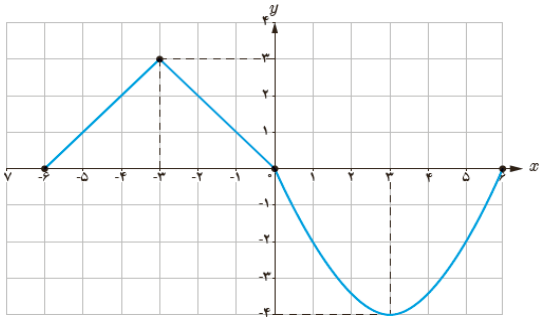
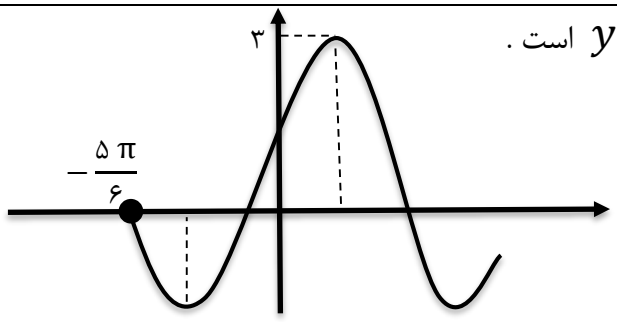
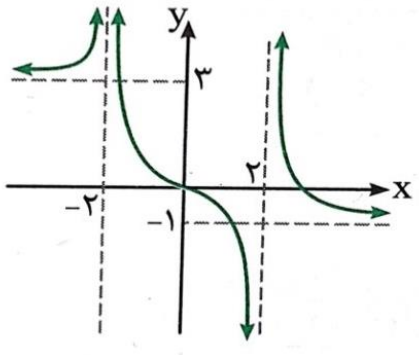
مشخصات دانش آموز	زمـــان امتحـــان	اداره استعدادهای درخشان آموزش و پرورش استان خوزستان	نمـــره امتحـــان	
نام :	تاریخ : ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۰		نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۰۰ : ۰۸		نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : **دوادهم تجربی**	مدت : ۱۲۰ دقیقه	**«آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»**	نام دبیر :	
شماره :	نام درس : **ریاضی ۳**	**نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱**	امضا :	

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید الف)تابع $y=-\tan \pi x$ در بازه $\left(\frac{۱}{۲}\text{و}-\frac{۱}{۲}\right)$ اکیدا نزولی است ب) اگر $f=\{(۲-\text{و}۱)\text{و}(۵\text{و}۴-)\text{و}(۵\text{و}۴)\}$ آنگاه $f^{-۱}(۵)=۴$	۰/۵
۲	در نمودار تابع $y=\lvert x+۱\rvert+\lvert x-۲\rvert$ بازه های صعودی و نزولی را تعیین کنید. (با رسم شکل)	۱/۵
۳	نمودار تابع f درشکل زیر رسم شده است . نمودار تابع $g(x)=-f(۲x+۱)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمائید. 	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x+۳}$ و $fog(x)=\frac{x^{۲}-۱}{x^{۲}+۱}$ باشند ، ضابطه تابع $g(x-۲)$را تعیین کنید؟	۱/۵
۵	اگر $f^{-۱}$ اکیدا نزولی باشد و $D_f=\mathbb{R}$ ، مجموعه جواب نامعادله $f(x^{۲})<f(x^{۳})$ را مشخص کنید	۱/۲۵
۶	توابع $f(x)=\sqrt{۳x+۶}$ و $g(x)=\frac{۳x}{x-۲}$ داده شده اند. الف : دامنه fog را با استفاده از تعریف بدست آورید ب : ضابطه $(fog)(x)$ را تشکیل بدهید.	۱/۷۵
۷	دوره تناوب و مقادیر اکسترمم را برای تابع داده شده مشخص کرده . و نمودار آن را رسم کنید $f(x)=\lvert ۲\sin x-۱\rvert$	۱/۵
۸	حاصل عبارت را بدست آورید $\frac{۲\tan ۱۵^{\circ}}{۱+(\tan ۱۵^{\circ})^{۲}}$	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۹	معادله زیر را حل کنید. وجوابهای کلی را بنویسید $cosx - ۱ = ۲sin^۲x$	۱/۵
۱۰	اگر چند جمله ای $P(x) = x^۳ - ax^۲ + bx - ۱۸$ بر $x - ۳$ و $x - ۲$ بخش پذیر باشد ،باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - ۱$ را بدست آورید.	۱
۱۱	شکل روبرو بخشی از نمودار تابع $y = a - b\ sin\ x$ است . مقدار تابع در $\frac{\pi}{۳}$ را حساب کنید . 	۱
۱۲	حاصل حدهای زیررا بدست آورید. الف) $\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt[۳]{x}} =$ ب) $\lim_{x\to \pi^-} \frac{x-۴}{\sin x} =$ ج) $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{-۹x-۱}+۸x}{-۳x+\sqrt{۱۶x^۲+۱}}$	۲/۵
۱۳	اگر $\lim_{x\to ۲} f(x) = +\infty$ و $f(x) = \frac{-۲x+۵}{x^۲-ax+b}$ مقدار $f(۰)$ را بدست آورید.	۱
۱۴	اگر $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x^۳-۳x+۱}{(m-۲)x^۴+nx^b+۵} = ۲$ باشد، حاصل $m + nb$ را بدست آورید	۱
۱۵	با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید  $a)\ \lim_{x\to ۲^+} fof(x) =$ b) $\lim_{x\to -۲^-} f(x) =$ $c)\ \lim_{x\to +\infty} \frac{۱}{f(-x)} =$	۱/۵
	جمع	۲۰

بنام خدا

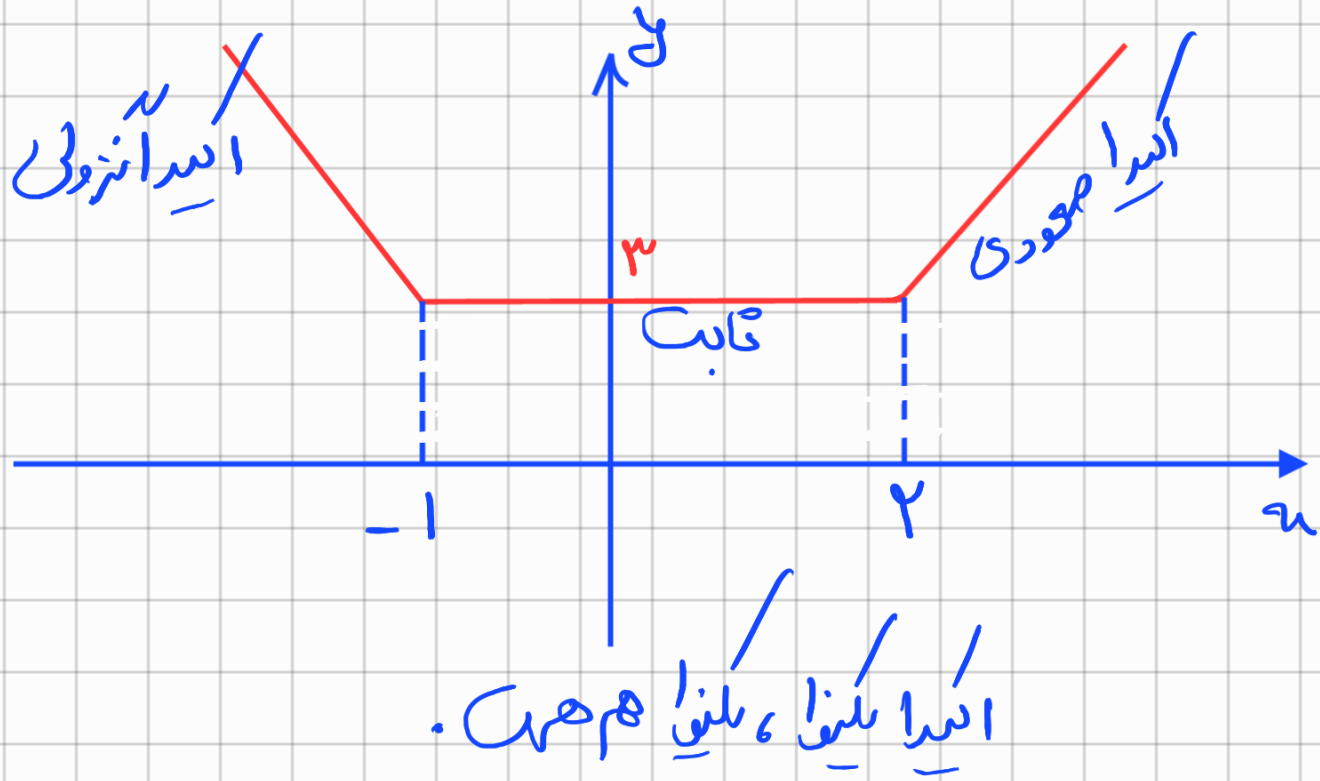
نوید مان فتح اللهی

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید الف)تابع $y=-\tan \pi x$ در بازه $\left(\frac{۱}{۲}\text{و}-\frac{۱}{۲}\right)$ اکیدا نزولی است ص ب) اگر $f=\{(۲-\text{و}۱)\text{و}(۵\text{و}۴-)\text{و}(۵\text{و}۴)\}$ آنگاه $f^{-۱}(۵)=۴$ غ	۰/۵

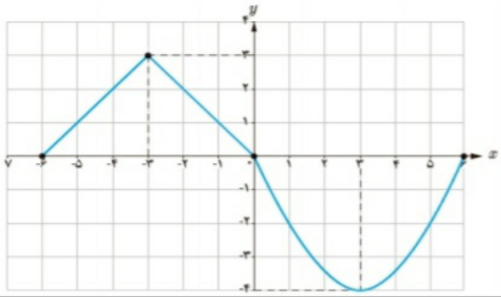
۲	در نمودار تابع $y=\lvert x+۱\rvert+\lvert x-۲\rvert$ بازه های صعودی و نزولی را تعیین کنید. (با رسم شکل)	۱/۵

صعودی: $[۲,+\infty)$ ثابت: $[-۱,۲]$ نزولی: $(-\infty,-۱]$

$$y=\begin{cases}-۲x+۱ & x\leq -۱ \\ ۳ & -۱<x<۲ \\ ۲x-۱ & x\geq ۲\end{cases}$$

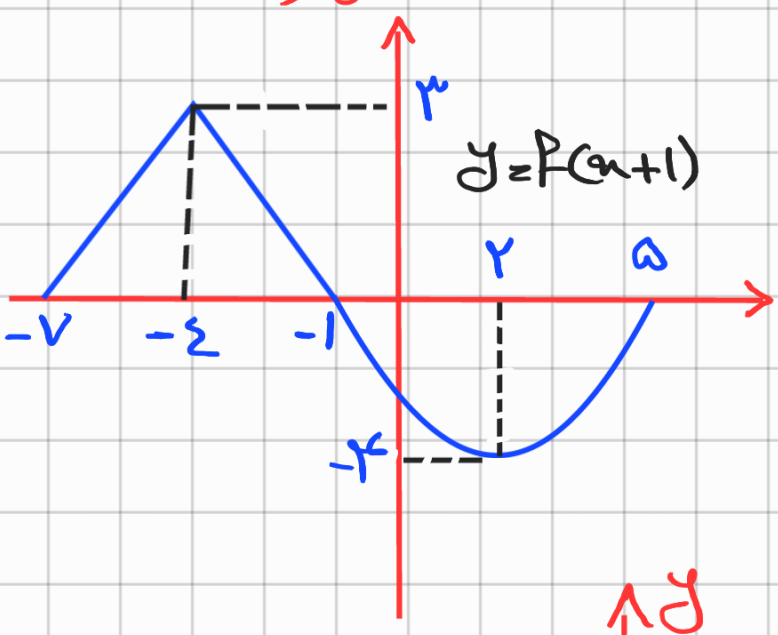


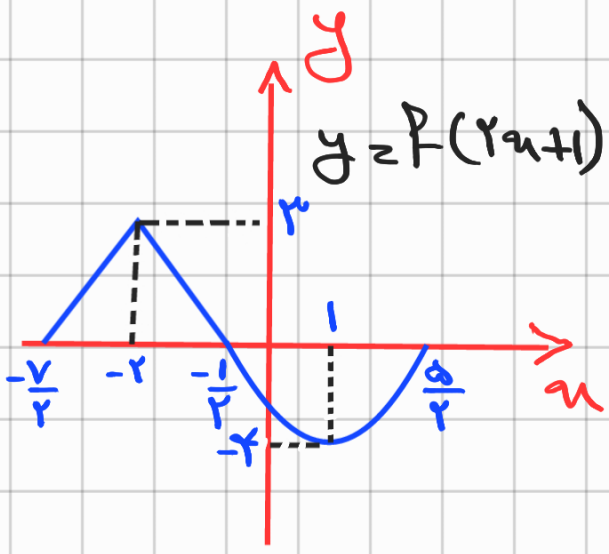
اکیدا یکنوا، یکنوا هم هست.

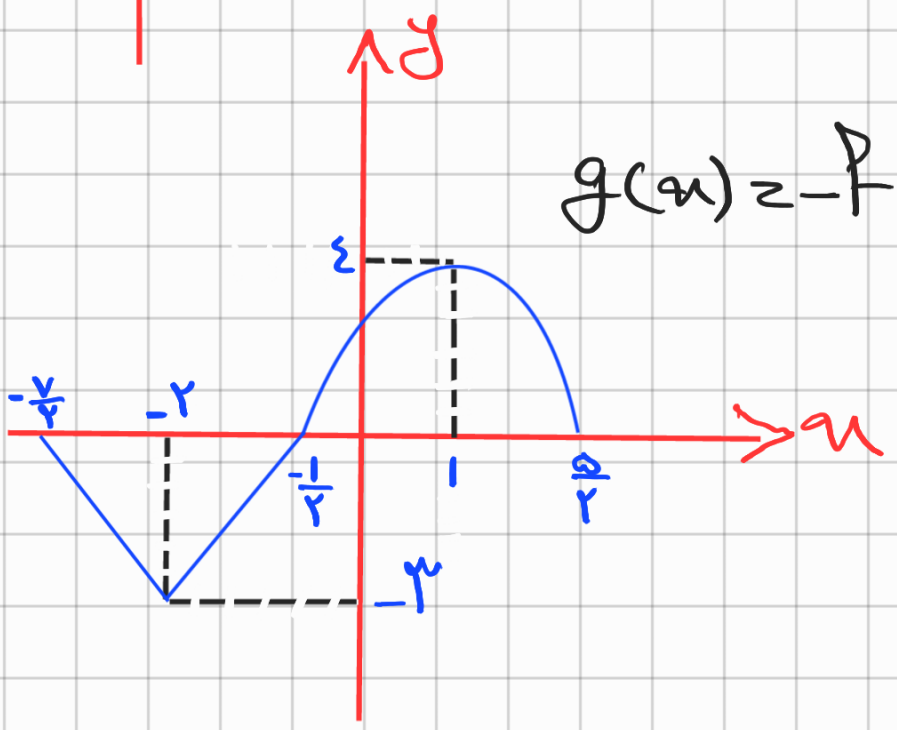
۳	نمودار تابع f درشکل زیر رسم شده است . نمودار تابع $g(x) = -f(۲x + ۱)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمائید. 	۱/۵

$f(x) \xrightarrow[\text{چپ}]{\text{یک واحد}} f(x+1) \xrightarrow[\text{ضعف می‌کنم}]{\text{طول نقطه}} f(۲x+1)$

$\xrightarrow[\text{حول محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} -f(۲x+1)$







۴	اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x+۳}$ و $fog(x)=\frac{x^۲-۱}{x^۲+۱}$ باشند ، ضابطه تابع $g(x-۲)$را تعیین کنید؟	۱/۵

$$f(g(x))=\frac{g-1}{g+2}=\frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$(g-1)(x^2+1)=(g+2)(x^2-1)$$

$$gx^2+g-x^2-1=gx^2-g+2x^2-2$$

$$2g=2x^2-2 \longrightarrow g(x)=2x^2-1$$

$$g(x-2)=2(x-2)^2-1$$

۵	اگر f^{-1} اکیدا نزولی باشد و $D_f = \mathbb{R}$ ، مجموعه جواب نامعادله $f(x^2) < f(x^3)$ را مشخص کنید	۱/۲۵

اگر f^{-1} اکیدا نزولی باشد تابع f هم اکیدا نزولی است.

f اکیدا نزولی $\xrightarrow{}$ $f(x^2) < f(x^3) \longrightarrow x^2 > x^3$

$x^2 - x^3 > 0 \longrightarrow x^2(1-x) > 0$

		0		1	
x^2	+	0	+		+
$1-x$	+		+	0	−
	⊕		⊕		⊖
	ج		ج		

جواب: $(-\infty, 1) - \{0\}$

۶	توابع $f(x)=\sqrt{۳x+۶}$ و $g(x)=\frac{۳x}{x-۲}$ داده شده اند.	۱/۷۵
	الف : دامنه fog را با استفاده از تعریف بدست آورید ب : ضابطه $(fog)(x)$ را تشکیل بدهید.	

الف)

$D_f: ۳x+۶ \geq ۰ \rightarrow x \geq -۲$

$D_g: \mathbb{R}-\{۲\}$ $\quad D_{fog}=\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

$D_{fog}=\{x \in \mathbb{R}-\{۲\} \mid \frac{۳x}{x-۲} \in x \geq -۲\}$

$\frac{۳x}{x-۲} \geq -۲ \rightarrow \frac{۳x}{x-۲}+۲ \geq ۰$

$\frac{۳x+۲x-۴}{x-۲} \geq ۰$ $\quad \frac{۵x-۴}{x-۲} \geq ۰$

		$\frac{۴}{۵}$		۲	
$۵x-۴$	−	۰	+		+
$x-۲$	−		−	۰	+
	+		−		+

ج۰ ، ثانی ، ج

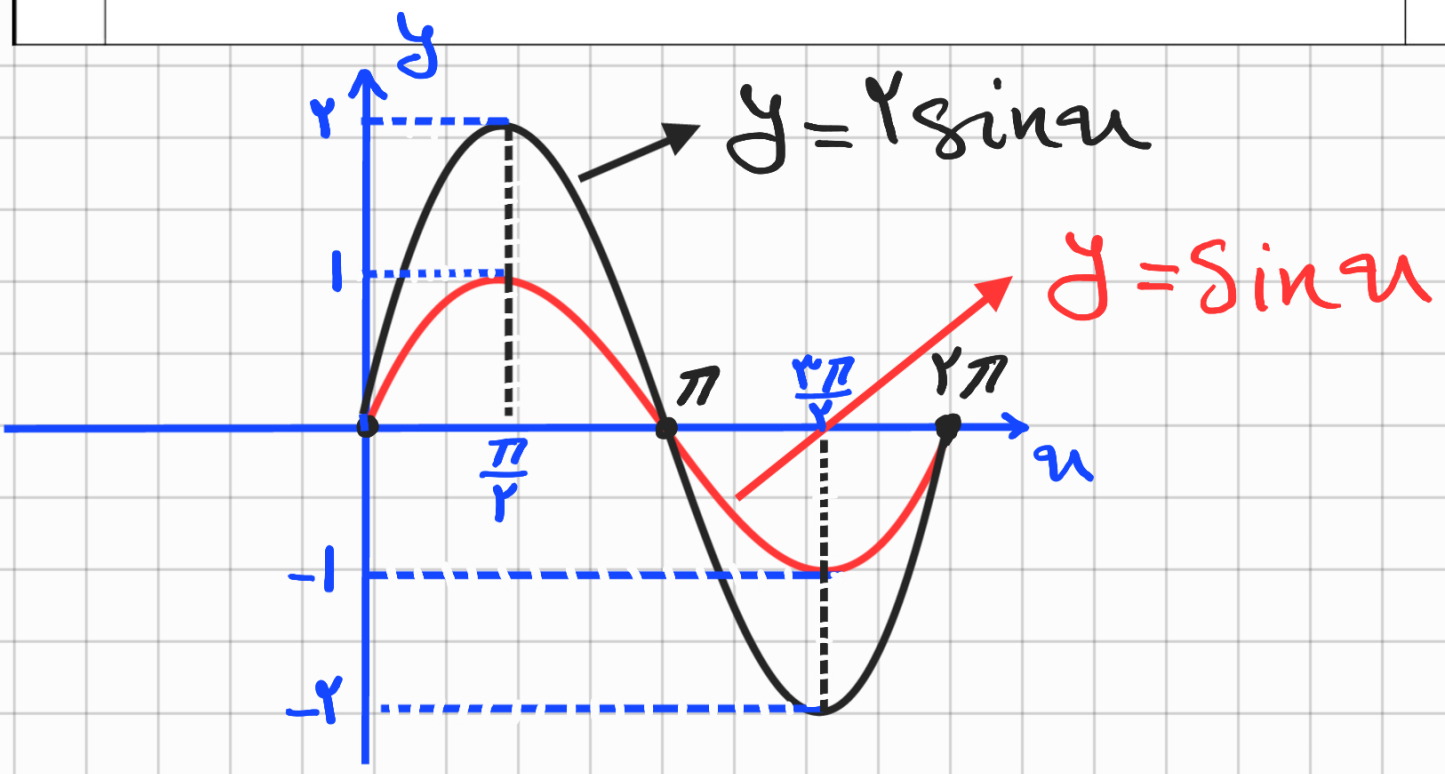
$D_{fog}=(-\infty, \frac{۴}{۵}] \cup (۲, +\infty)$

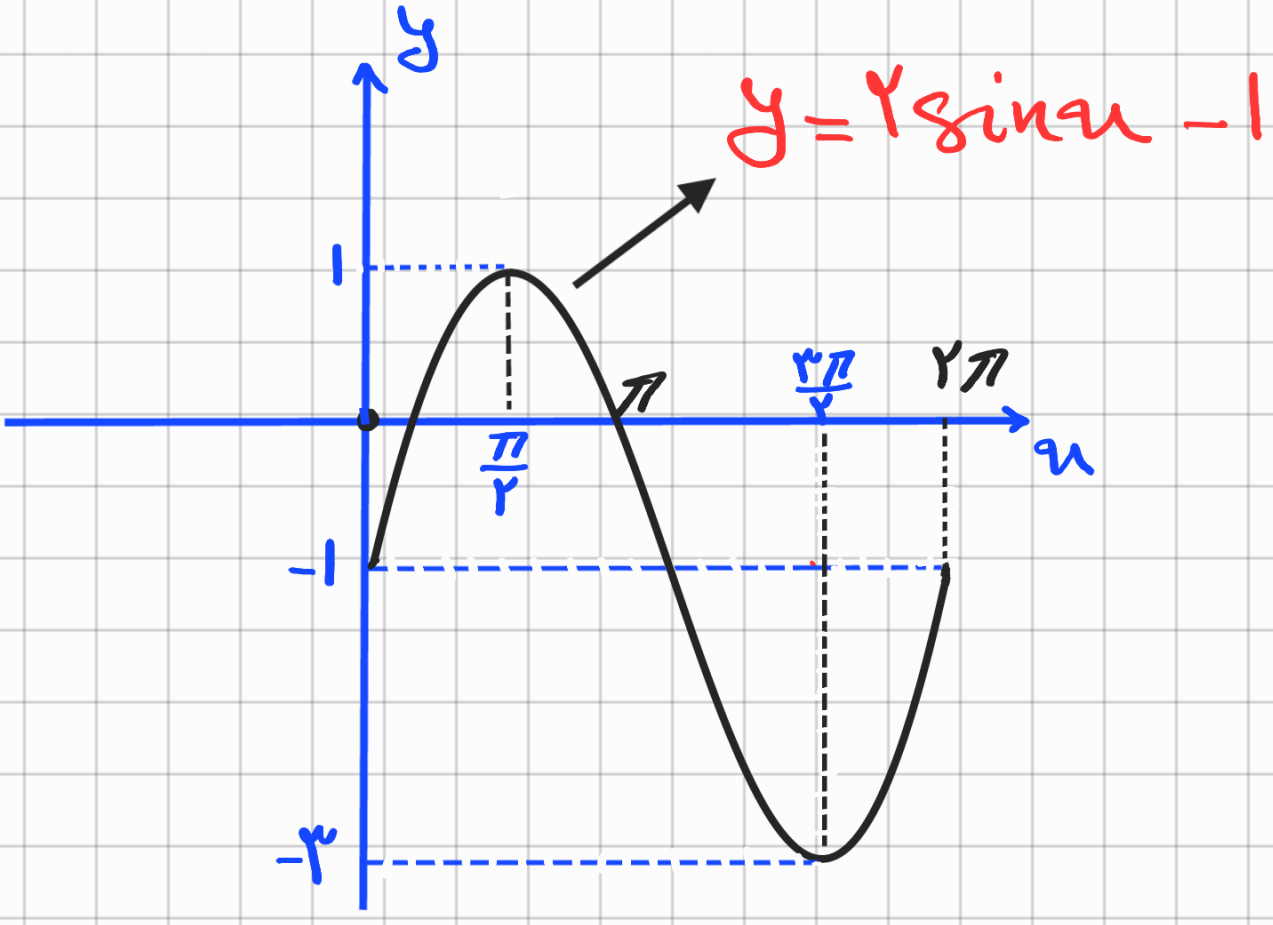
ب)

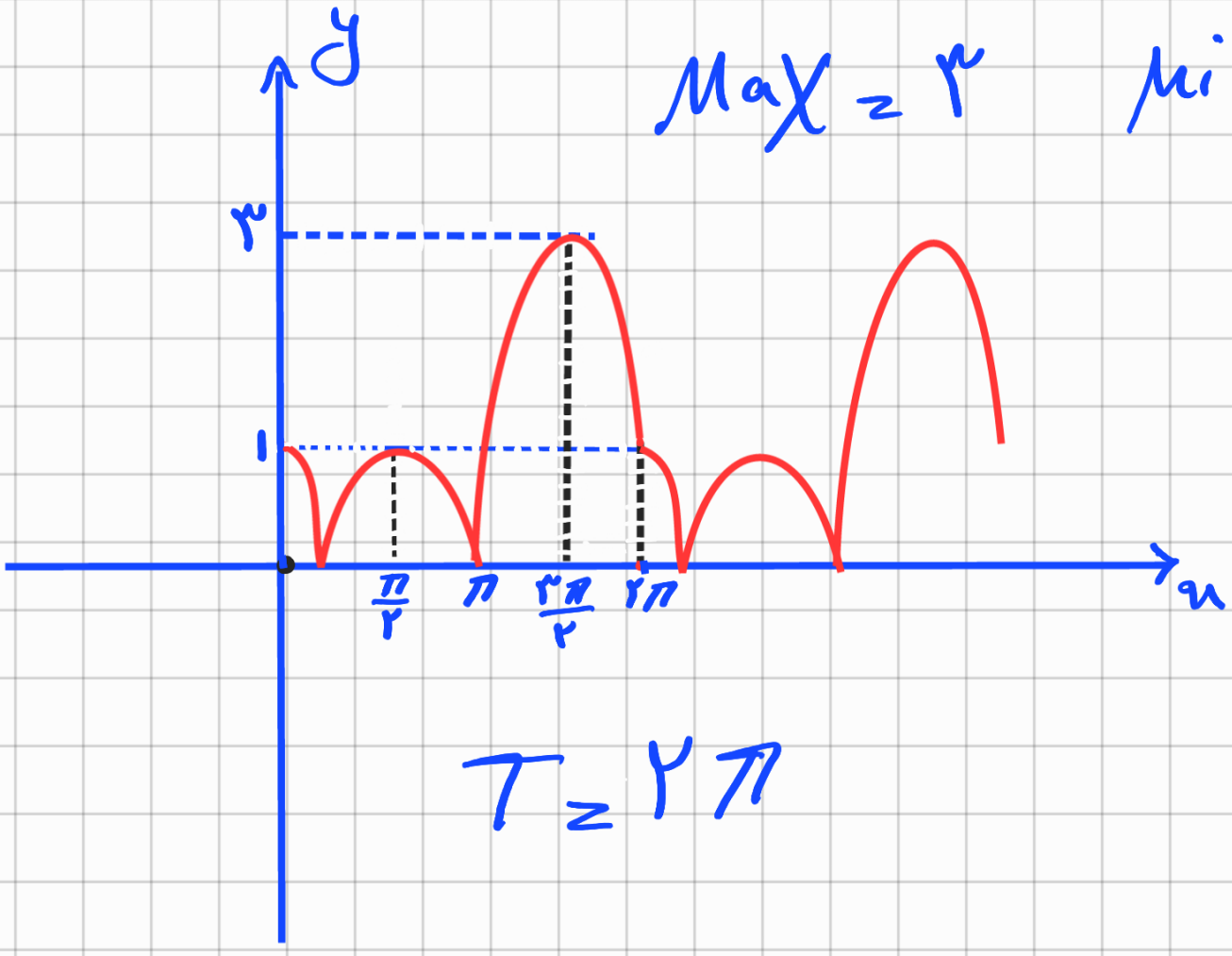
$(fog)(x)=f(g(x))=\sqrt{۳(\frac{۳x}{x-۲})+۶}$

$(fog)(x)=\sqrt{\frac{۹x}{x-۲}+۶}$

۷	دوره تناوب و مقادیر اکسترمم را برای تابع داده شده مشخص کرده . و نمودار آن را رسم کنید $f(x) = \lvert ۲\sin x - ۱\rvert$	۱/۵

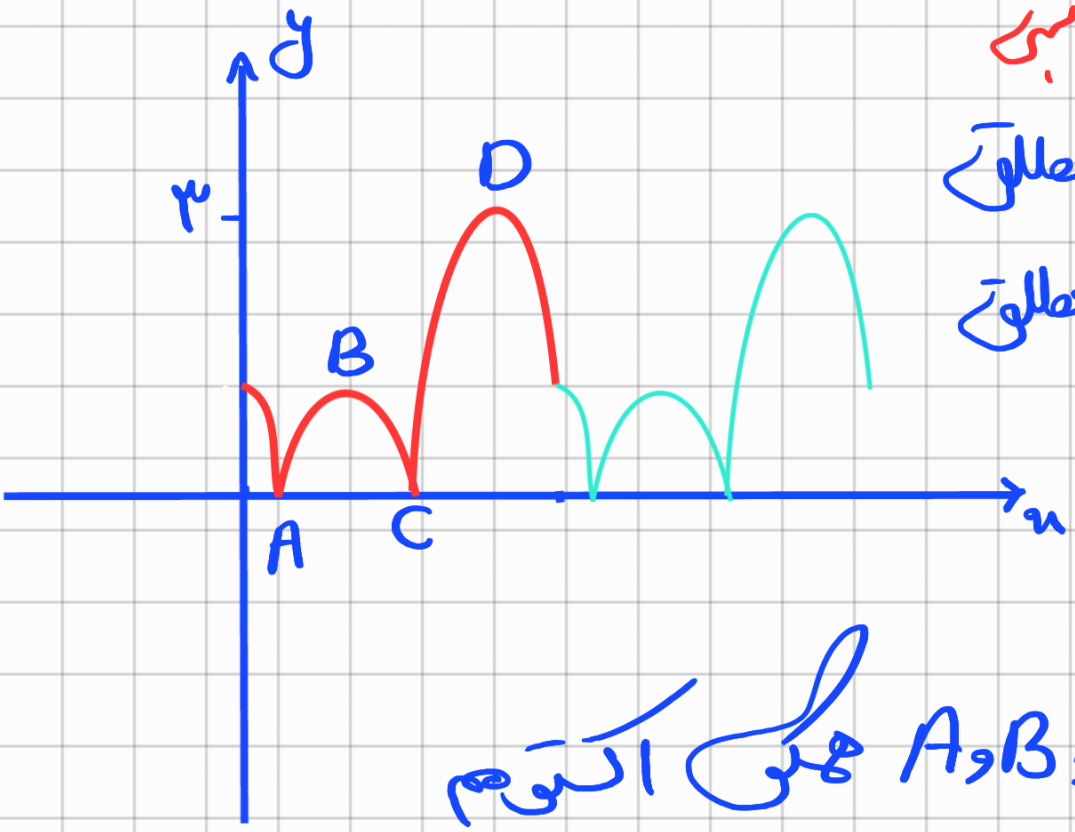






$Max = ۳$ $\quad Min = ۰$

$T = ۲\pi$



نقاط max نسبی: B, D

نقاط Min نسبی: A, C

max مطلق: D

Min مطلق: A, C

نقاط A, B, C, D روی این تابع هستند.

۸	حاصل عبارت را بدست آورید	۱

$$\frac{۲\tan ۱۵^\circ}{۱+(\tan ۱۵^\circ)^۲}$$

روش اول:

$$\frac{۲\tan ۱۵^\circ}{۱+\tan^۲ ۱۵^\circ} = \frac{۲\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{۱+\frac{\sin^۲ ۱۵^\circ}{\cos^۲ ۱۵^\circ}}$$

$$= \frac{\frac{۲\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{\frac{\cos^۲ ۱۵^\circ + \sin^۲ ۱۵^\circ}{\cos^۲ ۱۵^\circ}} = \frac{۲\sin ۱۵^\circ \cos^۲ ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ \times ۱}$$

$$= ۲\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ = \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$$

روش دوم:

$$\sin ۲\alpha = \frac{۲\tan \alpha}{۱+\tan^۲ \alpha}$$

$$\frac{۲\tan ۱۵^\circ}{۱+\tan^۲ ۱۵^\circ} = \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$$

۹	معادله زیر را حل کنید. وجوابهای کلی را بنویسید	$cosx - ۱ = ۲sin^۲x$	۱/۵

$$\cos 2x - 1 = 2(1 - \cos^2 x) = 2 - 2\cos^2 x$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos x = 1 \longrightarrow x = 2k\pi$$

$$\cos x = \frac{2}{2} \quad \times$$

۱۰	اگر چند جمله ای $P(x) = x^۳ - ax^۲ + bx - ۱۸$ بر $x - ۳$ و $x - ۲$ بخش پذیر باشد ،باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - ۱$ را بدست آورید.		۱

$x=2$ ↙ ↘ $x=3$

↘ $x=1$

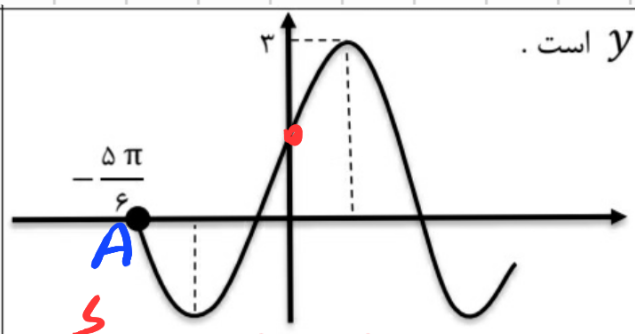
$$P(2) = 27 - 9a + 3b - 18 = 0 \longrightarrow 3a - b = 3$$

$$P(2) = 8 - 4a + 2b - 18 = 0 \longrightarrow b - 2a = 5$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 21 \end{cases} \longrightarrow P(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$$

$$P(1) = 1 - 8 + 21 - 18 = -4$$

۱۱ شکل روبرو بخشی از نمودار تابع $y = a - b\sin x$ است.
مقدار تابع در $\frac{\pi}{۳}$ را حساب کنید.



در محل عرض از مبدأ اصولی $\rightarrow$ $-b\times(۱)>۰ \longrightarrow b<۰$ (صرفِ $\sin x$)

اگر

$\max = ۳ \rightarrow a+|-b|=۳ \xrightarrow[|-b|=-b]{b<۰} a-b=۳$

$A(-\frac{۵\pi}{۶},۰) \xrightarrow{\text{صدق}} ۰ = a-b\sin(-\frac{۵\pi}{۶})$

$a+\frac{b}{۲}=۰ \rightarrow b=-۲a$

$a-b=۳ \xrightarrow{b=-۲a} ۳a=۳ \longrightarrow a=۱ \rightarrow b=-۲$

$y=۱+۲\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۳}} y=۱+۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲})$

$y=۱+\sqrt{۳}$

۱۲ | حاصل حدهای زیررا بدست آورید.

الف) $\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt[۳]{x}} =$ وجود ندارد → $\sqrt{-۱}$ تعریف نشده

ب) $\lim_{x\to \pi^-} \frac{x-۴}{\sin x} = \frac{\pi-۴}{\sin \pi^-} = \frac{\text{عدد منفی}}{۰^+} = -\infty$

ج) $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{-۹x-۱}+۸x}{-۳x+\sqrt{۱۶x^۲+۱}} = \lim_{n\to -\infty} \frac{۸n}{-۳n+۴|n|}$

$= \lim_{n\to -\infty} \frac{۸n}{-۳n-۴n} = \lim_{n\to -\infty} \frac{۸n}{-۷n} = -\frac{۸}{۷}$

۱۳	اگر $\lim_{x\to ۲} f(x) = +\infty$ و $f(x) = \frac{-۲x+۵}{x^۲-ax+b}$ مقدار $f(۰)$ را بدست آورید.	۱

$$\lim_{x\to ۲} \frac{-۲x+۵}{x^۲-ax+b} = \frac{-۴+۵}{۴-۲a+b} = +\infty$$

حد کسر با ازای صفر است. پس $x=۲$ باید ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$x^۲-ax+b = (x-۲)^۲ = x^۲-۴x+۴$$

$$a=۴,\quad b=۴ \rightarrow f(x) = \frac{-۲x+۵}{x^۲-۴x+۴}$$

$$f(۰) = \frac{۵}{۴}$$

۱۴	اگر $\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x^{۳}-۳x+۱}{(m-۲)x^{۴}+nx^{b}+۵}=۲$ باشد، حاصل $m+nb$ را بدست آورید	۱

صورت و مخرج کسر باید هم درجه باشند. درجه صورت کسر ۳ است پس مخرج هم باید از درجه ۳ باشد.

$$m-۲=۰ \rightarrow m=۲ \quad , \quad b=۳$$

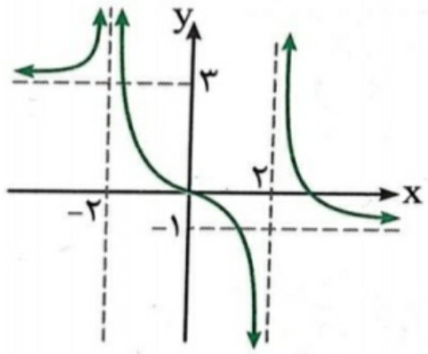
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x^{۳}-۳x+۱}{nx^{۳}+۵}=۲$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x^{۳}}{nx^{۳}}=\frac{۲}{n}=۲ \rightarrow n=۱$$

$$m+nb=۲+(۱)(۳)=۵$$

۱/۵

۱۵ با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید



a) $\lim_{x\to ۲^+} fof(x) =$

b) $\lim_{x\to -۲^-} f(x) =$

c) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۱}{f(-x)} =$

a) $f(f(۲^+)) = f(+\infty) = -1$

b) $\lim_{u\to (-۲)^-} f(u) = f((-۲)^-) = +\infty$

c) $\lim_{u\to +\infty} \frac{1}{f(-u)} = \frac{1}{f(-\infty)} = \frac{1}{۳}$

fathollahi_math