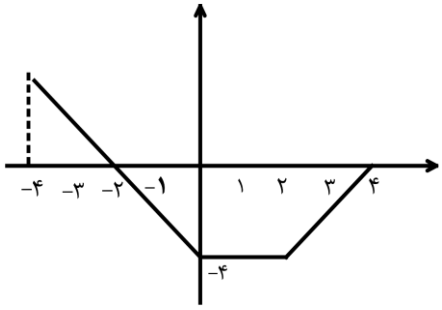
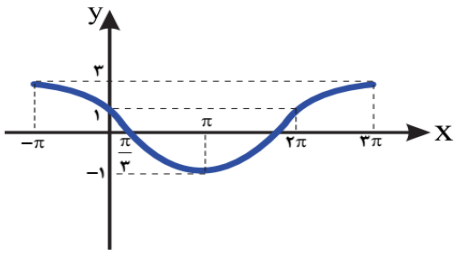
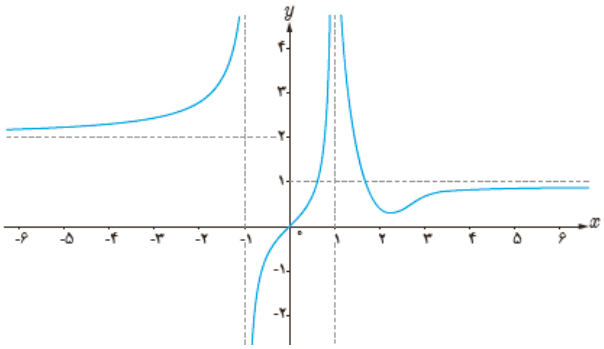
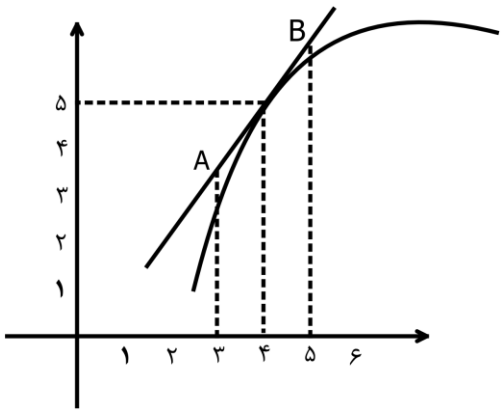
نام و نام خانوادگی: شماره آمار: پایه و رشته: دوازدهم تجربی امتحانات نوبت : اول	بسمه تعالی **اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳ قم** **دبیرستان فرزانگان ۲** (مهر آموزشگاه)	آزمون درس: **ریاضی** تاریخ آزمون : ۴۰۱/۱۰/ زمان پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه طراح سوال : خانم فرائی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان
دبیرستان فرزانگان۲

نمره به عدد : نمره به حروف : امضای دبیر :

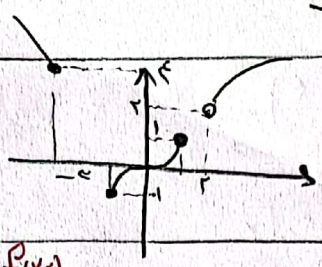
ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.** **الف- تابع** $y=\|2x+3\|$ **در** $\mathbb{R}$ **نه صعودی است و نه نزولی.** **ب- تابع تانژانت در بازه** $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$**نزولی است.** **ج- اگر** $\frac{3\pi}{2}<\propto<2\pi$ **، آن گاه** $sin\propto<tan\propto$	۰/۷۵
۲	**نمودارتابع** $y=\begin{cases}\sqrt{x+2} & x>2\\ x^3 & -1\le x\le 1\\ -x+1 & x\le -3\end{cases}$ **را رسم کنید و مشخص کنید درچه بازه هایی صعودی یا نزولی است.**	۱
۳	**با استفاده از نمودار** $f(x)$**،** **نمودار تابع** $y=-\frac{1}{2}f(2x)-1$ **را رسم کنید.** 	۱
٤	**اگر** $f(x)=\sqrt{x-3}$ **و** $g(x)=\frac{2x-3}{x+2}$ **، دامنه و ضابطه تابع** fog **را به دست آورید.**	۱/۲۵
٥	**اگر** $f=\{(1,4),(2,3),(5,1)\}$ **و** $g(x)=2\|x\|+1$ **و** $f^{-1}(g(a))=2$**، مقدار** a **را بیابید.**	۱
٦	**وارون پذیری تابع** $f(x)=x^2-4x+3$ **را بررسی کنید و در صورت وارونپذیر نبودن آن را به یک تابع وارون پذیر تبدیل کنید، سپس وارون آن را در صورت وجود بیابید.(رسم نمودار را برای هر دو تابع انجام دهید)**	۲

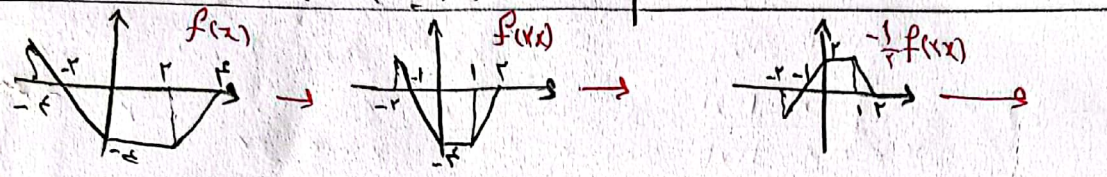
۷	نمودار تابع $f(x) = 1 - a\sin(bx)$ به صورت زیر است ، a و b را به دست آورید.  	۱
۸	نسبت های مثلثاتی سینوس زاویهٔ 15° و کسینوس زاویه $۲۲/۵^\circ$ درجه را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $sin5x = \sin(2x+1)$ ب) $cos2x + \sin x = 0$	۱/۵
۱۰	اگر $\lim_{x\to+\infty} \frac{ax^4+5x^2+1}{3x^n-x^3+4} = -2$ باشد، $a+n$ را پیدا کنید.	۰/۷۵
۱۱	حاصل حد های زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to 1^{-1}} \frac{[x]-1}{x^2-1} =$ $\lim_{x\to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}} =$ $\lim_{x\to-\infty} \frac{5x-\sqrt{9x^2+7}}{x+\sqrt{4x^2+5}} =$ $lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{-1}{cosx}$	۳/۲۵

۱۲	نمودار تابع f به شکل زیر است.حدود خواسته شده را بنویسید.  $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$	۱
۱۳	اگر $f(x)=x^2+4$ باشد الف) $f'(1)$ به کمک تعریف مشتق را محاسبه کنید. ب) معادله خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول یک واقع بر آن را بنویسید.	۲
۱٤	برای تابع F درشکل زیرداریم $f(4)=5$ و $f'(4)=2$ باتوجه به شکل مختصات A و B راتعیین کنید.  	۱
۱۵	ز اگر $f(x)=\sqrt[3]{5x+1}$ باشد، مشتق تابع را به کمک تعریف مشتق بدست آورید	۱/۲۵
	موفق باشید	

۱ الف) درست ب) نادرست ج) نادرست

۲ $y=\begin{cases}\sqrt{x+2} & x\geq 2 \text{ (صعودی)}\\ x^3 & -1<x<2 \text{ (صعودی)}\\ -x+1 & x\leq -1 \text{ (نزولی)}\end{cases}$



۳ 

۴ حالت: $D_{fog}=\{x\mid x\in D_g,\ g(x)\in D_f\}$ ① $D_g=R-\{2\}$ ② $D_f=[0,+\infty)\to x\geq 3$ و $x\geq 2$

$g(x)\in D_f \to \frac{2x-3}{x+2}\geq 3 \to \frac{2x-3-3x-6}{x+2}\geq 0 \to \frac{-x-9}{x+2}\geq 0$

	-9		-2
	+		−

$\to -9\leq x<-2$ ③

$\to D_{fog}=$ ① ∩ ② ∩ ③ $=R-\{-2\}\cap[-9,-2)=[-9,-2)$

ضابطه: $f_{og}=f(g(x))=\sqrt{\frac{2x-3}{x+2}-3}=\sqrt{\frac{2x-3-3x-6}{x+2}}=\sqrt{\frac{-x-9}{x+2}}$

۵ 

۶ $f^{-1}(g(a))=2 \to f(2)=g(a) \to f(2)=3=g(a) \to 2|a|+1=3 \to 2|a|=2 \to |a|=1 \to a=\pm 1$

۷ $f(x)=x^2-4x+3 \to x=-\frac{b}{2a}=\frac{4}{2}=2$ طول رأس سهمی: $[2,+\infty)$ یا $(-\infty,2]$

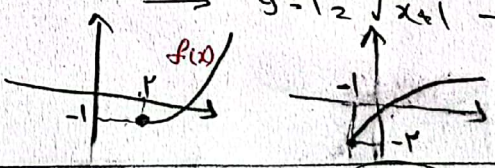
$f(x)=x^2-4x+3+1-1=x^2-4x+4-1$ $x\geq 2 \to f(x)=(x-2)^2-1$ $x\geq 2$ → جابجایی

$x=(y-2)^2-1 \to (y-2)^2=x+1 \to |y-2|=\sqrt{x+1}$ $y\geq 2$

$R_f=[-1,+\infty)$

$y-2=\sqrt{x+1} \to$

$f^{-1}(x)=\sqrt{x+1}-2$ $D_{f^{-1}}=R_f=x\geq -1$



۸ $f(x)=1-a\sin(bx)$ $T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$ طبق فرض: $b>0 \to b=\frac{1}{2}$

$f(\pi)=-1 \to 1-a\sin(\frac{\pi}{2})=-1 \xrightarrow{|b|} 1-a=-1 \to a=2$

۹ $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha \to \cos 2\alpha=1-2\sin^2 15 \to \sin^2 15=\frac{2-\sqrt{4}}{4} \to \sin 15=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1 \to \cos 30=\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cos^2 15-1 \to \cos^2 15=\frac{2+\sqrt{3}}{4} \to \cos 15=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

۱۰ الف) $\sin x=2k\pi+2x+1$ یا $\sin x=2k\pi+\pi-2x+1 \to x=\frac{2k\pi+1}{3}$ یا $\frac{2k\pi+\pi+1}{7}$

ب) $\cos 2x=-\sin x=\cos(\frac{\pi}{2}+x) \to 2x=2k\pi\pm(\frac{\pi}{2}+x) \to$

$x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{2k\pi-\frac{\pi}{2}}{3}$

(۱۰) $\lim_{x\to+\infty} = -۲ \to \lim_{x\to+\infty} \frac{ax^۴}{۲x^n} = -۲$ ($n=۴$)، $\frac{a}{۲} = -۲ \to a = -۴$

(۱۱) $\lim_{x\to۱^-} \frac{[x]-۱}{x^۲-۱} = \frac{۰-۱}{۰^-} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$ / $\lim_{x\to۴} \frac{۲-\sqrt{x}}{۳-\sqrt{۲x+۱}} = \frac{۰}{۰}$ حالت مبهم ؛ $\lim_{x\to۴} \frac{۲-\sqrt{x}}{۳-\sqrt{۲x+۱}} \times \frac{۳+\sqrt{۲x+۱}}{۳+\sqrt{۲x+۱}} \times \frac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to۴} \frac{(۴-x)(۴)}{(۸-۲x)(۴)} = -\frac{۴}{۸} = -\frac{۱}{۲}$ / $\lim_{x\to-\infty} \frac{۵x-|۲x|}{x+|۲x|} = \lim_{x\to-\infty} \frac{۵x+۲x}{x-۲x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{۸x}{-x} = -۸$

$\lim_{x\to(\frac{۱۱}{۲})^+} \frac{-۱}{\cos x} = \cdots (x\to(\frac{۱۱}{۲})^+ \Rightarrow \cos x \to ۰^-) \to$ حد $= \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

(۱۲)
$$\begin{cases} \lim_{x\to(-۱)^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x\to+\infty} f(x) = ۱^- = ۱ \\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = ۱^+ = ۱ \\ \lim_{x\to(-۱)^+} f(x) = -\infty \end{cases}$$

(۱۳) الف) $f'(۱) = \lim_{x\to۱} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \frac{x^۲+۴x-۵}{x-۱} = \frac{x^۲-۱}{x-۱} = x+۱ = ۱+۱ = ۲$

ب) $y = mx+b \to y = ۲x+۵$

(۱۴) معادله خط مماس بر منحنی f در نقطه $x=2$: $y = mx+b$ $(m = f'(2) = 4,\ b = f(2) = 3) \rightarrow y = 4x+3$

$f(2) = 11 \quad f(3) = 16$

(۱۵) $f'(x) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x\to a} \frac{\sqrt[3]{5x+1} - f(a)}{x-a}$ / $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$f(x) = \sqrt[3]{5x+1} \rightarrow f'(x) = \frac{5}{3\sqrt[3]{(5x+1)^2}}$