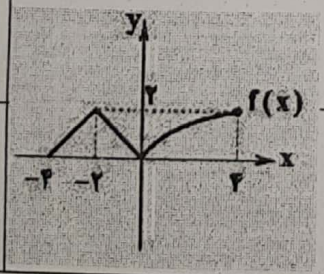
جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

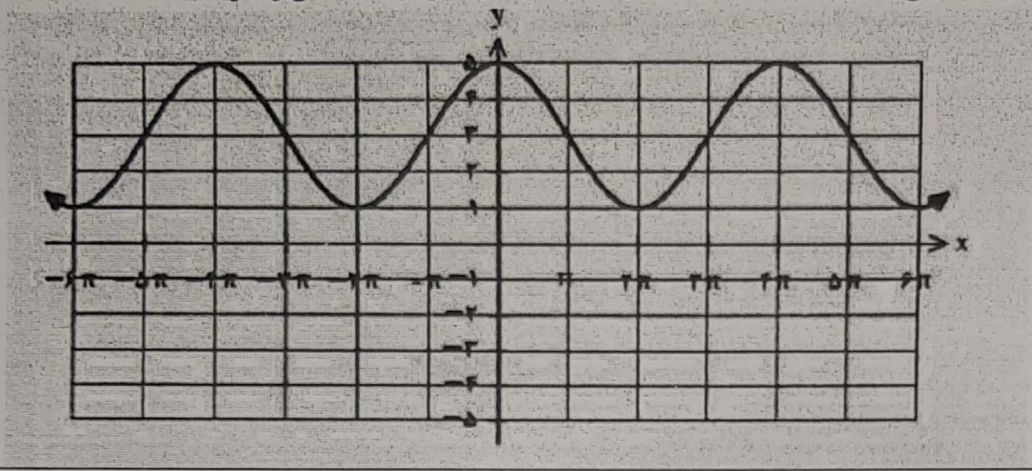
سازمان آموزش و پرورش استان مازندران

سوال امتحان داخلی درس: **ریاضی ۳** پایه: **دوازدهم** رشته: **تجربی** دبیرستان **شهید بهشتی**

پایانی اول تاریخ امتحان ۴۰۰/۱۰/۱۱ ساعت شروع: **۸ صبح** مدت امتحان: **۹۰ دقیقه**

ردیف	شرح سوال	نمره
۱	کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟ الف : نمودار تابع $y=x^3$ برای تمام x های نا منفی بالای $y=x^2$ قرار دارد. درست نادرست ب: برد تابع $y=f(kx)$ همان برد تابع $y=f(x)$ است. درست نادرست	۱
۲	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف: تابع $h(x)=\sqrt[3]{x^2+5x+1}$ را می توان به صورت ترکیبی از دو تابع $f(x)=$..... و $g(x)=$..... در نظر گرفت. ب: اگر نقطه $A(-2,1)$ روی تابع $y=f(x)$ باشد مختصات نقطه A روی نمودار تابع $y=\frac{-1}{3}f(2x-1)$ برابر است با.....	۱
۳	ابتدا نمودار تابع f را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x)=\begin{cases}x^3 & x<0\\ 1 & 0\le x\le 1\\ x-1 & x>1\end{cases}$	۱/۵
۴	برای دو تابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ دامنه fog را با استفاده از تعریف دست آورید.	۱/۵
۵	ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید. در معادله $f(x)=\sqrt{3x+1}$ به ترتیب اعمال ، انبساط با ضریب $\frac{1}{3}$ در جهت محور x ها ، قرنیه نسبت به محور y ها ، انبساط عمودی با ضریب ۹، انتقال به اندازه ۲ واحد سمت y های منفی انجام شده است.	۱
۶	نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(2x)$ را رسم کنید. 	۱

Scanned with CamScanner

۷	اگر $f(x)=\frac{۱}{۸}x-۳$ و $g(x)=x^۳$ باشد، مقدار $g^{-۱}of^{-۱}(۵)$ را به دست آورید.	۱
۸	اگر $x\le\frac{۱}{۲}$ $y=x^۲-x$ ضابطه $f^{-۱}(x)$ را به دست آورید.	۱
۱۰	$\sin ۱۵^\circ$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر $\tan\alpha=-\frac{۱}{۲}$ و α زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\sin ۲\alpha+\cos ۲\alpha$ را به دست آورید؟	۱
۱۲	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y=a\cos bx+c$ است، با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید. 	۱/۵
۱۳	جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin ۲x-\sqrt{۳}\cos x=۰$ را به دست آورید.	۲
۱۴	مقادیر a,b را طوری به دست آورید که باقی مانده تقسیم چند جمله ای $p(x)=۳x^۳-ax^۲+bx+۲$ بر $x-۱$ برابر ۲ و بر $x+۲$ بخش پذیر باشد.	۱
۱۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to\left(\frac{-۱}{۲}\right)^+}\frac{۸x^۳+۱}{\lvert ۲x+۱\rvert}$ $\lim_{x\to ۸}\frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}}$	۱/۵
۱۶	حد توابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{۶}\right)^+}\frac{\cos x}{۲\sin x-۱}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x+\sqrt{۴x^۲+۵}}{۵-۲x\lvert x\rvert+\sqrt{x}}$	۱/۵
۱۷	در تابع با ضابطه ی $f(x)=\frac{۳-\sqrt{x^۲+۵}}{ax^n+۴}$، اگر $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{۱}{۲}$ باشد، آن گاه $\lim_{x\to ۲}f(x)$ کدام است؟	۱

موفق باشید

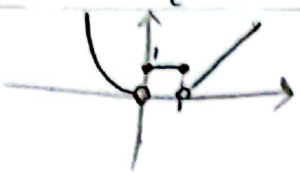
Scanned with CamScanner

۱ الف) نادرست ب) درست

۲ الف) $f(x)=\sqrt{x}$ ، $g(x)=x^2+2x+1$ ب)

$y=x-\frac{1}{2}=1 \to y_2=-\frac{3}{2}$ $\quad 2x-1=-2 \to x=-\frac{1}{2}$ $\quad (-\frac{1}{2},-\frac{3}{2})$

۳



$$f(x):\begin{cases} x^2 & x<0 \quad \text{آیدا تنها} \\ 1 & 0\le x\le 1 \quad \text{ثابت} \\ x-1 & x>1 \quad \text{آیدا صعودی} \end{cases}$$

۴

$D_{fog}=\{x \mid x\in D_g,\ g(x)\in D_f\}$ ① $D_g: R-\{1,-1\}$ ② $D_f: x-4\ge 0 \to x\ge 4$

③ $g(x)\in D_f \to \frac{1}{x^2-1}\ge 4 \xrightarrow[x\neq -1,1]{} 4(x^2-1)\le 1 \to 4x^2\le 5 \to x^2\le \frac{5}{4} \to$

$-\frac{\sqrt{5}}{2}<x\le\frac{\sqrt{5}}{2}$

جواب: اشتراک ۱، ۲، ۳ $= [-\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}]-\{1,-1\}$

۵ $f(x)=\sqrt{2x+1} \xrightarrow{x\to\frac{1}{3}x} f(x)=\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)=-f(x)} -\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)=9f(x)} -9\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)-2}$

$\to h(x)=-9\sqrt{x+1}-2$

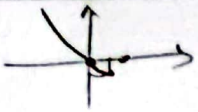
۶ دامنه نصف و برد نصف می‌شود.



۷ $g^{-1}\circ f^{-1}(6)=(f\circ g)^{-1}(6)=a \to (f\circ g)(a)=6 \to f(g(a))=6 \to \frac{a^2}{8}-2=6 \to$

$\to \frac{a^2}{8}=8 \to a=\pm 8$

۸ $D_{y^{-1}}=R_y$



$R_y=(-\frac{1}{4},+\infty)=D_{y^{-1}}$ $\quad y=x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$

$x^2-x=x(x-1)$

$\to x=(y-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} \to (y-\frac{1}{2})^2=x+\frac{1}{4} \to y^{-1}=\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}$ $\quad x\ge -\frac{1}{4}$

۹ $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha \to \cos 36=1-2\sin^2\alpha \to \frac{\sqrt{5}}{4}=1-2\sin^2\alpha \to \sin^2\alpha=$

$\frac{2-\sqrt{5}}{4} \to \sin 18=\sqrt{\frac{2-\sqrt{5}}{4}}$

۱۰ $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \to 1+\frac{1}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha} \to \cos^2\alpha=\frac{4}{5} \to \cos\alpha=-\frac{2}{\sqrt{5}}$ ، $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\to \sin^2\alpha=\frac{1}{5} \to \sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$! $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1$

$=2\times\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{-2}{\sqrt{5}}+2\times\frac{4}{5}-1=\frac{4}{5}-\frac{5}{5}=-\frac{1}{5}$

۱۱ $T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \to |b|=\frac{1}{2} \to b=\pm\frac{1}{2}$ $\quad c=1$ $\quad a=1 \to y=\cos\pm\frac{1}{2}x+1$

۱۲ $2\sin x\cdot\cos x-\sqrt{2}\cos x=0 \to \cos x(2\sin x-\sqrt{2})=0 \to \cos x=0 \to x=k\pi+\frac{\pi}{2}$

$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\frac{\pi}{4} \to x=2k\pi+\frac{\pi}{4}$

$\to x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$

$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+}$ جاز $= \frac{0}{0}$ نعم لهوبيتال $\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{(2x+1)(6x^2-2x+1)}{(2x+1)} = \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} (6x^2-(x+1)$

$= 6(\frac{1}{6}) - 2(-\frac{1}{2}) + 1 =$

$1 + 1 + 1 =$ [3]

$\lim_{x \to -1}$ جاز $= \frac{9(2)^2 - 10 + 19}{12 + (-10)} = \frac{0}{0}$ نعم لهوبيتال $\lim_{x \to -1} \frac{(x+2)(x+1)}{9(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)} = \frac{(x+1)(x+2)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{9(8+x)}$ (2)

$= (2)(-4) = -12$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + |x|}{-x|x|} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{-x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{-x} = \frac{2}{-\infty} = 0^-$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}^+} \frac{\cos x}{\sin x - 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1^+ - 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0^+} = +\infty$$

14

۱۷ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{-|x|}{ax^n} = \frac{1}{2} = \frac{-x}{ax} = \frac{1}{2}$ (n=1) (a=-2)

$\lim_{x\to 2} f(x) = \frac{2-\sqrt{x^2+5}}{-2x+4} = \frac{0}{0}$

نوع اول: $\lim_{x\to 2} \frac{2-\sqrt{x^2+5}}{-2x+4} \times \frac{2+\sqrt{x^2+5}}{2+\sqrt{x^2+5}} = \lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{-2(x-2)(2+\sqrt{x^2+5})} = \lim_{x\to 2} \frac{(2-x)(2+x)}{-2(x-2)(4)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

پاسخ درست امیرعباس زاده