اداره کل آموزش و پرورش مازندران

اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل

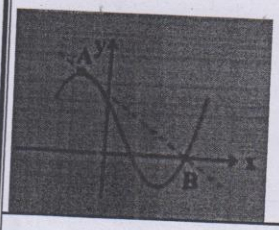
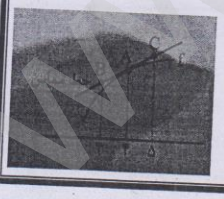
دبیرستان شبانه روزی نمونه دولتی دکترمیتراجمشیدنژادآمل

نام و نام خانوادگی : پایه: دوازدهم رشته : تجربی نوبت : اول سئوال امتحانی درس : ریاضی (۳) نام دبیر : تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۲ ساعت شروع امتحان: ۸ صبح مدت امتحان : ۱۰۰دقیقه	محل مهر آموزشگاه

ردیف	شرح سئوال (صفحه : یک)	بارم
۱	**درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.** الف) تابع ثابت در یک بازه ، هم صعودی و هم نزولی است. ب) شرط تشکیل تابع fog آن است که $R_f \cap D_g \neq \phi$ ج)تابع f با ضابطه $f(x)=\|x\|$ در بازه $(-\infty,1)$ وارون پذیر است. د) تابع $y=\tan x$ در دامنه‌اش ،اکیداً صعودی است.	۱
۲	**تابع** $f(x)=\begin{cases} x+1 & x>1 \\ 2 & 0<x\leq 1 \\ -x-1 & x\leq 0 \end{cases}$ **در بازهٔ** $(-\infty,a]$ **نزولی است، حداکثر مقدار a چقدر است؟**	۱/۵
۳	**الف) اگر** $f(g(x))=3x^2-6x-5$ **و** $f(x)=3x+4$ **باشد، مقدار g(۲) را به دست آورید.** **ب) اگر** $f(x)=\sqrt{x-4}$ **و** $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ **باشد، دامنه gof(x) را با کمک تعریف به دست آورید.**	۱ ۱/۲۵
۴	**تابع** $f(x)=x^2-4x+1$ **را در بازهٔ** $(-\infty,2]$ **در نظر بگیرید** **الف) ضابطه وارون f(x) را به دست آورید.** **ب) نمودار** $fof^{-1}(x)$ **را رسم کنید.**	۱/۵
۵	**نمودار** $f(x)=\|x-3\|$ **را در بازه [۵و ۲] رسم کنید، سپس به کمک انتقال نمودار** $y=2f(-x)$ **را رسم کنید.**	۱
۶	**ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم داده شده بنویسید.** $T=8\pi \quad max=5 \quad min=-1$	۱
۷	**معادله مقابل را حل کنید و جوابهای کلی آن را به دست آورید.** $\cos 3x-\sin 2x=0$	۱/۵
۸	**اگر** $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\frac{1}{3}$ **باشد، مقدار** $\cos 2\alpha$ **را به دست آورید.**	۱

نمره باعدد :	نمره با حروف:	امضاء دبیر:
تاریخ / /		

www.kanoon.ir

ردیف	شرح سئوال (صفحه : یک)	بارم
۹	شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y=1-2\sin x$ را نشان می‌دهد. شیب پاره خط **AB** را بدست آورید. 	۱/۲۵
۱۰	اگر عبارت $f(x)=x^2+ax$ بر **x-۲** بخشپذیر باشد، الف) **a** را بیابید . ب) حاصل $\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)}{x^2-[x]}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر بازه $(-x+2\ ,\ 5)$ یک همسایگی از عدد **2x** باشد: الف) مجموعه مقادیر ممکن برای **x** را بیابید. ب) بازه مربوط به مقادیر **x** ، همسایگی چند عدد صحیح می‌تواند باشد.	۱
۱۲	اگر $\lim_{x\to-\infty}\frac{(a+2)x^3+bx^2-1}{ax^2+1}=2$ باشد، مقادیر **a** و **b** را بیابید.	۱
۱۳	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}^+}\frac{3}{2\cos x-1}=2$ ب) $\lim_{x\to 8}\frac{x^2-8x}{\sqrt[3]{x}-2}=2$	۱/۵
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق ، شیب خط مماس بر نمودار $f(x)=x^2+3x$ را در نقطه **A** به طول **-۱** روی منحنی به دست آورید ، سپس معادله خط مماس بر نمودار **f** را در نقطه **A** بنویسید.	۱/۵
۱۵	برای تابع **f** در شکل رو به رو داریم : $f'(4)=3$ و $f(4)=14$ با توجه به شکل مختصات نقاط **B** و **C** را بیابید. 	۱/۵

موفق باشید

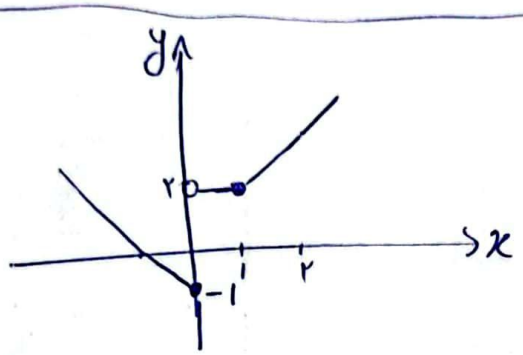
www.karnoon.ir

پاسخ تشریحی امتحان ریاضی دوازدهم تجربی نمونه دولتی شهرستان آدل

نویسنده: احسان غفوری‌زاده - دانشجوی داروسازی زنجان - مؤلف کتاب‌های ریاضی اول دوازدهم تجربی و کتاب ریاضی پرتکرار یازدهم انسانی - طراح و ویراستار استاد درس ریاضی آزمون‌های کانون

پاسخ سؤال ۱) الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست

پاسخ سؤال ۲) نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



حداکثر مقدار a برابر صفر است.

$(-\infty, 0]$

پاسخ سؤال ۳)

الف) $3g(x)+4=3x^2-4x-5 \rightarrow 3g(x)=3x^2-4x-9$

$\rightarrow g(x)=x^2-2x-3$

$\rightarrow g(2)=2^2-2\times2-3=4-4-3=-3$

ب) $f(x)=\sqrt{x-4}\ ,\ g(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$

$\rightarrow D_f=x\geq 4\ ,\ D_g=\mathbb{R}-\{\pm1\}$

$\rightarrow D_{g\circ f}=\{x \mid x\in D_f, f(x)\in D_g\}$

$\rightarrow D_{g\circ f}=\{x \mid \boxed{x\geq 4}\ \sqrt{x-4}\neq \pm1\}$ ①

$\rightarrow \boxed{x\neq 8}$ ②

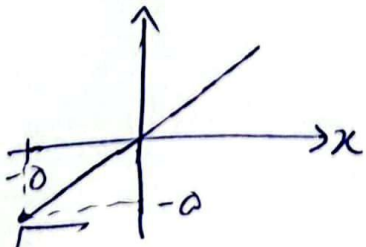
$\xrightarrow{①\cap②} [4,+\infty)-\{8\}$

پاسخ سؤال ۴)

الف) $f(x)=x^2-4x-1=x^2-4x-1+4-4=(x-2)^2-5$

$\rightarrow f(x)+5=(x-2)^2 \rightarrow x\geq 2 \rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{x+5}+2$

ب) $f\circ f^{-1}(x)=x$



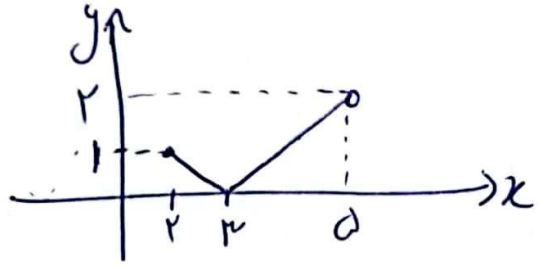
$D_{f^{-1}}=x\geq -5$

$D_f=x\leq 2 \rightarrow x\geq -5,\ -\sqrt{x+5}+2\leq 2$

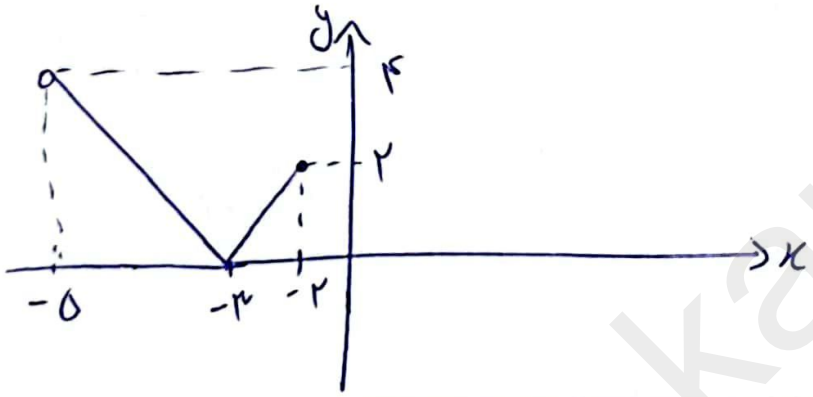
www.kanoon.ir

پاسخ سوال ۵)

$f(x)=|x-۳|$ $[۲,۵)$



$y=f(x)$ $\xrightarrow{\text{قرینه نمودار نسبت به محور y ها}}$ $y=f(-x)$ $\xrightarrow{\text{برد تابع را ۲ برابر می‌کنیم}}$ $y=۲f(-x)$



پاسخ سوال ۶)

$T=۸\pi$, $min=-۲$, $max=۵$

$y=a\sin(bx)+c \rightarrow$ $max=|a|+c=۵$

$min=-|a|+c=-۲$

$۲c=۳ \rightarrow c=\frac{۳}{۲}$ ④

$\rightarrow |a|=۵-\frac{۳}{۲}=\frac{۷}{۲}$

$T=\frac{۲\pi}{|b|}=۸\pi \rightarrow |b|=\frac{۱}{۴} \rightarrow y=\frac{۷}{۲}\sin(\frac{۱}{۴}x)+\frac{۳}{۲}$

www.kanoon.ir

CamScanner

پاسخ سوال ۸)

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{-1}{3} \rightarrow \cos\alpha=-\frac{1}{3}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 2\times\frac{1}{9} - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$

پاسخ سوال ۹)

$y = 1 - 2\sin x \rightarrow y = 0 \rightarrow 1 - 2\sin x = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

$\rightarrow B\left(\frac{\pi}{6}, 0\right),\ A\left(-\frac{\pi}{2}, 3\right)$

$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-3}{\frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{-3}{\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}} = \frac{-9}{2\pi}$

پاسخ سوال ۱۰)

الف) $x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow f(2)=0 \rightarrow 2^2 + 2\times a = 0$

$\rightarrow 2a = -4 \rightarrow a = -2$

ب) $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-2x}{x^2-[x]} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x(x-2)}{x^2-1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

پاسخ سوال ۱۱)

الف) $-x+2 < 2x < 0 \rightarrow$

$\begin{cases} 2x > -x+2 \rightarrow x > \frac{2}{3} & ① \\ 2x < 0 \rightarrow x < \frac{5}{2} & ② \end{cases}$

$\rightarrow ① \cap ② = \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right)$

ب) خیر تابع ۲ عددصحیح است.

پاسخ سوال ۱۲)

$\lim_{x\to-\infty} \frac{(a+2)x^2 + bx^2 - 1}{ax^2+1} = 2 \rightarrow \begin{cases} a+2=0 \rightarrow a=-2 \end{cases}$

$\rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{bx^2-1}{-2x^2+1} = 2 \rightarrow \frac{bx^2}{-2x^2} = 2 \rightarrow \frac{-b}{2} = 2 \rightarrow b = -4$

پاسخ سوال ۱۳)

الف) $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}^+} \frac{3}{2\cos x - 1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x\to 8} \frac{x^2-8x}{\sqrt[3]{x}-2} = \frac{0}{0} \overset{\text{مزدوج}}{\rightarrow} \lim_{x\to 8} \frac{x(x-8)}{\sqrt[3]{x}-2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}$

$= \lim_{x\to 8} \frac{x(x-8)(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)}{x-8} = 8\times(4+4+4) = 12\times 8 = 96$

www.kanoon.ir

CamScanner

$f(x)=x^2+3x \rightarrow f(-1)=(-1)^2+3(-1)=1-3=-2$

$A(-1,-2)$

$$\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x-(-2)}{x+1}\xrightarrow[\frac{0}{0}]{\text{حالت ابهام}}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x+2)}{x+1}=1 \rightarrow f'(-1)=1$$

$$\rightarrow y=ax+b \xrightarrow[A(-1,-2)]{a=f'(-1)=1} -2=1\times(-1)+b$$

$$\rightarrow b=-2+1=-1$$

$$\Rightarrow \boxed{y=x-1} \rightarrow \text{معادله خط مماس}$$

$f'(4)=3 \rightarrow f'(3)=f'(\varepsilon)=f'(a)$ (پاسخ سؤال 14)

$f(\varepsilon)=14$

$$\rightarrow f'(3)=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=3=\frac{14-y_B}{5-3}$$

$$\rightarrow f'(a)=\frac{y_C-14}{a-5} \rightarrow 3=\frac{y_C-14}{1}$$

$$\rightarrow y_B=11 \rightarrow \boxed{B(3,11)}$$

$$\rightarrow y_C=17 \rightarrow \boxed{C(5,17)}$$

CamScanner