نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

اداره آموزش وپرورش استان اصفهان

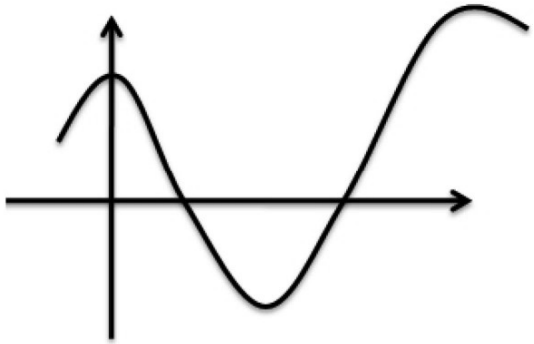
دبیرستان پسرانه البرز یک

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: ریاضی ۳
نام دبیر:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۷
ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	نمودار $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & x\geq 1 \\ x+2 & 0\leq x<1 \\ -x^3 & x<0 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی است؟	۱/۵
۲	توابع $f(x)=\frac{3x}{x-1}$ و $g(x)=\sqrt{x}$ داده شده‌اند: الف) ضابطه تابع fog را تشکیل دهید. ب) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف بدست آورید.	۲
۳	اگر $f(x)=x+a$ و $g(x)=ax^2+bx+c$ باشند، a و b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(fog)(x)=x^2-3x+4$.	۱/۵
۴	تابع $f(x)=\frac{2x+1}{3x-2}$ را در نظر بگیرید. الف) یک به یک بودن آن را بررسی کنید. ب- ضابطه وارون آن را بدست آورید.	۲
۵	دوره تناوب توابع زیر را بدست آورید و مقادیر ماکزیمم و مینیمم موارد (۱) و (۲) را تعیین کنید. ۱) $y=-3+4\sin(2x)$ ۲) $y=\sqrt{2}+3\cos(\frac{3}{4}x)$ ۳) $y=1-\tan(2x)$	۲
۶	الف) مقدار $\sin 15^\circ$ را بدست آورید. ب- درستی تساوی مقابل را نشان دهید. $\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\tan x$	۲
۷	معادله مثلثاتی روبرو را حل کنید. $\cos^2 x+5\sin x-5=0$	۱
۸	اگر $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$ بر $x-2$ بخش‌پذیر باشد و باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ برابر ۱۸- باشد، مقدار $f(1)$ را بدست آورید.	۱
۹	حاصل حدهای زیر را بدست آورید. ۱) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{3x+3}$ ۲) $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x-3}-1}{4x-x^2}$ ۳) $\lim_{x\to -1^-}\frac{[x]+1}{x+1}$ ۴) $\lim_{x\to 2^-}\frac{x+3}{\lvert x-2\rvert}$ ۵) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2+6x-1}{x^3+4x}$ ۶) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{6x+7}$	۳

ردیف	ادامه ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱۰	اگر $\lim\limits_{x \to -۲} \dfrac{x+۳}{x^{۲}+ax+b} = +\infty$ باشد، مقادیر a و b را بدست آورید.		۱
۱۱	روی نمودار مقابل نقاط A و B و C و D را مشخص کنید. به طوری که: A: نقطه‌ای با شیب مثبت باشد. B: نقطه‌ای باشد که مقدار مشتق در آن منفی است. C: نقطه‌ای روی نمودار باشد که مشتق در آن صفر است. D: نقطه‌ای باشد که مقدار تابع در آن منفی است. 		۱/۵
۱۲	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=(x-۱)\lvert x-۱\rvert$ را در $x=۱$ بررسی کنید.		۱/۵
	موفق و مؤید باشید محسنی		
	صفحه ی ۲ از ۲		

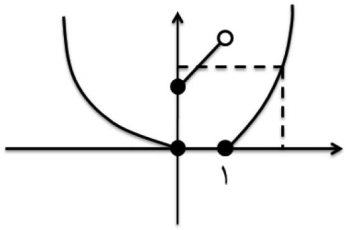
جمع بارم : ۲۰ نمره

اداره آموزش وپرورش استان اصفهان

دبیرستان پسرانه البرز یک

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: ریاضی ۳
نام دبیر:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۷
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	با توجه به نمودار رسم شده تابع f در بازه $(-\infty,۰)$ اکیداً نزولی و در بازه $(۰,۱]$ اکیداً صعودی و در بازه $[۱,+\infty)$ اکیداً صعودی است.	
۲	الف) $(fog)(x)=f(g(x))=\frac{۳\sqrt{x}}{\sqrt{x}-۱}$ ب) $D_{f\circ g}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in[۰,+\infty)\mid \sqrt{x}\in \mathbb{R}-\{۱\}\}$ $\sqrt{x}\neq ۱\rightarrow x\neq ۱$ $D_g: x\geq ۰$ $D_f: \mathbb{R}-\{۱\}$ $=[۰,۱)\cup(۱,+\infty)$	
۳	$\begin{cases}(fog)(x)=x^۲-۳x+۴\rightarrow f(g(x))=x^۲-۳x+۴\\ f(g(x))=ax^۲+bx+c+a\end{cases}\Rightarrow ax^۲+bx+c+a=x^۲-۳x+۴$ $a=۱,b=-۳,c+a=۴\rightarrow c=۳$	
۴	الف: $f(x_۱)=f(x_۲)\rightarrow\frac{۲x_۱+۱}{۳x_۱-۲}=\frac{۲x_۲+۱}{۳x_۲-۲}\rightarrow ۶x_۱x_۲+۳x_۲-۴x_۱-۲$ $=۶x_۱x_۲+۳x_۱-۴x_۲-۲\Rightarrow ۷x_۱=۷x_۲\rightarrow x_۱=x_۲$ پس f یک به یک است. ب: $y=\frac{۲x+۱}{۳x-۲}\rightarrow ۳xy-۲y=۲x+۱\rightarrow x(۳y-۲)=۲y+۱$ $\rightarrow x=\frac{۲y+۱}{۳y-۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۲x+۱}{۳x-۲}$	
۵	۱) $T=\frac{۲\pi}{\lvert ۲\rvert}=\pi$, $Max=\lvert a\rvert+c=۴-۳=۱$ $Min=-\lvert a\rvert+c=-۴-۳=-۷$ ۲) $T=\frac{۲\pi}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۸\pi}{۳}$, $Max=\lvert a\rvert+c=۳+\sqrt{۲}$ $Min=-\lvert a\rvert+c=-۳+\sqrt{۲}$ ۳) $T=\frac{\pi}{۲}$	

۶

الف)

$$\cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \to \cos(۲(۱۵^\circ)) = ۲\cos^۲ x - ۱ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \to \cos^۲ x = \frac{\sqrt{۳}+۲}{۴} \to \cos x = \frac{\sqrt{\sqrt{۳}+۲}}{۲}$$

$$\sin ۳۰^\circ = \sin ۲(۱۵^\circ) = ۲\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ = \frac{۱}{۲} \to \sin ۱۵^\circ = \frac{۱}{۴\cos ۱۵^\circ} = \frac{۱}{۲\sqrt{\sqrt{۳}+۲}}$$

ب)

$$\frac{\sin ۲x}{۱+\cos ۲x} = \frac{۲\sin x \cos x}{۱+۲\cos^۲ x - ۱} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

۷

$$۱-\sin^۲ x + ۵\sin x - ۵ = ۰ \to \sin^۲ x - ۵\sin x + ۴ = ۰ \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} \sin x = ۱ \\ \sin x = ۴ \text{ ق ق غ} \end{cases} \to x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$$

۸

$$x - ۲ = ۰ \to x = ۲ \to f(۲) = ۰ \to ۸ + ۴a + ۲b - ۶ = ۰ \to ۴a + ۲b = -۲ \to ۲a + b = -۱$$

$$x + ۱ = ۰ \to x = -۱ \to f(-۱) = -۱۸ \to -۱ + a - b - ۶ = -۱۸ \to a - b = -۱۱$$

$$\begin{cases} ۲a + b = -۱ \\ a - b = -۱۱ \end{cases} \to a = -۴, b = ۷ \to f(x) = x^۳ - ۴x^۲ + ۷x - ۶ \to f(۱) = -۲$$

۹

۱) $\lim\limits_{x \to -۱} \frac{\cancel{(x+۱)}(x+۲)}{۳\cancel{(x+۱)}} = \frac{۱}{۳}$

۲) $\lim \frac{\sqrt{x-۳}-۱}{-x(x-۴)} \times \frac{\sqrt{x-۳}+۱}{\sqrt{x}-۳+۱} = \lim \frac{\cancel{x-۴}}{-x\,\cancel{(x-۴)}(\sqrt{x-۳}+۱)} = \frac{۱}{-۸}$

۳) $\lim \frac{[-۱^-]+۱}{-۱^- + ۱} = \frac{-۲+۱}{۰^-} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

۴) $\lim\limits_{x \to ۲^-} \frac{x+۳}{-(x-۲)} = \frac{۵}{۰^+} = +\infty$

۵) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^۲}{x^۳} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{۱}{x} = \frac{۱}{+\infty} = ۰^+$

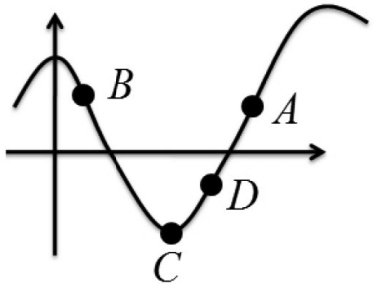
۶) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x + |x|}{۶x} = \lim \frac{۲x}{۶x} = \frac{۱}{۳}$

۱۰

$\lim\limits_{x \to -۲} \frac{x+۳}{x^۲ + ax + b} = +\infty = \frac{+۱}{۰^+} \Rightarrow$ ریشه مضاعف مخرج است $x = -۲$

$(x+۲)^۲ = x^۲ + ۴x + ۴ = x^۲ + ax + b \to a = ۴, b = ۴$

۱۱



۱۲

$$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱۱)}{x - ۱} = \lim \frac{\cancel{(x-۱)}|x-۱| - ۰}{\cancel{x-۱}} = \lim_{x \to ۱} |x-۱| = ۰$$

پس f در نقطه $x = ۱$ مشتق پذیر است و مقدار مشتق آن صفر است.

جمع بارم : ۲۰ نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح :**	**امضاء:**