بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی :

پایه و رشته: دوازدهم تجربی

تعداد سوال : ۱۳

تعدادصفحه : ۴

دبیرستان فرزانگان دوره دوم

نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

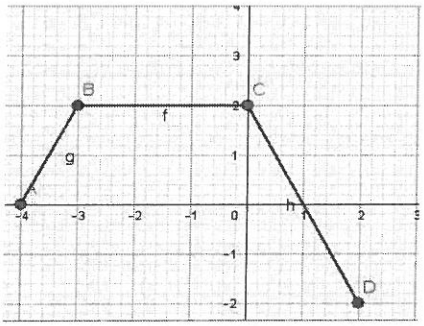
نام دبیر: خانم ترحمی

نام درس: ریاضی۳

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۷

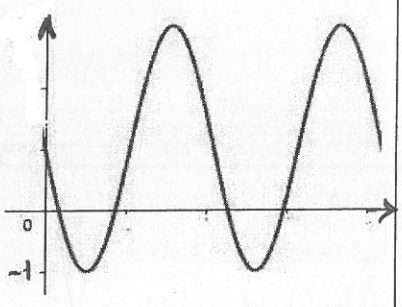
ساعت امتحان : ۸ صبح

مدت امتحان : ۱۰۰دقیقه

ردیف	هرگز تسلیم نشو، هر روز معجزه تازه ای اتفاق می افتد.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید . الف) اگر دامنه تابع f، بازه [-۱,۲] باشد ، دامنه تابع $y = f\left(\frac{۲-x}{۳}\right)+۱$ بازه [۰،۱] است. ب) عبارت $x^۲ + ۱$ بر x+۱ بخش پذیر است. ج) تابع $y = ۲x^۲ - ۴x +۳$ با دامنه $(-\infty, -۲]$ یک به یک است. د) تابع تانژانت در دامنه تعریفش یکنواست.	۱
۲	اگر نمودار تابع f(x) به صورت زیرباشد نمودار توابع مقابل را رسم کنید. الف) $g(x) = \frac{-f(x-۱)+۱}{۲}$  ب) $h(x) = ۲f(۱-۲x)$	۲

نام و نام خانوادگی:	امتحان ریاضی۳	صفحه ۲
۳	تابع $y=\sqrt{۲x-۳}$ را نسبت به محور y ها انعکاس داده ایم.سپس ۳ واحد به چپ و دو واحد به پایین منتقل کرده ایم . ضابطه تابع بدست آمده را پیدا کنید.	۱
۴	وارون تابع $y=x^{۲}-۴x+۱$ با شرط $x\leq ۲$ را بدست آورید.	۲
۵	با رسم تابع ، یکنوایی تابع زیر را بررسی کنید $f(x)=\begin{cases}-x+۱ & x>۰\\ \sqrt{-x} & x\leq ۰\end{cases}$	۱
۶	اگر $f(x)=\sqrt{۴-x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ موارد زیر را بدست آورید. الف) دامنه تابع fog با تعریف ب) $\frac{g\,o\,f}{۲g}(٤)$ ج) ضابطه $f\,o\,f$	۲

نام و نام خانوادگی:	امتحان ریاضی۳	صفحه ۳

۷	معادله یک تابع کسینوسی را بنویسید که در آن دوره تناوب برابر ۳ و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع به ترتیب ۴ و ۲- باشد. سپس این تابع را در یک دوره تناوب رسم کنید.	۱/۵
۸	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جوابهای بازه $[۰,۲\pi]$ رابیابید. $\sin ۴x = sin^۴x - cos^۴x$	۲
۹	شکل زیر نمودار تابع $y = ۱ + asin(b\pi x)$ در بازه $\left(۰,\frac{۴}{۳}\right)$ است. مقدار تابع را در نقطه $x = \frac{۲}{۹}$ بدست آورید. 	۱/۵

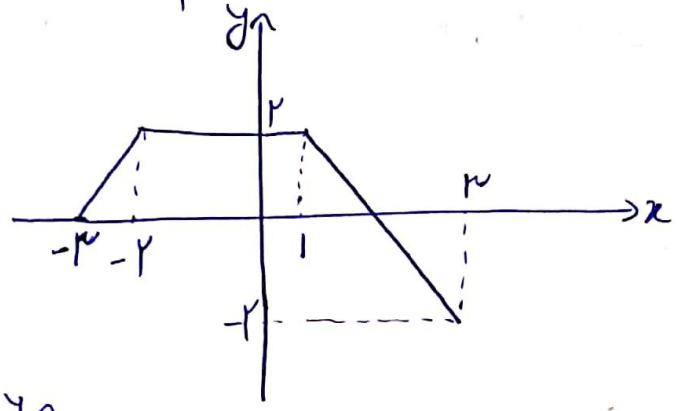
نام و نام خانوادگی:	امتحان ریاضی۳	صفحه ۴
۱۰	اگر $\tan\beta = \frac{۱}{۲}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{۴}$ باشند ، مقدار $\cos ۲\alpha$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۱	حد توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید. الف) $\lim_{x\to -۸} \frac{x^۲ + ۱۰x + ۱۶}{۱۲ + ۶\sqrt[۳]{x}}$ ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ + cos^۲ x}{\sin x - ۱}$	۲
۱۲	اگر $\lim_{x\to -\infty} \frac{ax^n - ۷x + ۴}{x^۲ + ۹x - ۱۰} = ۳$ باشد، حاصل حد این تابع وقتی x به سمت ۱ میل می کند، چیست ؟	۱
۱۳	نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که تمام شرایط زیر را داشته باشد: الف) $f(۲) = ۱$ ب) $\lim_{x\to ۱} f(x) = +\infty$ ج) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -۱$	۱/۵
	سربلند باشید . ترحمی	جمع بارم ۲۰

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ - فرزانگان یکم | تاریخ: ۱۴۰۱/۱۰/۷ | احسان غنی زاده

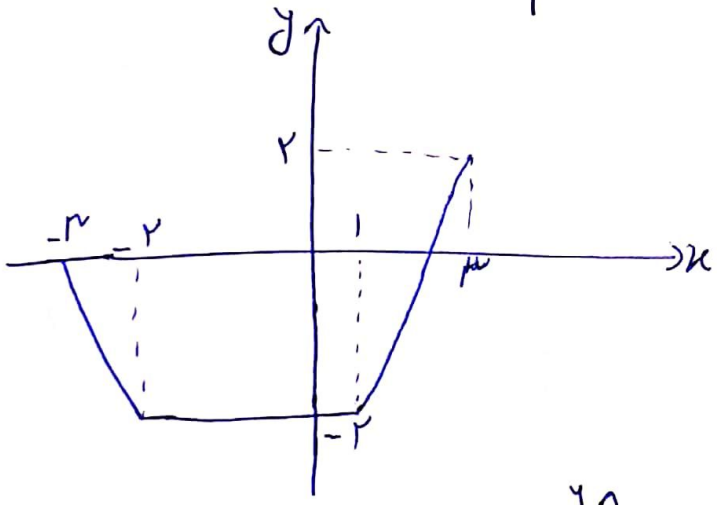
سؤال ۱) الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست

سؤال ۲) الف) $g(x)=-\frac{1}{2}f(x-1)+\frac{1}{2}$

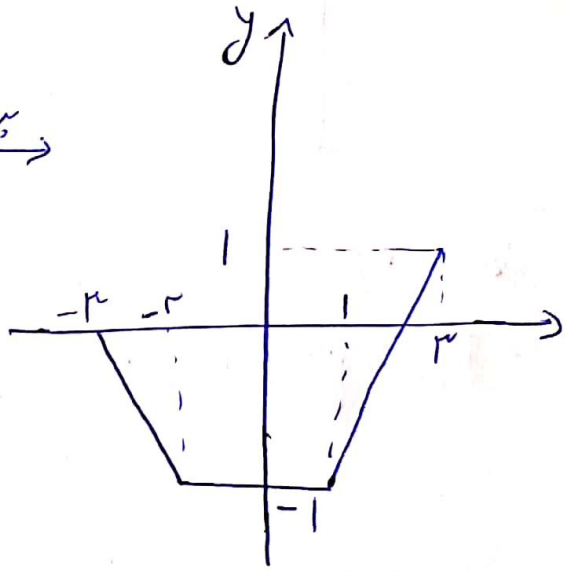
یک واحد به راست
روی محور x



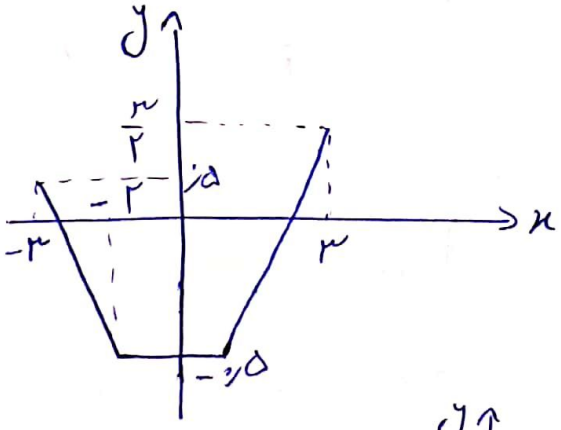
قرینه نسبت به محور xها



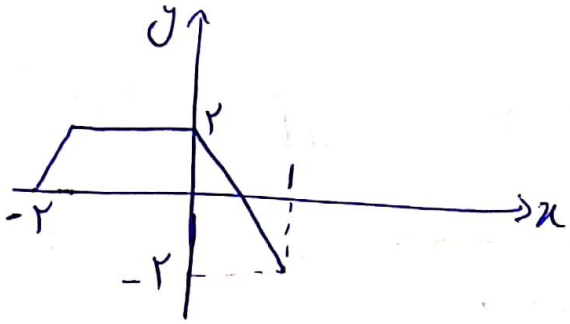
برد تابع نصف
می‌شود



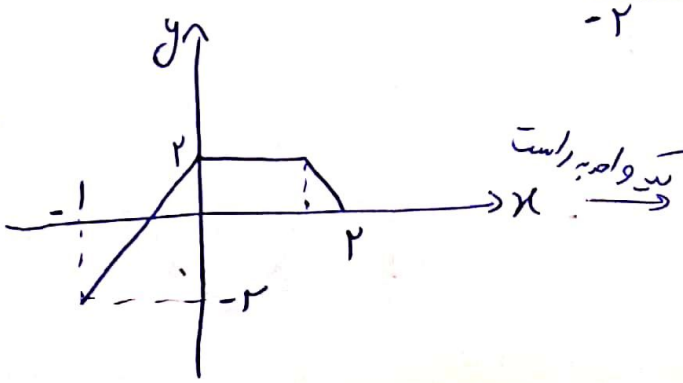
تابع $\frac{1}{2}$ واحد به بالا



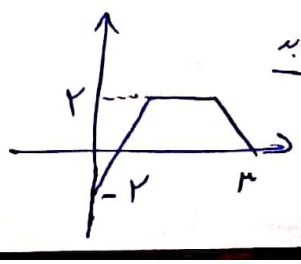
ب) $h(x)=2f(1-2x)$ دامنه نصف



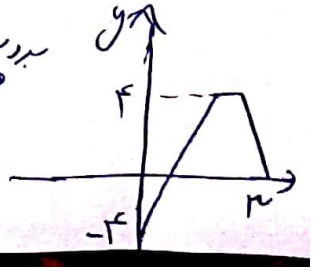
قرینه نسبت به محور yها



یک واحد به راست



برد ۲ برابر



Scanned with CamScanner

سوال ۳)

$y = f(-x) \longrightarrow y = f(-x-2) - 2$

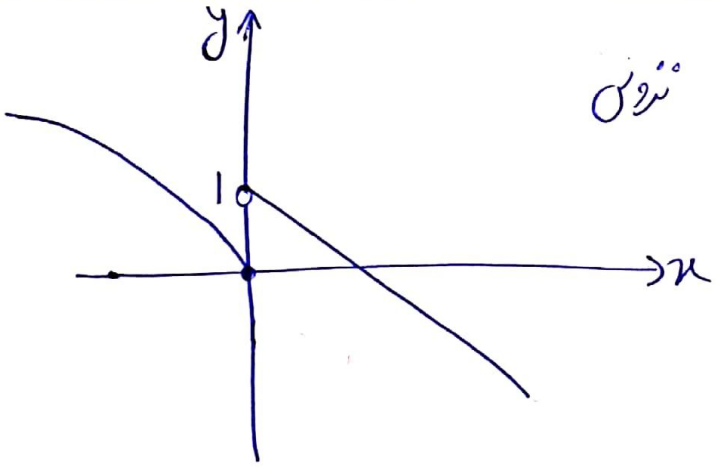
$y = \sqrt{2x-9} - 2$

سوال ۴)

$y = x^2 - 4x + 1 + 4 - 2 = (x-2)^2 - 3 \longrightarrow y+3 = (x-2)^2$

$\longrightarrow x-2 = \pm\sqrt{y+3} \longrightarrow x = \sqrt{y+3} + 2 \longrightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x+3} + 2$

سوال ۵)



نمودن

سوال ۶)

الف) $D_f = x \leq 4 \, , \; D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

$\rightarrow D_{f \circ g} = \{x \mid x \neq 1 \, , \; \frac{1}{x-1} \leq 4\}$

ب)

$\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{4} \rightarrow x \geq \frac{5}{4} \rightarrow D_{f \circ g} = (\frac{5}{4}, +\infty)$

ج) $\frac{g \circ f(4)}{2g(4)} = \frac{g(f(4))}{2g(4)} = \frac{g(0)}{2 \times \frac{1}{3}} = \frac{-1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}$

د) $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(\sqrt{4-x}) = \sqrt{4-\sqrt{4-x}}$

سوال ۷)

$y = a\cos bx + c \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \longrightarrow y = 2\cos\frac{2\pi}{3}x + 1$

$\begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \xrightarrow{c=1} -|a| + 1 = -2 \rightarrow |a| = 3$

$2c = 2 \rightarrow c = 1$

Scanned with CamScanner

سوال ۸

$$\sin 2x = -\cos 2x \longrightarrow 2\sin 2x\cos 2x + \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x(2\sin 2x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \longrightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

سوال ۹

$$2T = \frac{6}{\mu} \rightarrow T = \frac{2}{\mu} \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{\mu} \rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{2}{\mu} \rightarrow |b| = 2$$

$$-|a| + 1 = -1 \rightarrow |a| = 2$$

$$y = 2\sin 2\pi x + 1 \longrightarrow 2\times\sin\left(\frac{\mu}{4}\pi + \frac{2}{9}\right) + 1 = 2\times\frac{\sqrt{\mu}}{2} + 1 = \sqrt{\mu} + 1$$

سوال ۱۰

$$\tan\beta = \frac{1}{2} \qquad \tan(\alpha - \beta) = 1 \qquad \cos 2\alpha = ?$$

$$\alpha = \beta + \frac{\pi}{4} \rightarrow \cos 2\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2\beta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin 2\beta = -2\sin\beta\cos\beta$$

$$-1 + \tan^2\beta + 1 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{\cos^2\beta} = \frac{5}{4} \rightarrow \cos^2\beta = \frac{4}{5} \rightarrow \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}},\ \sin\beta = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow -\sin 2\beta = -2\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{-4}{5}$$

سوال ۱۱

الف) $$\lim_{x\to -1} \frac{(x+2)(x+1)}{12 + 4\sqrt[3]{x}} \times \frac{16 - 12\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[3]{x^2}}{16 - 12\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[3]{x^2}} = 2$$

ب) $$\lim \frac{1}{0^-} = -\infty$$

سوال ۱۲

$$n = 2,\ a = 3$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{3x^2 - 7x + 4}{x^2 + 9x - 10} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)(x - \frac{4}{3})}{(x-1)(x+10)}$$

$$= \frac{3\times(-\frac{1}{3})}{11} = \frac{-1}{11}$$

Scanned with CamScanner