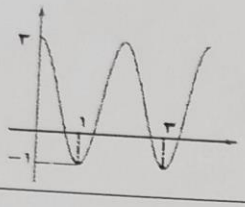
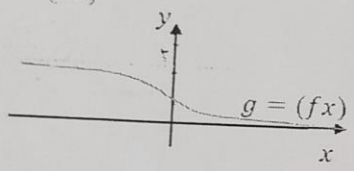
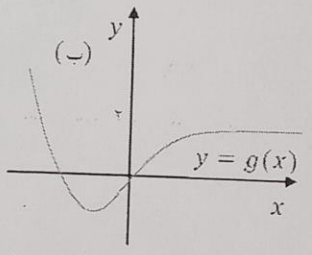
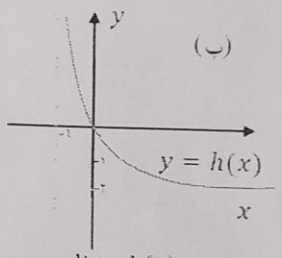
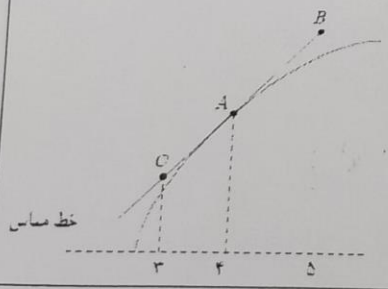
بسمه تعالی

نام خانوادگی:..... سوالات درس:..ریاضی ۳.....پایه: دوازدهم رشته:..تجربی.....

دوم متوسطه پسرانه خواجه نصیر الدین طوسی در نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۷ مدت: ۷۵ دقیقه

ستمر: نمره پایانی: جمع: نام و نام خانوادگی(دبیرمربوطه) امضاء بارم

1	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید ؟ الف) تابع ثابت ، در یک بازه ، هم صعودی و هم نزولی است . ب) دامنه تابع $y=\tan x$ برابر $\{x \mid x\in R, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\}$ است . ج) برد تابع با ضابطه $y=kf(x)$ همان برد تابع $y=f(x)$ است . د) دو تابع $f(x)=x^3$, $g(x)=\sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند .	2
2	خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) تابعی که فقط صعودی یا فقط نزولی باشد را تابع ..... می‌گویند. ب) در تابع $f(kx)$ اگر ..... باشد می‌گوییم نمودار تابع $f(x)$ انبساط افقی یافته است. پ) باقیمانده ی تقسیم $f(x)=2x^5-3x^3-2x+4$ بر $x+1$ برابر..... است. ت) بازه $(1و3)-\{2\}$ را همسایگی .....عدد2 گویند	2
3	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید الف- دامنه $y=tan3x$ برابر است با؟ ب- تابع $y=x^3+3x^2$ در بازه $(0و2)$ صعودی است یا نزولی ؟	1
4	اگر $f(x)=\frac{x+3}{x-1}$ ، $g=\{(-3,2),(4,1)\}$ باشد fog کدام است؟ ۱) $\{(-3,5)\}$ ۲) $\{2,5\}$ ۳) $\{(4,\frac{7}{3})\}$ ۴) 0	0/5
5	نمودار تابع $y=2^{x-1}+2$ را با توجه به نمودار $y=2^x$ در صفحه مختصات رسم کنید.	1
6	تابع $f(x)=a\cos(bx)+c$ مفروض است. اگر دوره‌ی تناوب تابع 4π و مقادیر ماکزیمم و مینیمم این تابع به ترتیب ۶ و ۲- باشند، با فرض مثبت بودن a و b ضابطه‌ی تابع f را بنویسید.	1
7	اگر $f(x)=1+\sqrt{x}$ و $g(x)=x^2$ و $x\geq 0$ آن گاه حاصل $(g^{-1}of^{-1})$ را به دست آورید .	1
8	فرض کنید $\sin\alpha=\frac{4}{5}$ و α زاویه‌ای تند (حاده) باشد. حاصل عبارت‌های زیر رابه‌دست آورید. آ) $\cos 2\alpha$ ب) $\sin 2\alpha$	1/5

9	معادلات زیر را حل کنید و دسته جوابهای آن را بنویسید.	2
	الف) $2\sin 3x - \sqrt{2} = 0$ ب) $\sin x - \cos 2x = 0$	
10	حدود زیر را محاسبه کنید.	2/5
	الف) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-4x^7 + 6x^3}{2x^4 - 5x} =$ ب) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5} =$ پ) $\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{-[x] - 3}{\lvert 2x - 1 \rvert} =$	
11	**ضابطه نمودار مثلثاتی مقابل را بنویسید.**	1
		
12	با توجه به نودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.	1/5
	(الف)  $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ (ب)  $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) =$ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) =$ (ب)  $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) =$ $\lim\limits_{x \to (-1)^-} h(x) =$	
13	**با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع f(x)=۳x-۱ را در نقطه‌ی x=-۱ به دست آورید.**	1/5
14	برای تابع f در شکل روبه رو داریم $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۵$ با توجه به شکل مختصات نقاط A ، B و C را بیابید. 	1/5
	موفق باشید- شروین امامی	20

① الف) درست ب) نادرست ج) نادرست د) درست

ت) محذوف

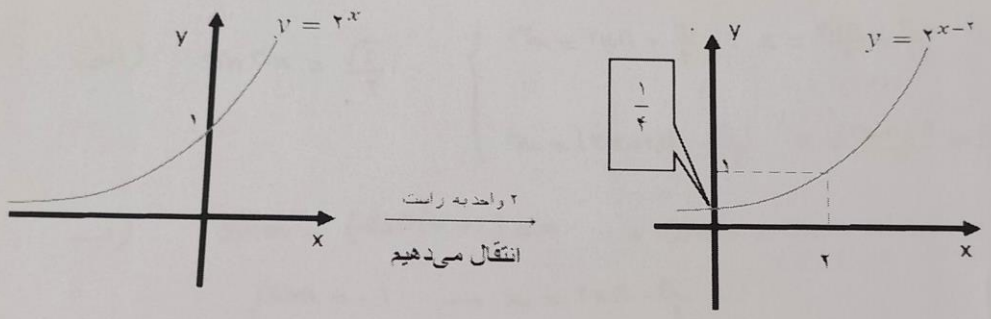
سوال ۲: الف) کلیدا ب) $K>1$ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\sqrt{}$

سوال ۳: الف) $x \neq \frac{K\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ ب) صعودی

④ $(fog)(x) = f(g(x)) = f(g(-3)) = f(2) = \frac{2+3}{2-1} = 5 \rightarrow (-3,5)$

$(fog)(4) = f(g(4)) = f(1) = \frac{1+3}{1-1} =$ ت ن

⑤



⑥ دوره‌ی تناوب $= T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 2 \Longrightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b>0} b = \frac{1}{2}$

ماگزیمم $= c + |a| = 6$, مینیمم $= c - |a| = -2$

$\begin{cases} c + |a| = 6 \\ c - |a| = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \xrightarrow{c+|a|=6} 2 + |a| = 6 \Rightarrow a = \pm 4 \xrightarrow{a>0} a = 4$

بنابر این ضابطه‌ی تابع f به صورت $y = 4\cos(\frac{1}{2}x) + 2$ می‌باشد

⑦ $(g^{-1}of^{-1})(x) = (fog)^{-1}$

$\Rightarrow (f(g(x))^{-1} = \left(f(x^2)\right)^{-1} = \left(1 + \sqrt{x^2}\right)^{-1} = (1 + |x|)^{-1} = (1 + x)^{-1}$

$\Rightarrow y = 1 + x \Rightarrow x = 1 + y \Rightarrow y = x - 1 \longrightarrow$

(۸)

الف)چون مقدار $\sin\alpha$ را داریم از فرمول $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ مقدار $\cos 2\alpha$ را به‌دست می آوریم:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - 2\times\frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = \frac{25-32}{25} = -\frac{7}{25}$$

حل ب) برای به‌دست آوردن مقدار $\sin 2\alpha$، از فرمول $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\ \cos\alpha$ استفاده می کنیم، ابتدا از فرمول $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$، مقدار مثبت $\cos\alpha$ (α زاویه‌ای تند است.) را به‌دست می آوریم:

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\ \cos\alpha = 2\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{24}{25}$$

سوال ۹:

الف) $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱/۵)

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} & x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} & x = \frac{(2k+1)\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \end{cases} \quad (1)$$

ب) $\sin x - (-2\sin^2 x + 1) = 0 \quad +2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ (۱/۵)

$$\begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & (1/5) \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} & (1/5) \end{cases} \end{cases}$$

سوال ۱۰:

الف) $\frac{-4x^7}{2x^4} = -2x^3 = -2(-\infty)^3 = +\infty$ (۱/۲۵)

ب) $\lim \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}} = \frac{-x+5}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$ (۱/۵)

ج) $\frac{-[1/1]-3}{|2x-11|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ (۱/۲۵)

۱۱) $T = ۲$ $\quad a = \frac{۳-(-۱)}{۲} = ۲$ $\quad c = \frac{۳+(-۱)}{۲} = ۱$

$\frac{۲\pi}{b} = \frac{۲}{۱} \rightarrow \boxed{b=\pi}$ $\quad y = ۲\cos \pi x + ۱$

۱۲)

(الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = ۲$ $\quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = ۰$

(ب) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$ $\quad \lim_{x\to+\infty} g(x) = ۲$

(پ) $\lim_{x\to+\infty} h(x) = -۲$ $\quad \lim_{x\to(-۱)^+} h(x) = +\infty$

۱۳) مقدار مشتق تابع f در x=a را از تعریف $f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ به‌دست می‌آوریم:

$$f(-۱) = ۳(-۱) - ۱ = -۴$$

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \Rightarrow f'(۱) = \lim_{x\to-۱} \frac{f(x)-f(-۱)}{x+۱} = \lim_{x\to-۱} \frac{(۳x-۱)+۴}{x+۱}$$

$$= \frac{۰}{۰} \text{ مبهم} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x\to-۱} \frac{۳(x+۱)}{x+۱} = ۳$$

۱۴)

$$m = \frac{f(B)-f(A)}{x_B - x_A} = \frac{f(B)-۲۵}{۵-۴} = \frac{f(B)-۲۵}{۱} = f(B) - ۲۵$$

$$\xrightarrow{m=۱/۵} ۱/۵ = f(B) - ۲۵ \Rightarrow f(B) = ۲۶/۵$$

همچنین برای دو نقطه A و C داریم: $m = \frac{f(C)-f(A)}{x_C - x_A}$

$$m = \frac{f(C)-f(A)}{x_C - x_A} = \frac{f(C)-۲۵}{۳-۴} = \frac{f(C)-۲۵}{-۱} = -f(C) + ۲۵$$

$$\xrightarrow{m=۱/۵} ۱/۵ = -f(C) + ۲۵ \Rightarrow f(C) = ۲۳/۵$$

پس $A(۴,۲۵)$ و $B(۵,۲۶/۵)$ و $C(۳,۲۳/۵)$