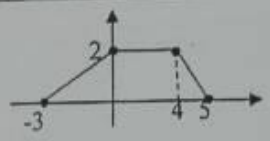
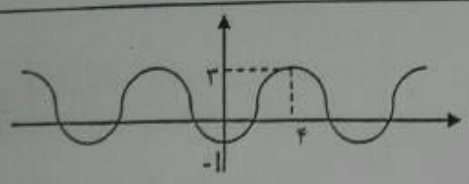
نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۷

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: ریاضی (۳)
نام دبیر: کتابچی
مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

۱	جاهای خالی را پر کنید. الف) تابع $y=-\|x+۲\|-۵$ در بازه ..... اکیدا صعودی است. ب) دوره تناوب تابع $y=۳-۲\cos(\frac{\pi}{۲}x)$ برابر ..... است. پ) اگر $g=\{(۵,۲),(۷,۸),(۱,۴),(۶,۳)\}$ و $f(x)=\sqrt{۵x+۶}$ و $(g^{-1}of)(a)=۶$ باشد. مقدار a برابر ..... است.	۱/۵
۲	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ نمودار تابع $y=-f(۲x+۱)$ را رسم نمایید. 	۲
۳	ضابطه تابع وارون تابع $f(x)=x^۲-۴x+۱$ با دامنه $D_f=[۲,+\infty)$ را به دست آورید.	۲
۴	اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۲}$، دامنه تابع gof و ضابطه تابع fog را بیابید.	۲
۵	ضابطه مربوط به نمودار تابع مقابل را بنویسید. 	۲

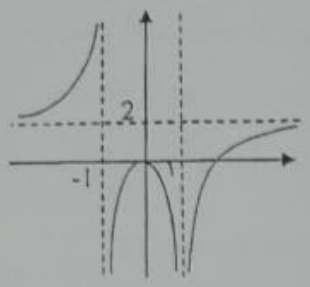
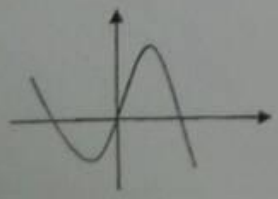
ردیف	سوالات (صفحه ۲)	بارم
۶	اگر α زاویه‌ای در ربع دوم و $\sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ باشد حاصل $\sin ۲\alpha$ را بیابید.	۱
۷	معادله مثلثاتی مقابل را حل نمایید. $\cos ۲x = ۹\cos x + ۴$	۱/۵
۸	حدهای زیر را محاسبه نمایید.	۳

الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲ + x - ۱۲}{x^۲ - ۹} =$

ب) $\lim_{x\to -۱} \frac{x^۲ + ۱}{|x + ۱|} =$

پ) $\lim_{x\to ۲} \frac{(-۱)^{[x]}}{x^۲ - ۴} =$

ت) $\lim_{x\to -\infty} \frac{(x-۳)^۲ - (x+۳)^۲}{۲x + ۱} =$

ردیف	سوالات (صفحه ۳)	بارم
۹	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.  الف) $\lim_{x\to 1} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to -1} f(x) =$ پ) $\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ ت) $\lim_{x\to -\infty} f(x) =$	۱
۱۰	نمودار تابعی را رسم کنید که دو ویژگی مقابل را داشته باشد. $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$	۱
۱۱	ابتدا مشتق تابع $f(x) = 3x^2 + 2x$ را در نقطه $x = 2$ به کمک تعریف محاسبه کنید. سپس معادله خط مماس بر منحنی $f(x)$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۲
۱۲	نقاط با ویژگیهای زیر را روی نمودار تابع مقابل مشخص کنید.  A :نقطه‌ای روی نمودار با مشتق (شیب خط مماس) مثبت است. B :نقطه‌ای روی نمودار که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است. C :نقطه‌ای روی نمودار که مشتق در آن صفر است. D :نقطه‌ای روی نمودار که مقدار تابع مثبت و مشتق تابع منفی است.	۱
		۲۰

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران

دبیرستان غیر دولتی پسرانه واحد حافظ

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: ریاضی (۳)

نام دبیر: کتابچی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۷

ساعت امتحان: ۱۰ صبح

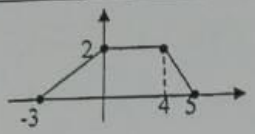
۱ جاهای خالی را پر کنید. ۱/۵

الف) تابع $y=-|x+1|-5$ در بازه $(-1,+\infty)$ اکیدا صعودی است.

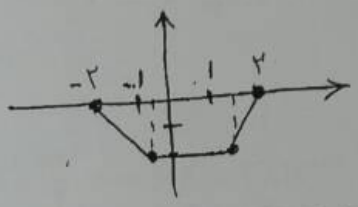
ب) دوره تناوب تابع $y=3-2\cos(\frac{\pi}{2}x)$ برابر 4 است.

پ) اگر $g=\{(5,2),(7,8),(1,4),(6,3)\}$ و $f(x)=\sqrt{5x+6}$ و $(g^{-1}of)(a)=6$ باشد، مقدار a برابر $\frac{3}{\sqrt{5}}$ است.

۲ با توجه به نمودار تابع $f(x)$ نمودار تابع $y=-f(2x+1)$ را رسم نمایید.



$y=-f(2x+1)$: $y=f(x)$ ، $\xleftarrow{1}$ ، $(y$ ضرب در $-1)$ ، $(x$ ها تقسیم بر $2)$



۳ ضابطه تابع وارون تابع $f(x)=x^2-4x+1$ با دامنه $D_f=[2,+\infty)$ را به دست آورید.

$f(x)=(x-2)^2-3 \Rightarrow x=(y-2)^2-3 \Rightarrow (y-2)^2=x+3$

$\Rightarrow y-2=\pm\sqrt{x+3} \xrightarrow{y\geq 2} y-2=\sqrt{x+3}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+3}$

۴ اگر $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=\frac{1}{x-2}$، دامنه تابع gof و ضابطه تابع fog را بیابید.

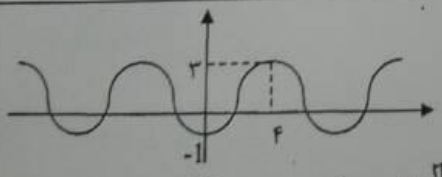
$(f\circ g)(x)=\sqrt{\frac{1}{x-2}+1}$

$D_{g\circ f}=\{x\in[-1,+\infty) \mid \sqrt{x+1}\in \mathbb{R}-\{2\}\}=[-1,+\infty)-\{3\}$

$\downarrow$

$x\neq 3$

۵ ضابطه مربوط به نمودار تابع مقابل را بنویسید.



$y=a\,G\,bx+d$

$T=8 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|}=8 \rightarrow b=\pm\frac{\pi}{4}$

$d=\frac{3+(-1)}{2}=1$

$|a|=\frac{3-(-1)}{2}=2 \rightarrow a=\pm 2 \xrightarrow[\text{نمودار}]{\text{با توجه به}} a=-2$

$\rightarrow y=-2\,G\,(\pm\frac{\pi}{4}x)+1$

Scanned with CamScanner

ردیف	سوالات (صفحه ۲ از ۲)	بارم
۶	اگر α زاویه‌ای در ربع دوم و $\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$ باشد حاصل $\sin ۲\alpha$ را بیابید.	۱
۷	معادله مثلثاتی مقابل را حل نمایید $\cos ۲x = ۹\cos x + ۴$	۱/۵
۸	حدهای زیر را محاسبه نمایید	۳

$$\sin\alpha=\frac{۳}{۵} \Rightarrow \cos\alpha=-\frac{۴}{۵}$$

$$\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha = ۲\left(\frac{۳}{۵}\right)\left(-\frac{۴}{۵}\right) = -\frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\cos ۲x = ۹\cos x + ۴ \rightarrow ۲\cos^۲ x - ۱ = ۹\cos x + ۴$$

$$\rightarrow ۲\cos^۲ x - ۹\cos x - ۵ = ۰ \rightarrow \cos x = \frac{۹ \pm \sqrt{۱۲۱}}{۴}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = ۵ \quad \times \\ \cos x = -\frac{۱}{۲} = \cos\frac{۲\pi}{۳} \rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

الف) $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x^۲+x-۱۲}{x^۲-۹} = \lim\limits_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x+۴)}{(x-۳)(x+۳)} = \frac{۷}{۶}$

ب) $\lim\limits_{x\to -۱}\frac{x^۲+۱}{|x+۱|} = \frac{۲}{۰^+} = +\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴} =$

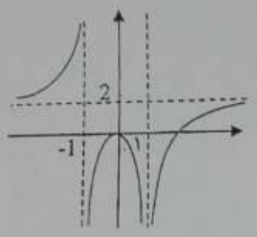
حد راست $\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

حد چپ $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۲}\frac{(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴} = +\infty$

ت) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{(x-۲)^۲-(x+۲)^۲}{۲x+۱} = \lim\limits_{x\to -\infty}\frac{-۴x-۴x}{۲x} = \frac{-۱۰}{۲} = -۵$

ردیف	سوالات (صفحه ۳)	بارم
۹	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.	۱



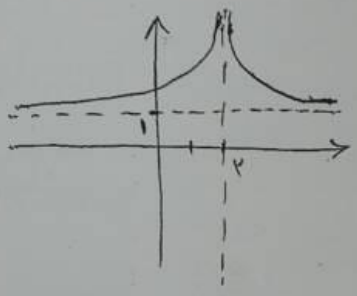
الف) $\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty$

ب) $\lim_{x\to -1} f(x)$ وجود ندارد، چپ $= +\infty$ و راست $= -\infty$

پ) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$

ت) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 2$

۱۰	نمودار تابعی را رسم کنید که دو ویژگی مقابل را داشته باشد. $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 1$	۱



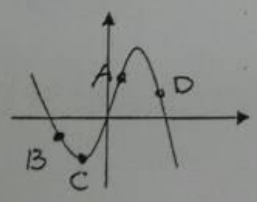
۱۱	ابتدا مشتق تابع $f(x) = 3x^2 + 2x$ را در نقطه $x = 2$ به کمک تعریف محاسبه کنید. سپس معادله خط مماس بر منحنی $f(x)$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۲

$A(2, 16)$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{3x^2+2x-16}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(3x+8)}{x-2} = 14 = m$$

معادله خط مماس: $y - 16 = 14(x-2) \longrightarrow y = 14x - 12$

۱۲	نقاط با ویژگیهای زیر را روی نمودار تابع مقابل مشخص کنید.	۱



A :نقطه‌ای روی نمودار با مشتق(شیب خط مماس) مثبت است.

B :نقطه‌ای روی نمودار که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

C :نقطه‌ای روی نمودار که مشتق در آن صفر است.

D :نقطه‌ای روی نمودار که مقدار تابع مثبت و مشتق تابع منفی است.

۲۰	((پیروز و سربلند باشید))