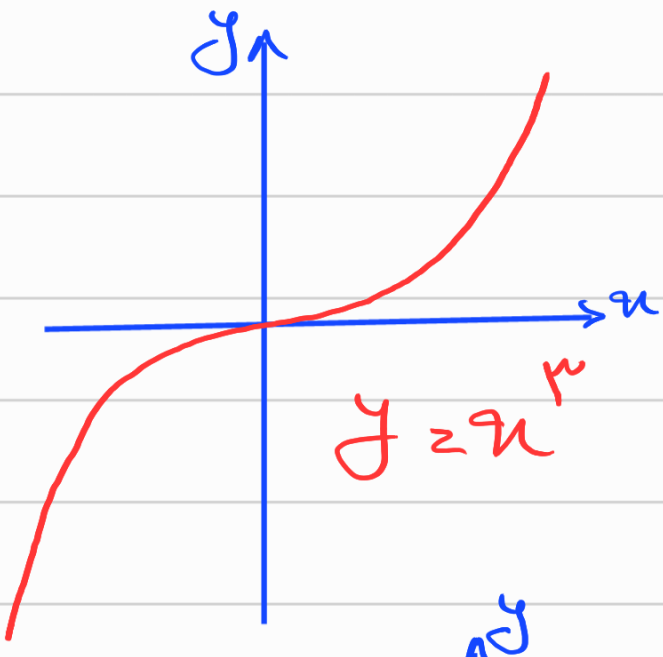
پاسخ از فتح‌اللهی

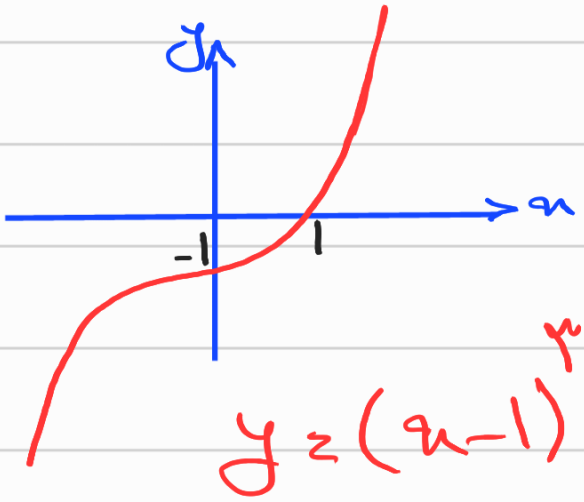
۱ | توابع زیر را رسم کنید و بازه‌های صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص نمایید.

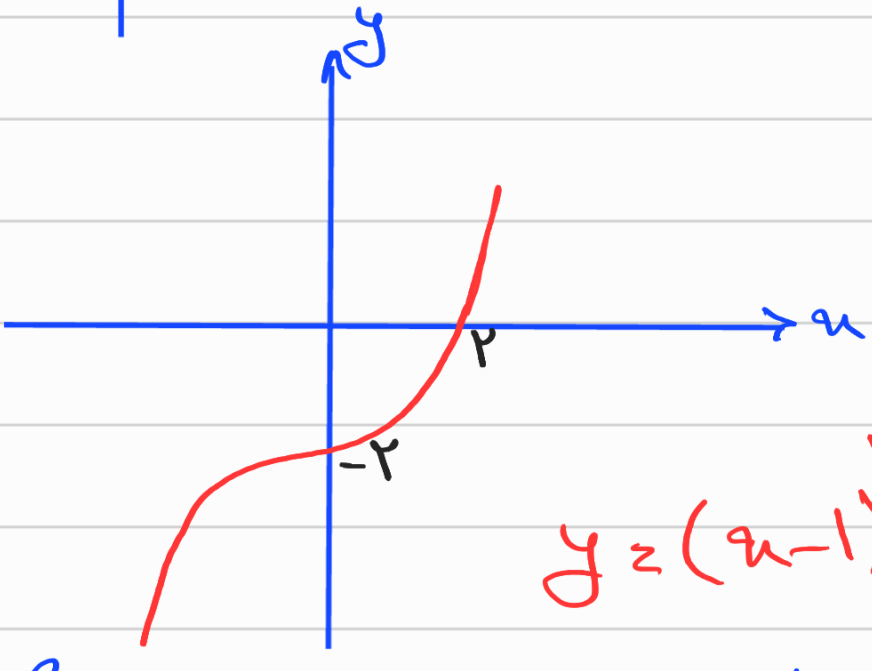
الف) $f(x)=x^3-3x^2+3x-2$

ب) $g(x)=x|x|$

الف) $F(x)=(x-1)^3-1$



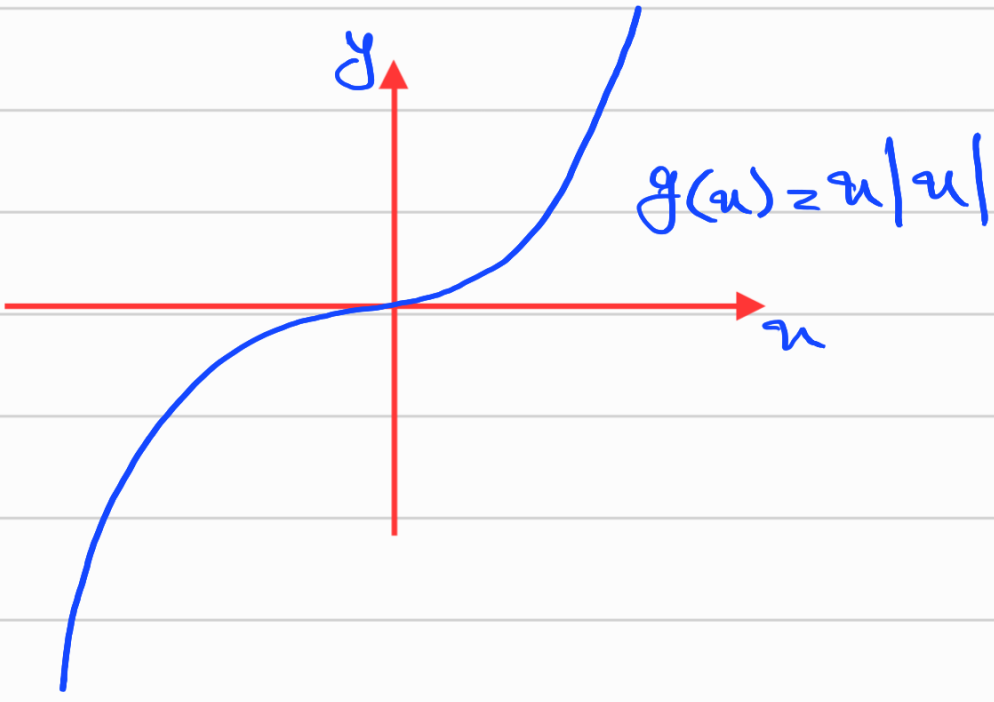




تابع $F(x)$ اکیدا صعودی است و می‌توان گفت

تابع اکیدا صعودی، صعودی هم هست، پس در $\mathbb{R}$ صعودی است.

ب) $g(x)=x|x|=\begin{cases} x^2 & ; x\geq 0 \\ -x^2 & ; x<0 \end{cases}$



تابع $g(x)$ هم در $\mathbb{R}$ صعودی است.

۲	نمودار تابع $f(x)=x^2-2x$ را ۲ واحد به طرف xهای مثبت و سپس ۳ واحد به طرف yهای منفی انتقال میدهیم تا به تابع $g(x)$ برسیم معادله $g(x)=0$ چند ریشه دارد؟

$$g(x)=f(x-2)-3$$

$$g(x)=(x-2)^2-2(x-2)-3$$

$$g(x)=x^2-4x+4-2x+4-3$$

$$g(x)=x^2-6x+5=0$$

$$a+b+c=0 \xrightarrow{x=1,\ \frac{c}{a}} x=1,5$$

۲ ریشه دارد.

۳	اگر $f(x)=2x-1$ و $g(x)=4x^2+10x+3$ باشند ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید؟

حواله ایراد داره .

$g(x)$ رو داده و $g(x)$ رو خواسته

۴ | اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=\frac{1}{x}$ باشند دامنه تابع $f\circ g$ را بدست آورید؟

$D_f : x-1\geq 0 \longrightarrow x\geq 1$

$D_g : R-\{0\}$

$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$

$D_{fog}=\{\underbrace{x\in R-\{0\}}_{A} \mid \underbrace{\frac{1}{x}\in x\geq 1}_{B}\} = A\cap B$

$B : \frac{1}{x}\geq 1 \rightarrow \frac{1-x}{x}\geq 0 \longrightarrow 0<x\leq 1$

$D_{fog} = A\cap B = R-\{0\}\cap(0,1] = (0,1]$

۵ | اگر $\tan\alpha=\frac{۳}{۴}$ و α در ربع سوم باشد. $\sin۲\alpha$ و $\cos۲\alpha$ را بدست آورید؟

روش اول:

$\tan\alpha=\frac{۳}{۴}$

$1+\tan^۲\alpha=\frac{1}{\cos^۲\alpha}\rightarrow 1+\frac{۹}{۱۶}=\frac{1}{\cos^۲\alpha}=\frac{۲۵}{۱۶}$

$\cos^۲\alpha=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow[\cos\alpha<۰]{\text{گرفتن جذر}}\cos\alpha=-\frac{۴}{۵}\rightarrow\sin\alpha=-\frac{۳}{۵}$

$\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha=۲(-\frac{۳}{۵})(-\frac{۴}{۵})=\frac{۲۴}{۲۵}$

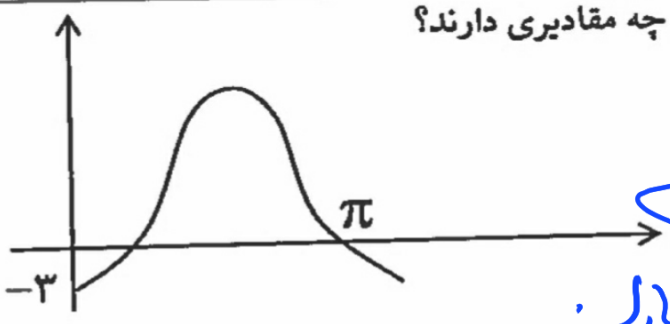
$\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-1=۲(\frac{۱۶}{۲۵})-1=\frac{۷}{۲۵}$

روش دوم:

$\sin۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{1+\tan^۲\alpha}=\frac{۲(\frac{۳}{۴})}{1+\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۲۵}{۱۶}}=\frac{۲۴}{۲۵}$

$\cos۲\alpha=\frac{1-\tan^۲\alpha}{1+\tan^۲\alpha}=\frac{1-\frac{۹}{۱۶}}{1+\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۷}{۱۶}}{\frac{۲۵}{۱۶}}=\frac{۷}{۲۵}$

۶ شکل زیر نمودار تابع $y = a\cos bx$ است a,b چه مقادیری دارند؟



سوال ایراد داره و شکل باید نسبت به محور ها متقارن

می‌شه که نیست. شکل غلط و یا تابع ناقصه.

$$2(2\sin 3x\cos 3x) = 1$$

$$\sin 6x = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)^{\alpha}$$

$$\begin{cases} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \\ 6x = 2k\pi + \overbrace{\pi - \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \end{cases}$$

۸	وارون پذیری تابع $f(x)=\sqrt{x-1}+2$ را بررسی نموده در صورت وارون پذیری ضابطه وارون آنرا بیابید؟

$$f(x_1)=f(x_2)$$

$$\sqrt{x_1-1}+2=\sqrt{x_2-1}+2 \longrightarrow \sqrt{x_1-1}=\sqrt{x_2-1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x_1-1=x_2-1 \longrightarrow x_1=x_2 \checkmark$$

f یک به یک و وارون پذیر است.

$$y=\sqrt{x-1}+2 \longrightarrow y-2=\sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$(y-2)^2=x-1 \longrightarrow x=1+(y-2)^2$$

جای x و y عوض می‌کنیم.

$$y=f^{-1}(x)=1+(x-2)^2$$

تعیین ضابطه $f^{-1}(x)$:

$$D_f: x\geq 1 \longrightarrow \sqrt{x-1}\geq 0 \longrightarrow \sqrt{x-1}+2\geq 2$$

$$\longrightarrow f(x)\geq 2 \longrightarrow R_{f(x)}=D_{f^{-1}(x)}=[2,+\infty)$$

f بود

$$f^{-1}(x)=1+(x-2)^2 \quad , \quad x\geq 2$$

۹ حاصل حدود زیر را بیابید

الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$ ب) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x+1}}{5x+\sqrt{x^2+4}}$ ج) $\lim_{x\to 1^+}\frac{\lfloor x\rfloor}{x-1}$

الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}=\frac{0}{0}$ مبهم

رفع ابهام $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{(x+2)(x-1)}\times\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x=x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})}=$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x}{(x+2)(x+\sqrt{x})}=\frac{1}{3(2)}=\frac{1}{6}$

ب) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x+1}}{5x+\sqrt{x^2+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{5x+|x|}=\frac{x}{6x}=\frac{1}{6}$

ج) $\lim_{x\to 1^+}\frac{[x]}{x-1}=\frac{[1^+]}{1^+-1}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

۱۰ | اگر $\lim_{x\to+\infty}\frac{mx^۳+۲x^۲-x+۵}{۳x^{n}+۵x^۲-۲x+۸}=۵$ باشد مقدار m,n را بیابید.

چون حاصل حد در $+\infty$ عددی غیرصفر شده پس صورت و مخرج کسر هم درجه هستند.

$n=۳$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{mx^۳+۲x^۲-x+۵}{۳x^{n}+۵x^۲-۲x+۸}=\lim_{x\to+\infty}\frac{mx^۳+۲x^۲-x+۵}{۳x^۳+۵x^۲-۲x+۸}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{mx^۳}{۳x^۳}=\frac{m}{۳}=۵\longrightarrow m=۴۵$$

۱۱ انتهای کمان جوابهای معادله $\sin 2x + \cos x = 0$ روی دایره مثلثاتی چه شکلی پدید می آورد.مساحت آنرا بیابید.

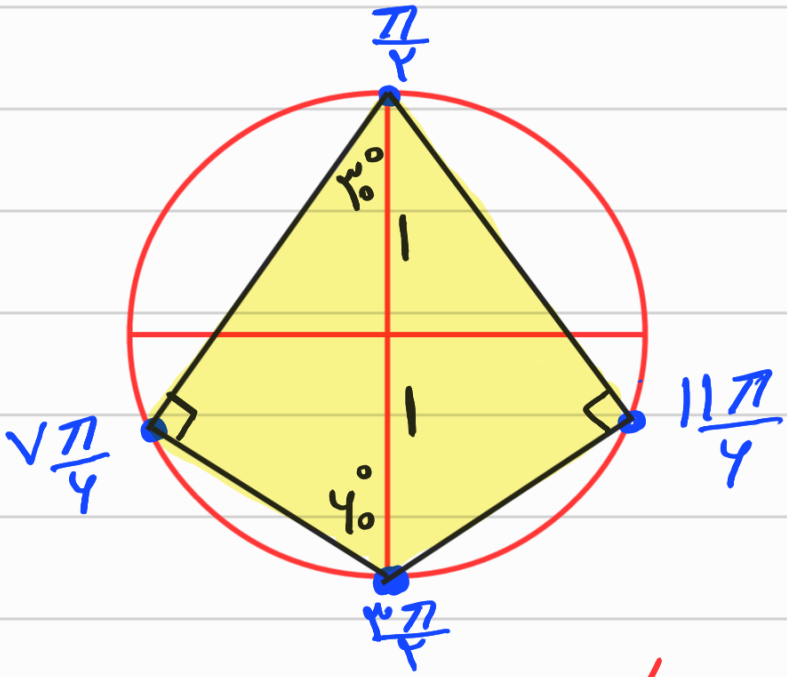
$$\sin 2x + \cos x = 0 \rightarrow 2\sin x\cos x + \cos x = 0$$

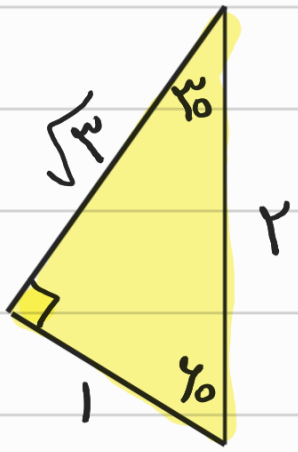
$$\cos x(2\sin x + 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{[0,2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$2\sin x + 1 = 0 \qquad \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{[0,2\pi]} x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$





$$S = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3}\right) = \sqrt{3}$$