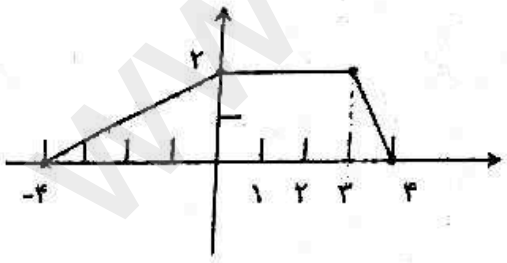
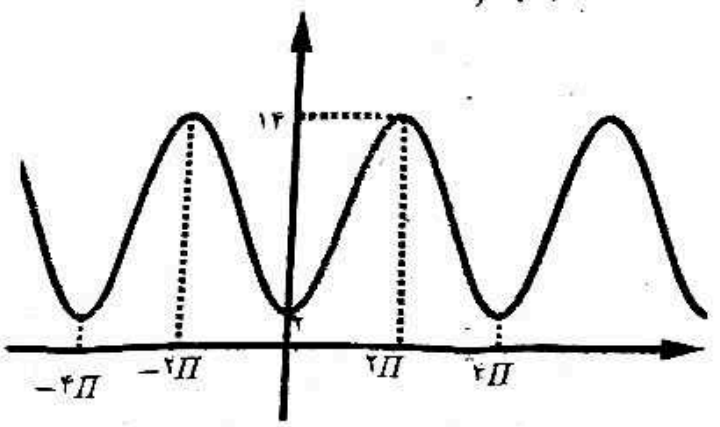
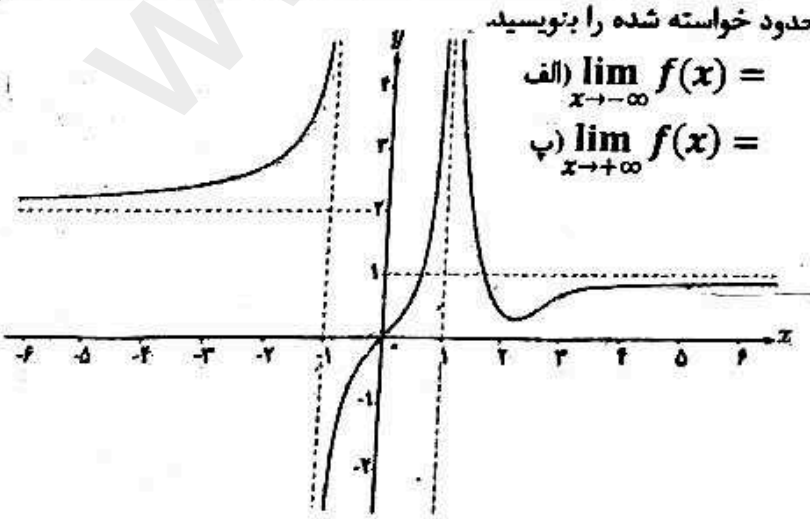
رشته : علوم تجربی پایه : دوازدهم نام درس : ریاضی ۳ تعداد سوالات : 13 نام ونام خانوادگی : طراح :سارا موسویان نام کلاس :دوازدهم تجربی ۲	بسمه تعالی جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش وپرورش سازمان آموزش وپرورش استان اردبیل مدیریت آموزش وپرورش ناحیه ۲ اردبیل مدرسه فاطمه الزهرای ۱	تاریخ : ۱۴۰۲/۱۰/۰۲ وقت آزمون : ۱۰۰ دقیقه تعداد صفحه : ۳ مهر آموزشگاه :

ردیف	سئوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x)=x^3$ در بازهٔ $(0,1)$ بالاتر از تابع $g(x)=x^2$ قرار می گیرد. ب) اگر دامنه تابع f بازه $[-1,3]$ باشد آنگاه دامنه تابع $f(2x)$ بازه $[-3,6]$ است. پ) تابع $f(x)=-x^2+2x$ روی بازهٔ $(-\infty,1]$ اکیداً صعودی است. ت) تابع تانژانت در هر بازه ای که تعریف شده باشد، صعودی است.	۱
۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) دوره تناوب تابع $f(x)=-3\tan(\sqrt{2}\pi x)+1$ عدد $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. ب) اگر $h(x)=(x^2-2x)^2$ ترکیب دو تابع $f(x)=x^2-2x$ و $g(x)$ باشد، آنگاه $g(x)=\ldots h^2\ldots$ پ) حد چپ تابع $f(x)=\frac{[x]-2}{(x-1)^2}$ در نقطهٔ ۱ برابر با $-\infty$ است.	۱/۵
۳	اگر $f=\{(1,2),(3,5),(0,3),(3,-1)\}$ و $g=\{(2,3),(-1,4),(3,1),(3,0)\}$ تابع gof^{-1} را بنویسید.	۱/۵
۴	با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$ ، نمودار $y=\frac{1}{2}f(-2x)+2$ را رسم کنید دامنه و برد آن را مشخص کنید. 	۱
۵	دو تابع $f(x)=\sqrt{2+x}$ و $g(x)=2x^2-1$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(gof)(2)$	۱/۵
۶	وارون پذیری تابع $f(x)=-(x-1)^2+2$ را بررسی کنید. درصورت وارون پذیر نبودن با محدود کردن دامنه وارون آن را به دست آورید.	۱/۵

ادامه‌ی سئوالات در صفحه‌ی بعد

www.kanoon.ir

۷	الف) اگر $\sin\alpha = \frac{۱}{۳}$ و α در ربع دوم باشد، مقدار $\cos ۲\alpha$ را به دست آورید.	۱/۵
	ب) مقدار $\cos ۱۵^\circ$ را به دست آورید.	
۸	معادله ی مقابل را حل کنید. $\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰$	۱
۹	نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = a\cos bx + c$ است، ضابطه را مشخص کنید. 	۱
۱۰	معادلهٔ یک تابع سینوسی $f(x) = a\sin bx + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار می نیمم آن -۲ و دورهٔ تناوب آن ۲π است.	۱
۱۱	مقدار حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-8x-3}{9-x^3} =$ ب) $\lim_{x\to ۱^+} \frac{[x]}{x-۱} =$ پ) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^2-۹}{۲-\sqrt{x+۱}} =$ ت) $\lim_{x\to ۲^-} \frac{x+۱}{۴-x^2}$	۳/۵
۱۲	اگر $f(x)=۳x^2-۲x+۱$ ، در اینصورت $f'(۲)$ را به دست آورید ومعادله خط مماس بر منحنی f رادر نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۲
۱۳	نمودار تابع f به شکل مقابل است.حدود خواسته شده را بنویسید.  الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to(-۱)^-} f(x) =$ پ) $\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ ت) $\lim_{x\to ۱^-} f(x) =$	۲
جمع	"موفقیت شما آرزوی قلبی ماست"	۲۰

www-kanoon-ir

ریاضی ۳ — مدرسه: فاطمه الزهرا

۱ الف) درست، اگر a زوج باشد x^3 بالاتر از x^2 قرار می‌گیرد.

ب) نادرست، دامنه تابع $f(2x)$ بازه $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ است.

پ) نادرست، ابتدا نزولی

ت) درست.

---

۲ الف)

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow T = \frac{\pi}{\sqrt{2}\pi} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

دوره تناوب $\sin \frac{1}{\sqrt{2}}$ یا $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب)

$$h(x) = (x^2 - 2x)^2 \quad f(x) = x^2 - 2x \Rightarrow g(x) = x^3$$

پ)

$$f(x) = \frac{[x] - 2}{(x-1)^2} \qquad \lim_{x \to 1} \frac{[x]-2}{(x-1)^2} = \frac{1-2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

درنقطه ۱

---

۳) اگر $f = \{(1,2), (2,5), (0,3), (4,-1)\}$ $g = \{(2,3), (-1,4), (4,1), (3,0)\}$

$$gof^{-1} = g(f^{-1}(x)) = \{(-1,1)\}$$

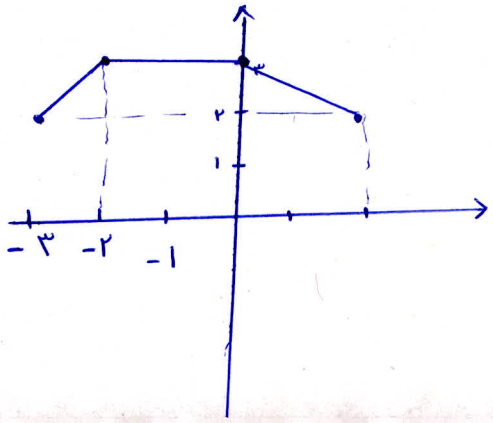
$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (3,0), (-1,4)\}$$

$g(f(2)) = g(1) = X$ $\quad$ $g(f(3)) = g(0) = X$

$g(f(5)) = g(2) = X$ $\quad$ $g(f(-1)) = g(4) = 1$

---

۴)



$D = [-2, 2]$

$R = [2, 3]$

www.kanoon.ir

۵) $f(x)=\sqrt{۲+x}$ $\quad g(x)=۲x^۲-۱$ $\quad D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=$

$D_f = x\geq -۲$ $\quad D_y=R$

$\{x\geq ۲,\ \sqrt{۲+x}\in R\} = x\geq -۲ = [-۲,+\infty)$

$gof(۲)=g(f(۲))=g(\sqrt{۲+۲}=g(۲)=۲(۲)^۲-۱$

---

۶) $f(x)=-(x-۱)^۲+۲$ $\quad y_۱=y_۲ \Rightarrow -(x-۱)^۲+۲=-(x-۱)^۲+۲ \rightarrow$

$-|x-۱|=-|x-۱| \Rightarrow -x-۱=-x-۱ \Rightarrow |-x|=|-x|$ $\quad x=\pm x$ وارون پذیرست

پس صعودی کردن دامنه $f(x)=-x^۲+۲x+۱$ $\quad x=-\frac{b}{۲a}=\frac{-۲}{۲(-۱)}=+۱$ $\quad (-\infty,+۱]\cup[+۱,+\infty)$

$y=-(x-۱)^۲+۲ \Rightarrow \sqrt{y-۲}=-(x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{y-۲}=-x+۱ \Rightarrow \sqrt{y-۲}-۱=-x \Rightarrow$

$x=\frac{\sqrt{y-۲}-۱}{-۱}=-\sqrt{y-۲}-۱$ $\quad f^{-۱}=-\sqrt{x-۲}-۱$

---

۷) ربع دوم $\sin>۰$ $\quad \cos<۰$ $\quad \sin\alpha=\frac{۱}{۵}$ $\quad \cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha$

$۱-۲(\frac{۱}{۵})^۲=۱-۲(\frac{۱}{۲۵})=۱-\frac{۲}{۲۵}=-\frac{۲۳}{۲۵}$

ب) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(۴۵-۳۰)=\cos۴۵\cos۳۰+\sin۴۵\sin۳۰=$

$\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$

---

۸)

$\cos۲x\cdot\cos x+۱=۰$

$۲\cos^۲x-۱-\cos x+۱=۰$

$\cos x(۲\cos x-۱)=۰$ $\quad \begin{cases}\cos x=۰\\ \cos x=\frac{۱}{۲}\end{cases}$

$\cos x=۰ \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$

$\cos x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۲k\pi+\alpha \rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$

$x=۲k\pi-\alpha \rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۳}$

ب) $\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۱}{۲}$

www.kanoon.ir

$y = a\cos bx + c$ ۹

$max = ۱۴$

$min = ۲$

$T = ۴\pi$

$$a = \frac{max - min}{۲} = \frac{۱۴-۲}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶ \rightarrow a = -۶$$

چون تابع معکوس است

$$c = \frac{max + min}{۲} = \frac{۱۴+۲}{۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸$$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow ۴\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \qquad ۴\pi|b| = ۲\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲}$$

چون تابع cos است، b همواره مثبت $\Leftarrow$ $b = +\frac{۱}{۲}$

ضابطه $y = -۶\cos(\frac{x}{۲}) + ۸$

۱۰

$$a = \frac{max - min}{۲} = \frac{۴-(-۲)}{۲} = +۳$$

$$c = \frac{max+min}{۲} = \frac{۴+(-۲)}{۲} = ۱ \qquad ۳\sin x + ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = ۱ \rightarrow b = ۱$$

۱۱

الف) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^۳ - ۸x - ۳}{۹ - x^۳} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^۳(۱ - \frac{۸}{x^۲} - \frac{۳}{x^۳})}{x^۳(\frac{۹}{x^۳} - ۱)} = ۱$

ب) $\lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{[x]}{x-۱} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{x^۲ - ۹}{۲ - \sqrt{x+۱}} \times \frac{۲ + \sqrt{x+۱}}{۲ + \sqrt{x+۱}} = \frac{(x+۳)(x-۳)(۲+\sqrt{x+۱})}{(۲)^۲ - (\sqrt{x+۱})^۲} = \frac{(x+۳)(x-۳)(۲+\sqrt{x+۱})}{۴ - (x+۱)}$

$۴ - x - ۱ = -(x+۳)$

$= -(۳-۳)(۲ + \sqrt[۲]{۴}) = -۴$

www-kanoon.ir

ج) $\lim_{x \to 2^-} \frac{x+1}{4-x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

(۱۴

$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$f'(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 1 = 9$

$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \Rightarrow \lim_{x \to 2} \frac{3x^2 - 2x + 1 + 9}{x - 2} \Rightarrow \lim_{x \to 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x - 2}$

$= \lim \frac{(x-2)(3x+4)}{(x-2)} = 3(2) + 4 = 6 + 4 = 10.$

(۱۵

الف) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \to (-1)^-} f(x) = +\infty$

پ) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

ت) $\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$