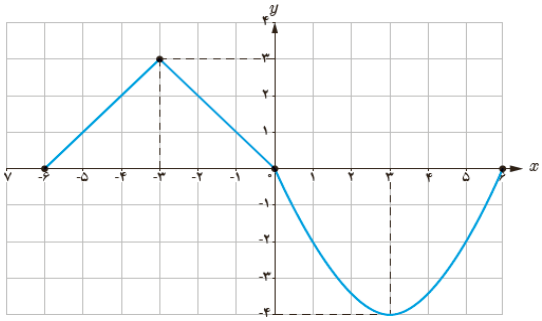
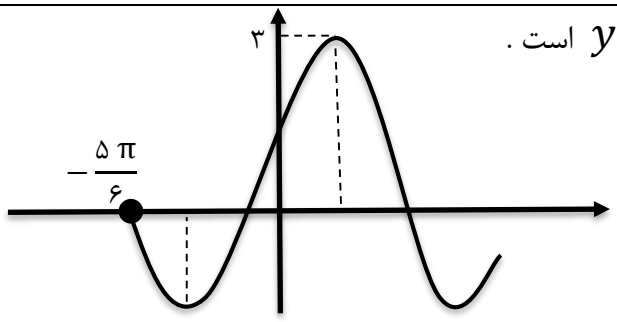
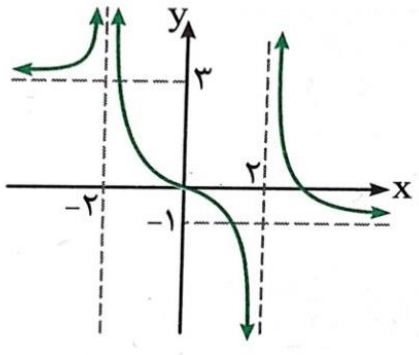
مشخصات دانش آموز	زمـــان امتحـــان	اداره استعدادهای درخشان آموزش و پرورش استان خوزستان	نمـــره امتحـــان	
نام :	تاریخ : ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۰		نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۰۰ : ۰۸		نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : **دوادهم تجربی**	مدت : ۱۲۰ دقیقه	**«آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»**	نام دبیر :	
شماره :	نام درس : **ریاضی ۳**	**نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱**	امضا :	

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید الف)تابع $y=-\tan \pi x$ در بازه $\left(\frac{۱}{۲}\text{و}-\frac{۱}{۲}\right)$ اکیدا نزولی است ب) اگر $f=\{(۲-\text{و}۱)\text{و}(۵\text{و}۴-)\text{و}(۵\text{و}۴)\}$ آنگاه $f^{-۱}(۵)=۴$	۰/۵
۲	در نمودار تابع $y=\lvert x+۱\rvert+\lvert x-۲\rvert$ بازه های صعودی و نزولی را تعیین کنید. (با رسم شکل)	۱/۵
۳	نمودار تابع f درشکل زیر رسم شده است . نمودار تابع $g(x)=-f(۲x+۱)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمائید. 	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x+۳}$ و $fog(x)=\frac{x^{۲}-۱}{x^{۲}+۱}$ باشند ، ضابطه تابع $g(x-۲)$را تعیین کنید؟	۱/۵
۵	اگر $f^{-۱}$ اکیدا نزولی باشد و $D_f=\mathbb{R}$ ، مجموعه جواب نامعادله $f(x^{۲})<f(x^{۳})$ را مشخص کنید	۱/۲۵
۶	توابع $f(x)=\sqrt{۳x+۶}$ و $g(x)=\frac{۳x}{x-۲}$ داده شده اند. الف : دامنه fog را با استفاده از تعریف بدست آورید ب : ضابطه $(fog)(x)$ را تشکیل بدهید.	۱/۷۵
۷	دوره تناوب و مقادیر اکسترمم را برای تابع داده شده مشخص کرده . و نمودار آن را رسم کنید $f(x)=\lvert ۲\sin x-۱\rvert$	۱/۵
۸	حاصل عبارت را بدست آورید $\frac{۲\tan ۱۵^{\circ}}{۱+(\tan ۱۵^{\circ})^{۲}}$	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۹	معادله زیر را حل کنید. وجوابهای کلی را بنویسید $cosx - ۱ = ۲sin^۲x$	۱/۵
۱۰	اگر چند جمله ای $P(x) = x^۳ - ax^۲ + bx - ۱۸$ بر $x - ۳$ و $x - ۲$ بخش پذیر باشد ،باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - ۱$ را بدست آورید.	۱
۱۱	شکل روبرو بخشی از نمودار تابع $y = a - b\ sin\ x$ است . مقدار تابع در $\frac{\pi}{۳}$ را حساب کنید . 	۱
۱۲	حاصل حدهای زیررا بدست آورید. الف) $\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt[۳]{x}} =$ ب) $\lim_{x\to \pi^-} \frac{x-۴}{\sin x} =$ ج) $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{-۹x-۱}+۸x}{-۳x+\sqrt{۱۶x^۲+۱}}$	۲/۵
۱۳	اگر $\lim_{x\to ۲} f(x) = +\infty$ و $f(x) = \frac{-۲x+۵}{x^۲-ax+b}$ مقدار $f(۰)$ را بدست آورید.	۱
۱۴	اگر $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x^۳-۳x+۱}{(m-۲)x^۴+nx^b+۵} = ۲$ باشد، حاصل $m + nb$ را بدست آورید	۱
۱۵	با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید  $a)\ \lim_{x\to ۲^+} fof(x) =$ b) $\lim_{x\to -۲^-} f(x) =$ $c)\ \lim_{x\to +\infty} \frac{۱}{f(-x)} =$	۱/۵
	جمع	۲۰

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ (تجربی) - شهریور ۱۴۰۱ - اردبیل تاریخ امتحان: ۱۰/۰۱/۱۴۰۱ احسان غنی زاده

سوال ۱)

$f(x)=\sqrt{x+2} \rightarrow D_f = x \geq -2$

$g(x)=\sqrt{x^2-16} \rightarrow D_g = x \geq 4 \text{ یا } x \leq -4$

$y=f(g(x))=f(\sqrt{x^2-16})=\sqrt{x^2-16+2}=\sqrt{x^2-14}$

$D_{g\circ f}=\{x \mid x\in D_f, f(x)\in D_g\} \Rightarrow D_{g\circ f}=\{x \geq -2 \cap \sqrt{x+2} \geq 4\}$

$\Rightarrow x+2 \geq 16 \Rightarrow \boxed{x \geq 14} \Rightarrow D_{g\circ f}=[14,+\infty)$

سوال ۲)

$y=g\circ f=g(f(x))=g(3x-[3x])=(3x-[3x])^2+4(3x-[3x])$

$0 \leq 3x-[3x]<1$

$0 \leq 4(3x-[3x])<4 \longrightarrow R_{g\circ f}=[0,8)$

سوال ۳)

$y=(a-x)(x^2+bx+c) \xrightarrow[y=0]{x=0} ac=0$

$f(-1)=1 \rightarrow (a+1)(1-b+c)=1$

$\Rightarrow (a+1)(1-b+c)=1$

$y=ax^2+abx+ac-x^3-bx^2-cx=-x^3+(a-b)x^2+(ab-c)x+ac$

$\Rightarrow a-b=-3$

$\xrightarrow[b=3]{a=0} 1\times(1-3+c)=1 \Rightarrow c-2=1 \Rightarrow c=3$

Scanned with CamScanner

سوال ۳)

$f(x)=(k^2-9)x^3+5 \rightarrow k^2-9<0 \Rightarrow k^2<9 \Rightarrow -3<k<3$

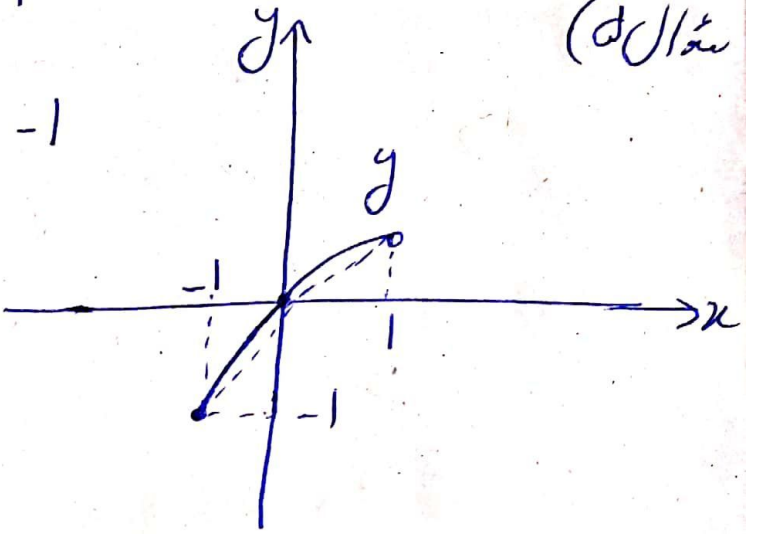
$\Rightarrow k=\{-2,-1,0,1,2\} \Rightarrow$ مجموع مقادیر k $= -2-1+1+2=0$

سوال ۵)

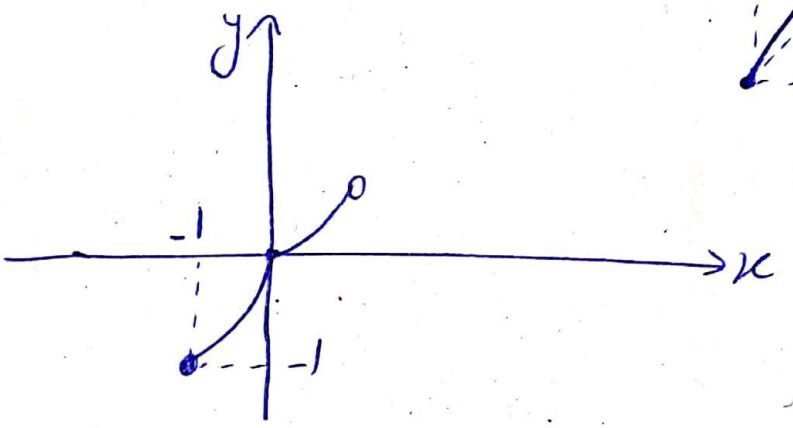
$y=[x]+\sqrt{x-[x]} \quad -1\le x<1$

$-1\le x<0 \rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=\sqrt{x+1}-1$

$0\le x<1 \rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=\sqrt{x}$



وارون نسبت به $y=x$



سوال ۴)

$f(x)=\dfrac{2^4\cos^2 x\cos^2 2x\cos^4 4x\cos^2 8x\cos^2 16x\ x\sin^2 x}{\sin^2 2x}$

$\Rightarrow f(x)=2^4 \times \frac{1}{4}\sin^2 2x\cos^2 2x\cos^4 4x\cos^2 8x\cos^2 16x\times\frac{1}{\sin^2 x}$

$\Rightarrow f(x)=8\times\frac{1}{4}\sin^4 2x\cos^2 4x\cos^2 8x\cos^2 16x\times\frac{1}{\sin^2 x}$

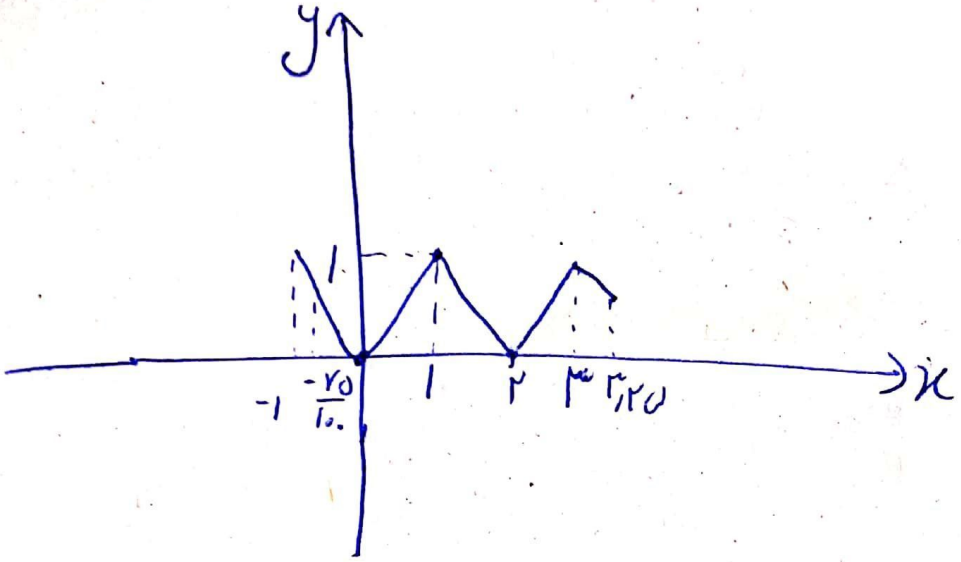
$\Rightarrow f(x)=2\times\frac{1}{4}\sin^2 8x\cos^2 8x\cos^2 16x\times\frac{1}{\sin^2 x}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\sin^2 16x\cos^2 16x\times\frac{1}{\sin^2 x}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}\sin^2 32x\times\frac{1}{\sin^2 x}=\frac{1}{32}\times\sin^2\frac{32\pi}{33}\times\frac{1}{\sin^2\frac{2\pi}{33}}=\frac{1}{32}\times\frac{2}{\pi}\times\frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{33}}$

$=\frac{33}{128}\times\frac{1}{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}=\frac{16}{128}\times\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

Scanned with CamScanner

سوال ۲)



$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{32} + \frac{9}{32} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

سوال ۳)

$$y = a + \sin b\pi x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = 4 \rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = 3 \rightarrow y = a - \sin \frac{\pi x}{2} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow y = -\sin \frac{\pi x}{2} + 3$$

$$\rightarrow y\left(\frac{2.5}{3}\right) = -\sin \frac{1}{2}\pi \times \frac{2.5}{3} + 3 = -\sin \frac{2.5\pi}{6} + 3 = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۰)

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=1$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=1 \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=1$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\cos^2\pi$$

$$\Rightarrow \pi=k\pi\pm\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\Rightarrow\begin{cases}\pi=k\pi+\frac{\pi}{6}-x \Rightarrow x=k\pi-\frac{5\pi}{6}\\ \pi=k\pi-\frac{\pi}{6}+x\end{cases}$$

سوال ۱۴)

$$\sqrt{a}+\sqrt{1}-2=0\rightarrow\sqrt{a}-1=0\Rightarrow a=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}-2}{x^2}=b$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}-2}{x^2}\times\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{1-x^2}-1\right)}{x^2\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{1-x^2}-1\right)\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)}{x^2\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2\right)\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{-2x^2}{x^2(2)(2)}=\frac{-1}{2}=b$$

سوال ۱۱)

۱) $\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{\sin x-\tan x}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

۲) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x-\sqrt{x}}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

۳) $\lim_{n\to+\infty}\cos\frac{n\pi}{2}=+\infty$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۴)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{a^{100}x^{100}}}{a^{2q}x^{k}-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{a^{50}x^{50}}{a^{2q}x^{k}}=-1 \Rightarrow \begin{cases} k=50 \\ a=-1 \end{cases}$$

سوال ۱۵)

$$y=\sqrt[3]{x} \longrightarrow \lim \sqrt[3]{x}$$

$$y'=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt[3]{x+h}-\sqrt[3]{x}}{h}\times\frac{\sqrt[3]{(x+h)^2}+\sqrt[3]{x^2+hx}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{(x+h)^2}+\sqrt[3]{x^2+hx}+\sqrt[3]{x^2}}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{x+h-x}{h\left(\sqrt[3]{(x+h)^2}+\sqrt[3]{x^2+hx}+\sqrt[3]{x^2}\right)}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

Scanned with CamScanner