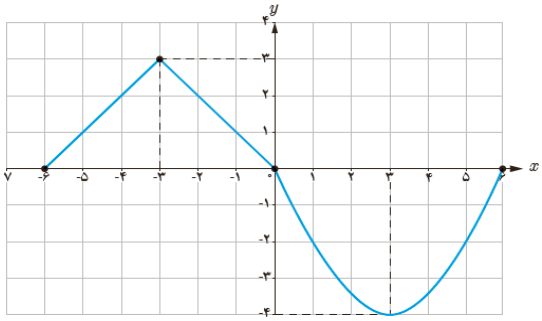
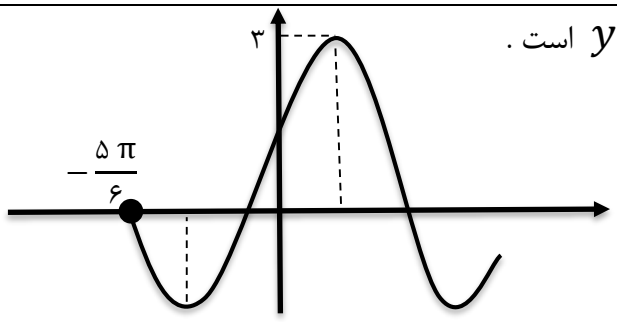
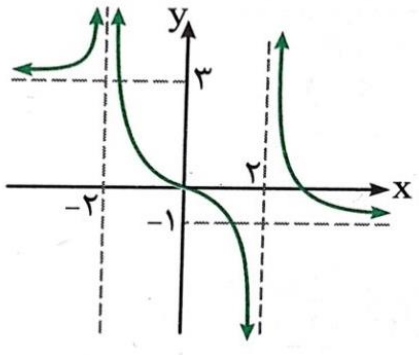
مشخصات دانش آموز	زمـــان امتحـــان	اداره استعدادهای درخشان آموزش و پرورش استان خوزستان	نمـــره امتحـــان	
نام :	تاریخ : ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۰		نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۰۰ : ۰۸		نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : **دوادهم تجربی**	مدت : ۱۲۰ دقیقه	**«آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»**	نام دبیر :	
شماره :	نام درس : **ریاضی ۳**	**نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱**	امضا :	

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید الف)تابع $y=-\tan \pi x$ در بازه $\left(\frac{۱}{۲}\text{و}-\frac{۱}{۲}\right)$ اکیدا نزولی است ب) اگر $f=\{(۲-\text{و}۱)\text{و}(۵\text{و}۴-)\text{و}(۵\text{و}۴)\}$ آنگاه $f^{-۱}(۵)=۴$	۰/۵
۲	در نمودار تابع $y=\lvert x+۱\rvert+\lvert x-۲\rvert$ بازه های صعودی و نزولی را تعیین کنید. (با رسم شکل)	۱/۵
۳	نمودار تابع f درشکل زیر رسم شده است . نمودار تابع $g(x)=-f(۲x+۱)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمائید. 	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x+۳}$ و $fog(x)=\frac{x^{۲}-۱}{x^{۲}+۱}$ باشند ، ضابطه تابع $g(x-۲)$را تعیین کنید؟	۱/۵
۵	اگر $f^{-۱}$ اکیدا نزولی باشد و $D_f=\mathbb{R}$ ، مجموعه جواب نامعادله $f(x^{۲})<f(x^{۳})$ را مشخص کنید	۱/۲۵
۶	توابع $f(x)=\sqrt{۳x+۶}$ و $g(x)=\frac{۳x}{x-۲}$ داده شده اند. الف : دامنه fog را با استفاده از تعریف بدست آورید ب : ضابطه $(fog)(x)$ را تشکیل بدهید.	۱/۷۵
۷	دوره تناوب و مقادیر اکسترمم را برای تابع داده شده مشخص کرده . و نمودار آن را رسم کنید $f(x)=\lvert ۲\sin x-۱\rvert$	۱/۵
۸	حاصل عبارت را بدست آورید $\frac{۲\tan ۱۵^{\circ}}{۱+(\tan ۱۵^{\circ})^{۲}}$	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

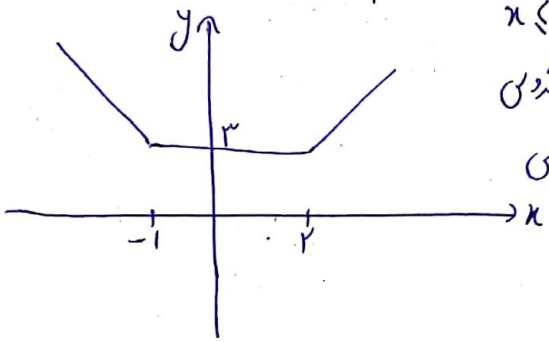
ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۹	معادله زیر را حل کنید. وجوابهای کلی را بنویسید $cosx - ۱ = ۲sin^۲x$	۱/۵
۱۰	اگر چند جمله ای $P(x) = x^۳ - ax^۲ + bx - ۱۸$ بر $x - ۳$ و $x - ۲$ بخش پذیر باشد ،باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - ۱$ را بدست آورید.	۱
۱۱	شکل روبرو بخشی از نمودار تابع $y = a - b\ sin\ x$ است . مقدار تابع در $\frac{\pi}{۳}$ را حساب کنید . 	۱
۱۲	حاصل حدهای زیررا بدست آورید. الف) $\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt[۳]{x}} =$ ب) $\lim_{x\to \pi^-} \frac{x-۴}{\sin x} =$ ج) $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{-۹x-۱}+۸x}{-۳x+\sqrt{۱۶x^۲+۱}}$	۲/۵
۱۳	اگر $\lim_{x\to ۲} f(x) = +\infty$ و $f(x) = \frac{-۲x+۵}{x^۲-ax+b}$ مقدار $f(۰)$ را بدست آورید.	۱
۱۴	اگر $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x^۳-۳x+۱}{(m-۲)x^۴+nx^b+۵} = ۲$ باشد، حاصل $m + nb$ را بدست آورید	۱
۱۵	با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید  $a)\ \lim_{x\to ۲^+} fof(x) =$ b) $\lim_{x\to -۲^-} f(x) =$ $c)\ \lim_{x\to +\infty} \frac{۱}{f(-x)} =$	۱/۵
	جمع	۲۰

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ تجربی - فدرآنان - خوزستان تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ احسان عنتی زاده

سئوال ۱) الف) درست ب) نادرست

سئوال ۲)

$$y=|x+1|+|x-2|=\begin{cases}-2x+1 & x\le -1\\ 3 & -1\le x\le 2\\ 2x-1 & x\ge 2\end{cases}$$

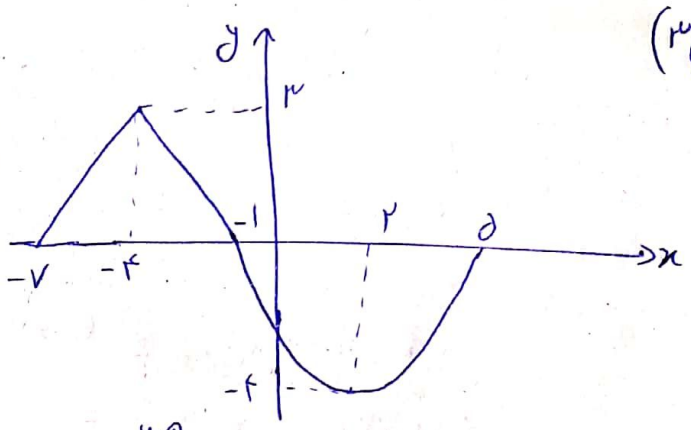


بازه‌ی نزولی = $(-\infty, 2]$

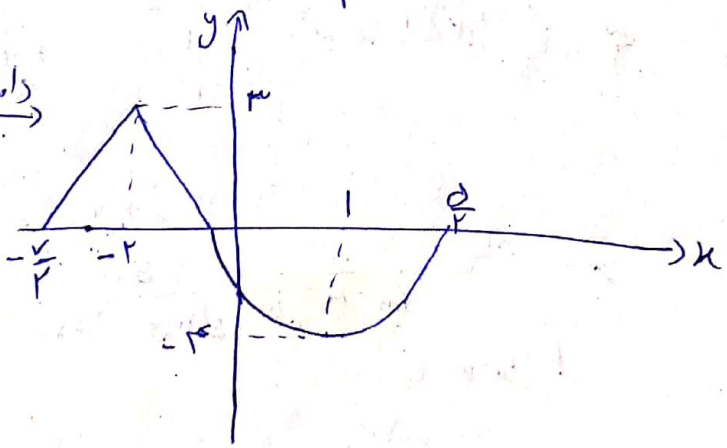
بازه‌ی صعودی = $[-1, +\infty)$

سئوال ۳)

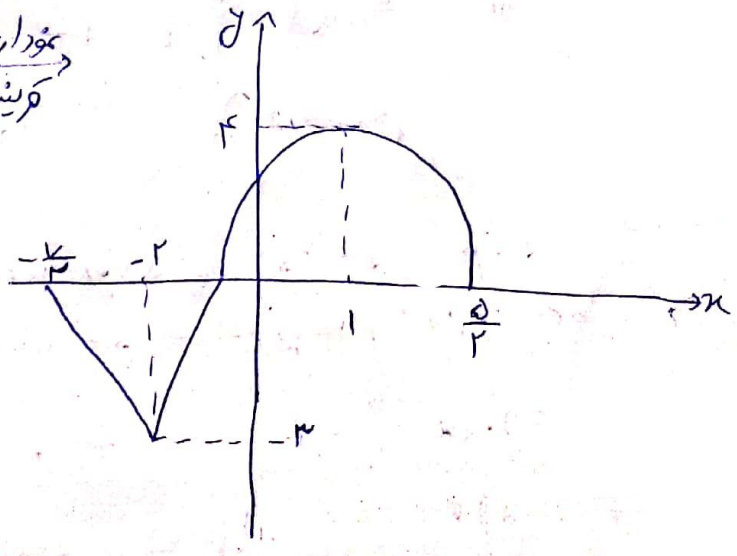
ابتدا نمودار را کپی و واحد به چپ انتقال می‌دهیم



دامنه را نصف می‌کنیم



نمودار را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم



Scanned with CamScanner

سؤال ۳

$$f(x)=\frac{x-1}{x+2},\ f(g(x))=\frac{x^2-1}{x^2+1} \Rightarrow \frac{g(x)-1}{g(x)+2}=\frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$x^2g(x)+g(x)-x^2-1=x^2g(x)-g(x)+2x^2-2$$

$$\Rightarrow 2g(x)-2x^2+2=0 \Rightarrow 2g(x)=2x^2-2 \Rightarrow g(x)=2x^2-1$$

$$\Rightarrow g(x-2)=2(x-2)^2-1=2(x^2-4x+4)-1=2x^2-8x+7$$

سؤال ۵

$f(x^2)<f(x^3)$ جواب تست $\rightarrow x^2>x^3 \rightarrow x^3-x^2<0$

$$\Rightarrow x^2(x-1)<0 \Longrightarrow \begin{cases} x^2=0 \Rightarrow x=0 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

		0		1	
x^2	$+$	ϕ	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$	ϕ	$+$
$x^2(x-1)$	$-$	ϕ	$-$	ϕ	$+$

$$(-\infty,0)\cup(0,1)$$

سؤال ۴

الف) $D_{f\circ g}=\{x \mid x\in D_g, g(x)\in D_f\}$

$$f(x)=\sqrt{3x+2} \rightarrow D_f=3x+2\geq 0 \Rightarrow x\geq -2$$

$$g(x)=\frac{3x}{x-2} \rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{2\}$$

$$\Rightarrow x\neq 2,\ \frac{3x}{x-2}\geq -2 \Rightarrow \frac{3x}{x-2}+2\geq 0 \rightarrow \frac{3x+3x-4}{x-2}\geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x-4}{x-2}\geq 0 \rightarrow$$

	$\frac{2}{3}$		2	
	$+\phi$	$-\phi$		$+$

$$\rightarrow (-\infty,\tfrac{2}{3}]\cup(2,+\infty)$$

$$\Rightarrow D_{f\circ g}=(-\infty,\tfrac{2}{3}]\cup(2,+\infty)$$ (الف)

ب) $y=(f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\frac{3x}{x-2}\right)=\frac{9x}{x+4}$

Scanned with CamScanner

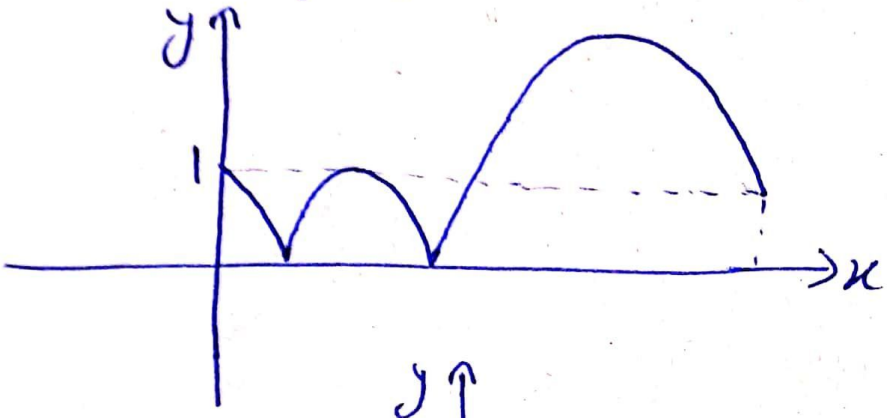
سؤال ۷

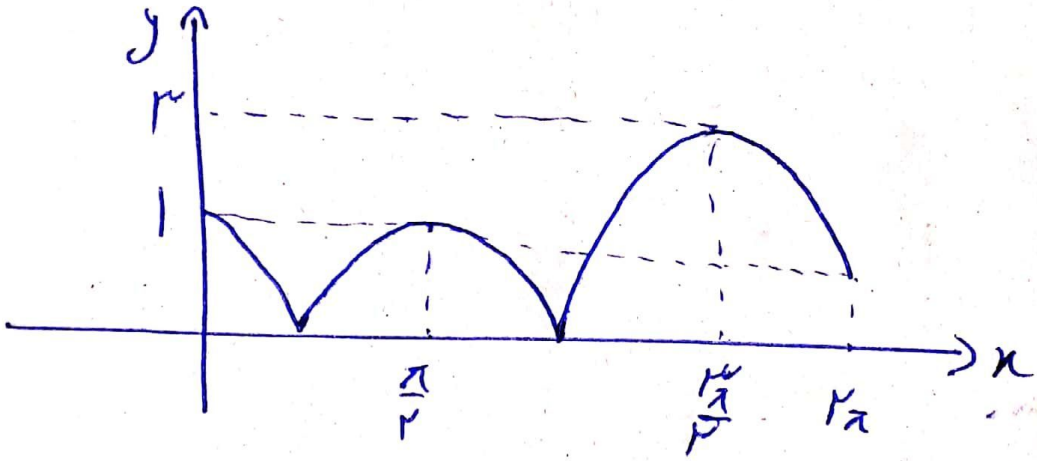
$f(x)=|2\sin x-1| \rightarrow T=\frac{\pi}{|1|}=\pi$

دوره‌ی تناوب

$\min=0$

$\max=3$





سؤال ۸

$$\frac{2\tan 10^\circ}{1+(\tan 10^\circ)^2}=\frac{\frac{2\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}}{1+\frac{\sin^2 10^\circ}{\cos^2 10^\circ}}=\frac{\frac{2\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}}{\frac{\cos^2 10^\circ+\sin^2 10^\circ}{\cos^2 10^\circ}}=\frac{2\sin 10^\circ\cos^2 10^\circ}{\cos 10^\circ(\underbrace{\sin^2 10^\circ+\cos^2 10^\circ}_{1})}$$

$$=2\sin 10^\circ\cos 10^\circ=2\sin 2\times 10^\circ=2\sin 30^\circ=2\times\frac{1}{2}=1$$

سؤال ۹

$\cos x-1=2\sin^2 x \Rightarrow \cos x=2\sin^2 x+1=3-2\cos^2 x$

$\Rightarrow \cos x=3-2\cos^2 x \Rightarrow 2\cos^2 x+\cos x-3=0 \xrightarrow{\cos x=t} 2t^2+t-3=0$

$\Delta=1-4(2)(-3)=1+24=25 \rightarrow t=\frac{-1\pm 5}{4}$

$t=\frac{-1+5}{4}=1$ ق ق

$t=\frac{-1-5}{4}=-\frac{3}{2}$ ق ق ق

$\cos x=1 \rightarrow x=2k\pi$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۰)

$P(x)=x^3-ax^2+bx-18 \longrightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

$\Rightarrow P(3)=0 \Rightarrow 27-9a+3b-18=0 \Rightarrow 3b-9a=-9 \xrightarrow{\div 3} \boxed{b-3a=-3}$

$\Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow P(2)=0 \Rightarrow 8-4a+2b-18=0$

$\Rightarrow 2b-4a=10 \xrightarrow{\div 2} \boxed{b-2a=5}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ b-2a=5 \end{cases} \oplus \Rightarrow a=8, b=21$ $\Rightarrow P(x)=x^3-8x^2+21x-18$

$\Rightarrow P(1)=1-8+21-18=-4$

سوال ۱۱)

$\begin{cases} f(-\frac{\pi}{6})=0 \longrightarrow a+b\times\sin\frac{\pi}{6}=0 \Rightarrow a+\frac{1}{2}b=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}b \Rightarrow \boxed{b=-2a} \\ max=3 \longrightarrow -|b|+a=3 \end{cases}$

$a=-\frac{b}{2}$

$\Rightarrow -|b|-\frac{b}{2}=3 \xrightarrow{b<0} b-\frac{b}{2}=3 \Rightarrow \frac{b}{2}=3 \Rightarrow \boxed{b=6}$

$\boxed{a=-\frac{6}{2}=-3}$

$\Rightarrow f(x)=-6\sin x-3$

$f(\frac{\pi}{3})=-6\times\sin\frac{\pi}{3}-3=-6\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3=-3\sqrt{3}-3$

سوال ۱۲)

۱) $\lim\limits_{x\to\pi^-}\frac{x-4}{\sin x}=\frac{\pi^--4}{\sin\pi^-}=\frac{\pi^--4}{0^+}=\frac{-0.14}{0^+}=-\infty$

۲) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{-9x-1}+8x}{-3x+\sqrt{16x^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{8x}{-3x+4(-x)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{8x}{-7x}=\frac{-8}{7}$

Scanned with CamScanner

(۱۴ مسئله)

$$\lim_{x\to 2} \frac{-2x+a}{x^2-ax+b} = +\infty \Rightarrow (x-2)^2 = x^2 - ax + b$$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - ax + b$$

$$\Rightarrow a = 4$$

$$b = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x+a}{x^2-4x+4} \rightarrow f(0) = \frac{a}{4}$$

(۱۳ مسئله)

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{(m-2)x^2 + nx^b + a} = 2 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 2}$$

$$\boxed{b = 3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2}{nx^2} = 2 \Rightarrow \boxed{n = 1}$$

$$\Rightarrow m + nb = 2 + 1 \times 3 = a$$

(۱۵ مسئله)

a) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$

b) $\lim_{x\to(-2)^-} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(-x)} = \frac{1}{3}$

Scanned with CamScanner