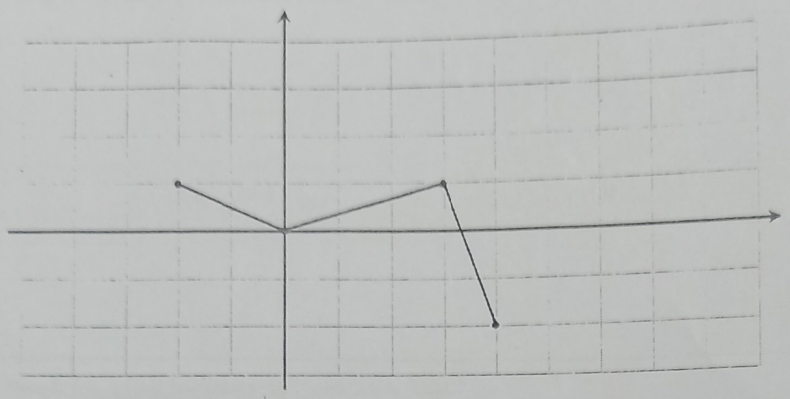
نام: نام‌خانوادگی:	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۱ ارومیه دبیرستان استعداد های درخشان شهید بهشتی ۱	تاریخ: ۱۴۰۱/۱۰/۷ ساعت : ۱۱/۳۰ صبح	
امتحان نوبت اول ریاضی (۳)		مدت: ۹۰ دقیقه صفحه ۱	

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است. (درست-نادرست) ب) تابع $y=-x^2+2$ در دامنه ی تعریفش صعودی است. (درست-نادرست)	۰/۵
۲	الف) تابع $g(x)=4x-x^2$ در کدام بازه زیر وارون پذیر است؟ ۱) $(2,+\infty)$ ۲) $(0,+\infty)$ ۳) $(0,4)$ ۴) $(-\infty,4)$ ب) حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x-5}{\sqrt{x^2+3}}$ کدام است؟ ۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۸ ۴) -۸	۲
۳	جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف)) در بازه $(0,1)$ نمودا تابع $y=x^3$ ، ..... از نمودار تابع $y=x^2$ قرار دارد. ب) تابع $h(x)=(2x^2-5x+1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x)=2x^2-5x+1$ و ..... $=g(x)$ است. پ) باقیمانده تقسیم $2x^2-5x+1$ بر $x-3$ برابر ..... است.	۱/۵
۴	الف) برد تابع f بازه‌ی $[-3,1)$ است. برد تابع $y=-2f(3x-1)+3$ کدام یک از موارد زیر است؟ ب) عبارت $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=-\infty$ به چه معناست؟	۱
۵	تابع $f(x)=\frac{x}{x-3}$ و $g(x)=2-x$ داده شده است : الف : دامنه تابع fog را باستفاده از تعریف به دست آوزید. ب : ضابطه تابع fog را بنویسید.	۱/۵

۶ شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است.

نمودار تابع $y = -۲f(\frac{x}{۲}) + ۱$ را رسم کنید و دامنه و برد تابع جدید را معین کنید.

۱

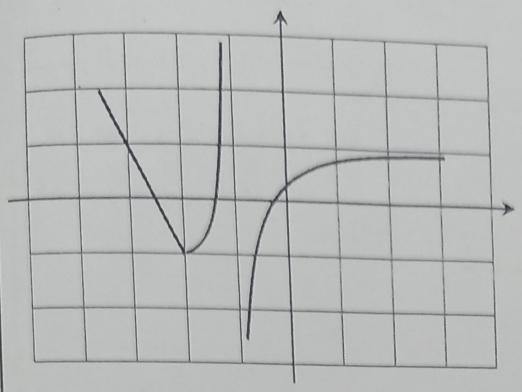


نام:	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۱ ارومیه	تاریخ: ۱۴۰۱/۱۰/۷
نام خانوادگی:		ساعت: ۱۱/۳۰ صبح
امتحان نوبت اول ریاضی و آمار (۳)	دبیرستان استعداد های درخشان شهید بهشتی ۱	مدت: ۹۰ دقیقه
		صفحه ۱

سوالات

ردیف		بارم
۱	نمودار تابع $y=f(x)$ مقابل است. نمودار تابع $y=-۲f(\frac{x}{۲})+۱$ را رسم نمایید و دامنه و برد تابع جدید را معین کنید.	۱
۷	اگر $f(x)=x^۳$, $g(x)=۱+\sqrt{x-۲}$ ابتدا $f^{-۱}og^{-۱}(۵)$ را به دست آورید و سپس وارون g را بیابید.	۱/۵
۸	آ) می نیمم تابع مقابل را معین کنید. $y=-۳\cos(\frac{\pi}{۲}x)+۲$	۱/۵
	ب) نمودار $y=۲\sin bx+c$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار b و c را مشخص نمائید.	
	پ) عبارت صحیح را انتخاب و در جای خالی بنویسید. در ربع چهارم مقدار $\sin\alpha$ از مقدار $\tan\alpha$ (بزرگتر / کوچکتر) است.	
۹	الف) مقدار عددی $\sin ۲۲/۵^\circ$ را محاسبه کنید.	۱/۵
	ب) دامنه تابع $f(x)=\tan ۲x$ را بدست آورید.	۰/۵
۱۰	معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی آن را به دست آورید. $\cos ۲x-۳\sin x+۴=۰$	۱/۵

۱۱ با توجه به نمودار داده شده حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ۱



آ) $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x \to -1^+} f(x) =$ ت) $\lim_{x \to -1^-} f(x) =$

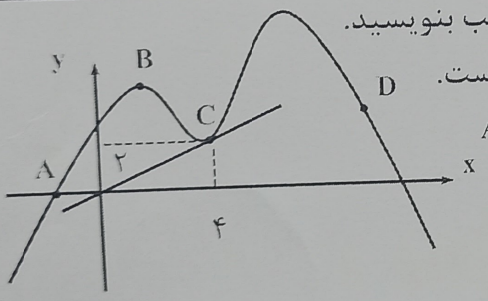
۱۲ حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۲

الف) $\lim_{x \to ۴} \frac{۲ - \sqrt{x}}{x^۲ - ۱۶} =$

ب) $\lim_{x \to \frac{۱}{۲}} \frac{[x] - ۳}{|۲x - ۱|} =$

پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۲x^۳ - ۵x + ۱}{۶x^۳ - ۱۱x^۲ - ۳} =$

۱۳ با توجه به نمودار تابع رسم شده، در جاهای خالی عبارات مناسب بنویسید. ۱



آ) در نقطه B مقدار مشتق تابع برابر با ..... است.

ب) شیب خط مماس در نقطه C از شیب خط مماس در نقطه A ..... است.

پ) در نقطه D مقدار تابع و مقدار مشتق تابع، هم علامت ..... .

ت) مقدار مشتق تابع در نقطه C برابر است با ..... .

۱۴ اگر $f(x) = ۳x^۲ - ۲x + ۱$ باشد: ۲

الف) $f'(۲)$ را به کمک تعریف مشتق را به دست آورید.

ب) معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن را بنویسید.

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ تجربی - شهید بهشتی ۱ - اردیبهشت تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۷ احسان شجاعی زاده

سوال ۱) الف) درست ب) نادرست

سوال ۲) الف) $(2, +\infty)$ ب) -4

سوال ۳) الف) پایین‌تر ب) $g(x) = x^3$

ج) ۴

سوال ۴) الف)
$$-2 < f(x) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(x) < 4 \xrightarrow{+3} 1 \leq -2f(x)+3 < 7$$

$$R_{-2f(3x-1)+3} = [1, 7)$$

ب)
$$\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \to 1^+} f(x) = k > 0 \\ \lim_{x \to 1^+} g(x) = 0^- \end{cases}$$

سوال ۵)
$$f(x) = \frac{x}{x-3} \quad g(x) = 2 - x \Rightarrow \begin{cases} D_g = \mathbb{R} \\ D_f = \mathbb{R} - \{3\} \end{cases}$$

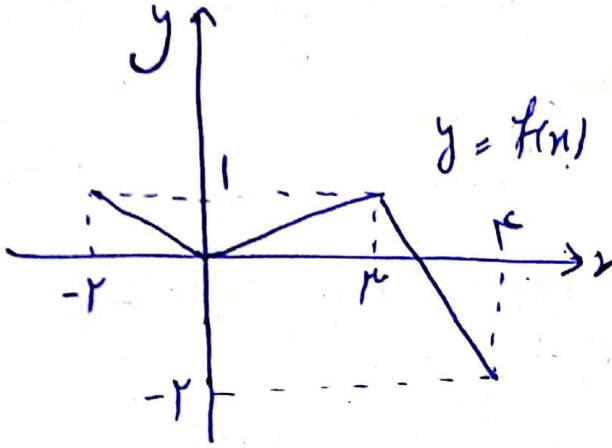
الف) $D_{fog} = \{x \mid x \in D_g \; g(x) \in D_f\} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ 2 - x \neq 3 \Rightarrow x \neq -1 \end{cases}$

$\Rightarrow D_{fog} = \mathbb{R} - \{-1\}$

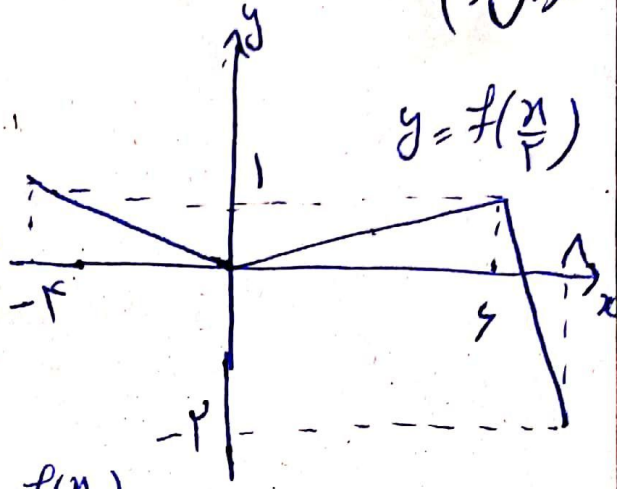
ب) $y = (fog)(x) = f(g(x)) = f(2-x) = \frac{2-x}{2-x-3} = \frac{2-x}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}$

Scanned with CamScanner

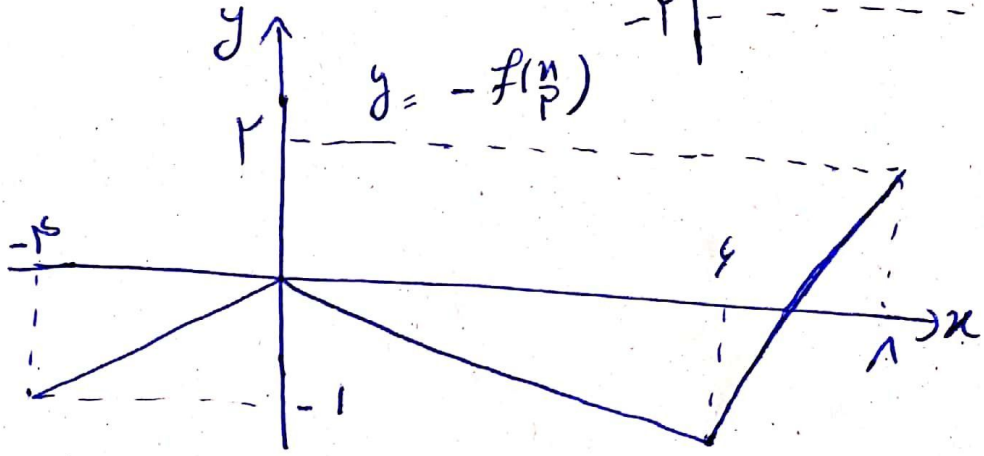
سؤال ۶)



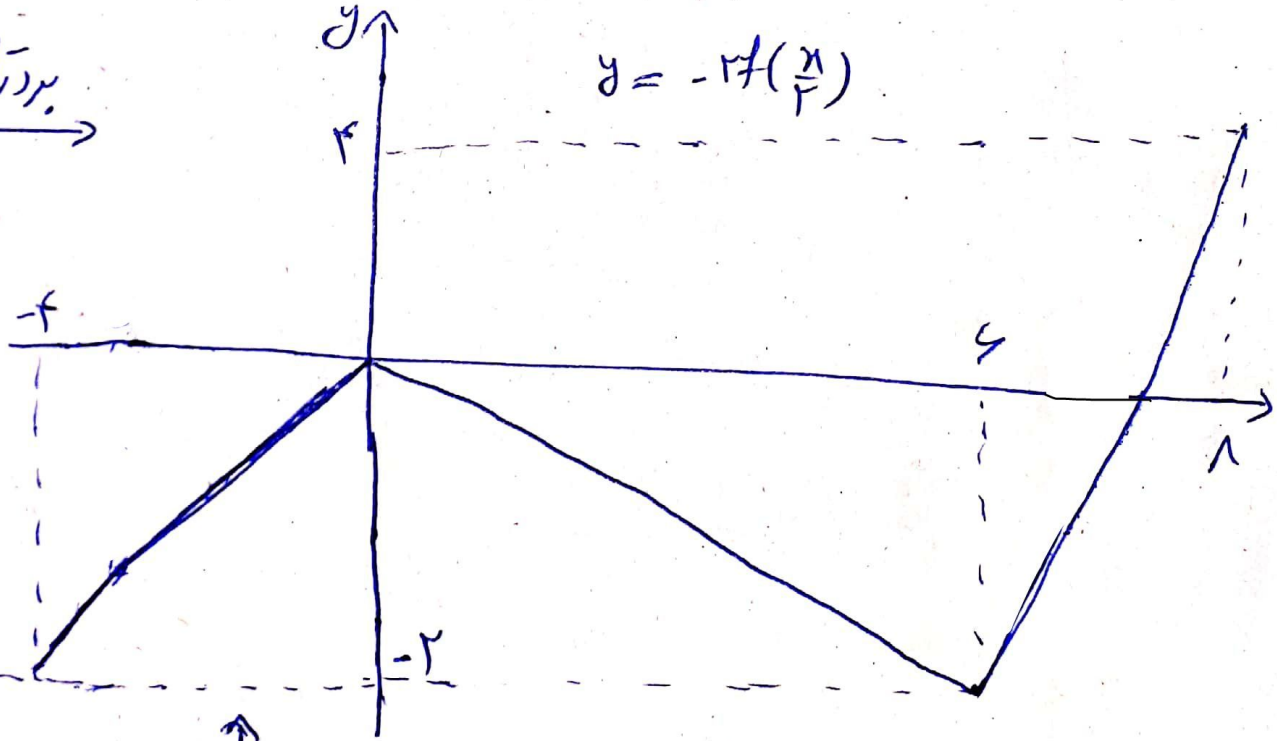
دامنه ۲ برابری میشود

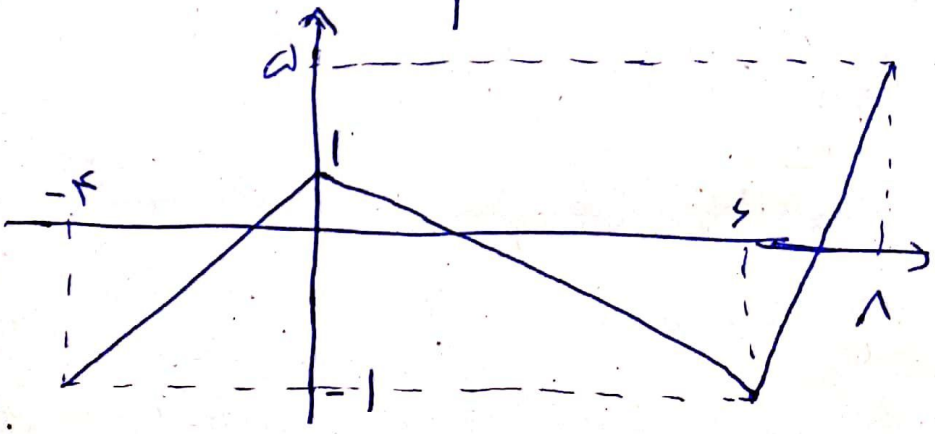


قرینه نمودار نسبت به محور Ox



برد تابع ۲ برابر می‌شود





$y = -۲f(\frac{x}{۲}) + 1$

دامنه $= [-۴, ۸]$

برد $= [-1, 5]$

Scanned with CamScanner

سوال (۷)

$\begin{cases} f(x)=x^2 \\ g(x)=1+\sqrt{x-2} \end{cases}$ $\quad f^{-1}\circ g^{-1}(a)=(g\circ f)^{-1}(a)=a$

$g\circ f(a)=a.$

$g\circ f(x)=g(f(x))=g(x^2)=\sqrt{x^2-2}+1 \xrightarrow[y=a]{x=a} a=\sqrt{a^2-2}+1$

$\Rightarrow 4=\sqrt{a^2-2} \Rightarrow 16=a^2-2 \Rightarrow a^2=18 \Rightarrow a=\pm 3\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$\Rightarrow (g\circ f)^{-1}(a)=3\sqrt{2}$

$g(x)=1+\sqrt{x-2} \Rightarrow y-1=\sqrt{x-2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (y-1)^2=x-2$

$\Rightarrow x=(y-1)^2+2 \Rightarrow g^{-1}(x)=(x-1)^2+2$

سوال (۸) الف)

$y=-3\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)+2 \rightarrow min=-1-3+2=-3+3=-1$

ب) $min=0 \rightarrow -1+c=0 \Rightarrow c=1$

$\frac{2\pi}{|b|}=4\pi \Rightarrow |b|=\frac{1}{2}$

سوال (۹) الف)

$1-\cos 2\times 22{,}5^\circ=2\sin^2 22{,}5^\circ \Rightarrow 1-\cos 45^\circ=2\sin^2 22{,}5^\circ$

$\Rightarrow 1-\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sin^2 22{,}5^\circ \Rightarrow \frac{2-\sqrt{2}}{4}=\sin^2 22{,}5^\circ \Rightarrow \sin 22{,}5^\circ=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

ب) $f(x)=\tan 2x \longrightarrow D_f=\mathbb{R}-\left\{2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\right\} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\left\{x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right\}$

سوال (۱۰)

$\cos 2x-2\sin x+2=0 \Rightarrow 1-2\sin^2 x-2\sin x+2=0$

$\Rightarrow 2\sin^2 x+2\sin x-3=0 \xrightarrow{\sin x=t} 2t^2+2t-3=0 \Rightarrow 2(t-1)\left(t+\frac{3}{2}\right)=0$

$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \rightarrow \sin x=1 \\ t=-\frac{3}{2} \rightarrow \sin x=-\frac{3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۱)

آ) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

ب) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

ج) $\lim_{x \to (-1)^-} f(x) = +\infty$

د) $\lim_{x \to (-1)^+} f(x) = -\infty$

سوال ۱۲)

الف) $\lim_{x \to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{x^2-16} = \frac{0}{0}$ حالت مبهم $\xrightarrow{\text{ضرب}} \lim_{x \to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{(x-4)(x+4)} \times \frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

$= \lim_{x \to 4} \frac{4-x}{-(4-x)(x+4)(2+\sqrt{x})} = \lim_{x \to 4} \frac{-1}{(x+4)(2+\sqrt{x})} = \frac{-1}{8 \times 4} = \frac{-1}{32}$

ب) $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{[x]-3}{|2x-1|} = \frac{0-2}{0^+} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$

ج) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

سوال ۱۳) آ) صفر ب) گسسته (کوچک‌تر) ج) نیشتن $= \frac{1}{2}$

سوال ۱۴)

$f(x) = 2x^2 - 2x + 1 \rightarrow$ الف) $f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ ، $f(2) = 9$

$= \lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 2x + 1 - 9}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 2x - 8}{x-2} = \frac{0}{0}$ حالت مبهم $\xrightarrow{\text{تجزیه}} \lim_{x \to 2} \frac{(2x+2)(x-2)}{x-2} = 10$

ب) $f(2) = 9$ ، $f'(2) = 10$

$y = 10x + b \xrightarrow{A(2,9)} 9 = 2 \times 10 + b \Rightarrow b = 9 - 20 = -11$

$\Rightarrow y = 10x - 11$

Scanned with CamScanner