باسمه تعالی

نام : .....
نام خانوادگی : .....
نام استاد : **مسعود امیری**
نام درس: ریاضی ۳

اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان
اداره آموزش و پرورش شهرستان لنگرود
(مهر آموزشگاه)
دبیرستان غیردولتی ایران من

نوبت امتحانی: **اول**
پایه : دوازدهم تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲
وقت : ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: **مسعود امیری** نمره به عدد:	تجدید	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره به عدد:
تاریخ و امضا: نمره به حروف:	نظر	تاریخ و امضا:	نمره به حروف:

ردیف	پیامبر اکرم(ص): « نیکوکاری کامل آن است که در نهان همان را انجام دهی که در آشکارا انجام می دهی»	بارم
۱	**نمودار تابع زیر را در بازه خواسته شده رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟** $f(x)=\cos(x-\frac{\pi}{۳})$ $D_f=[۰,۲\pi]$	۲
....	.....	...
۲	**الف) اگر $f(x)=۳+\sqrt{۲x-۱}$ باشد، مقدار $(fof^{-۱})(۵)$ برابر با ..... است.** **ب) نقطه $(-۲,۴)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y=f(۲x)$ برابر ..... است.**	۰/۵
....	.....	...
۳	**اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=x-۱$، آنگاه:** **الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.** **ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.**	۱/۵
....	.....	...
۴	**اگر تابع f در یک فاصله صعودی باشد، آیا اکیداً صعودی نیز خواهد بود؟ مثال بزنید.**	۰/۷۵

www-kanoon-ir

۵ ضابطه وارون تابع $f(x)=\frac{1-x}{x}$ را به دست آورده و مشخص کنید که این تابع وارون خود را در چند نقطه قطع می کند؟ ۱/۵

.....

۶ معادله ی یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)+c$ را بنویسید که برد آن $[-۴,۴]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است. ۱/۵

.....

۷ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را با هم مقایسه کنید : ۱

الف) $۰<\alpha<\frac{\pi}{۲}$ ب) $\frac{۳\pi}{۲}<\alpha<۲\pi$

.....

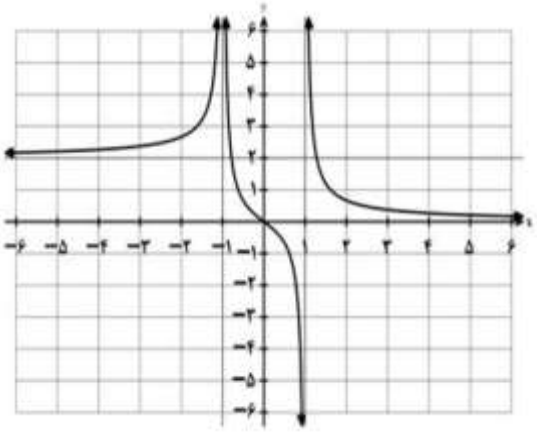
۸ معادلهٔ مثلثاتی $\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ را حل کنید. ۱/۵

.....

۹ اگر $\lim_{h\to ۰}\frac{f(x-h)-f(x)}{۲h}=x-\sqrt{x}$ ، حاصل $f'(۹)$ کدام است؟ ۱/۵

www-kanoon-ir

۱۰ نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.



الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x\to-1} f(x) =$ ت) $\lim_{x\to(1)^-} f(x) =$

۱

... .

۱۱ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۲/۵

الف) $\lim_{x\to1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$

ب) $\lim_{x\to0^-} \frac{x-2}{|\sin x|}$

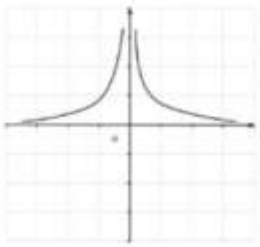
پ) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^2+4x^5}{x^3-x}$

ت) $\lim_{x\to0^+} \frac{x-1}{\sin x}$

... .

۱۲ با استفاده از تعریف مشتق شیب خط مماس بر منحنی $f(x)=x^2+3$ را در نقطه $(2,f(2))$ به دست آورید. ۱/۵

www-kanoon-ir

۱۳	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.	۲/۲۵
	الف) به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، ..... می گوئیم.	
	ب) برد تابع تانژانت ($y = \tan x$) برابر ..... است.	
	پ) با توجه به شکل مقابل حد تابع $f(x)=\frac{۱}{\lvert x\rvert}$ در نقطه $x = ۰$ برابر است با ..... . 	
	ت) اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a ..... است.	
	ت) اگر مقدار a برابر ..... باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است.	
	ث) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۳\sin ۲x$ به ترتیب برابر ..... و ..... است.	
	ج) حاصل $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \left(\frac{x+۱}{\tan x} \right)$ برابر ..... است.	
	چ) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته..... ، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.	
...	.....	...
۱	۱۴ نمودار تابع $y=(x-۱)^۳+۲$ را به کمک نمودار تابع $y=x^۳$ رسم کنید.	

www-kanoon.ir

بسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان

اداره آموزش و پرورش شهرستان لنگرود

(مهر آموزشگاه)

دبیرستان غیردولتی ایران من

نام :
نام خانوادگی :
نام استاد : مسعود امیری
نام درس: ریاضی ۳

نوبت امتحانی: اول
پایه : دوازدهم تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲
وقت : ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: مسعود امیری	نمره به عدد:	تجدید	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره به عدد:
تاریخ و امضا:	نمره به حروف:	نظر	تاریخ و امضا:	نمره به حروف:

ردیف | پیامبر اکرم(ص): «نیکوکاری کامل آن است که در نهان همان را انجام دهی که در آشکارا انجام می دهی» | بارم

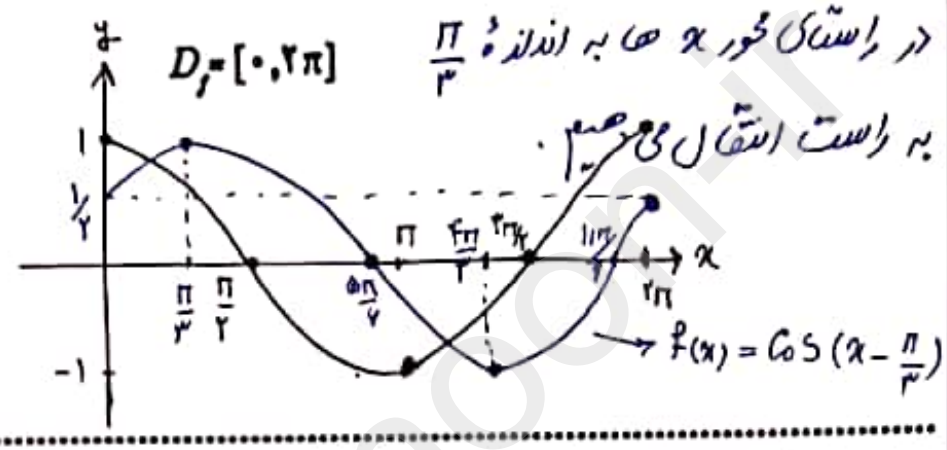
۱ نمودار تابع زیر را در بازه خواسته شده رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟ ابتدا نمودار $y=\cos x$ را رسم کرده و سپس، زرا در راستای محور x ها به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به راست انتقال می دهیم.

$f(x)=\cos(x-\frac{\pi}{3})$ $D_f=[0,2\pi]$

$[0,\frac{\pi}{3}]$: صعودی

$[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}]$: نزولی

$[\frac{4\pi}{3},2\pi]$: صعودی



۲ الف) اگر $f(x)=3+\sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(fof^{-1})(5)$ برابر با ۵ است. ۰/۵

ب) نقطه $(-2,4)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y=f(2x)$ برابر $(-1,4)$ است.

۳ اگر $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=x-1$، آنگاه: $D_f=[-1,\infty)$ ، $x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$ ، $D_g=\mathbb{R}$ ۱/۵

الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.

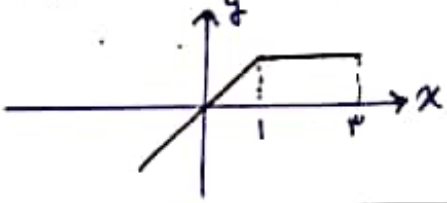
الف) $D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=$

$=\{x\in\mathbb{R} \mid \underbrace{x-1}_{x\geq 0} \geq -1\}=[0,+\infty)$ ✓

ب) $fog(x)=\sqrt{x-1+1}=\sqrt{x}$

۴ اگر تابع f در یک فاصله صعودی باشد، آیا اکیداً صعودی نیز خواهد بود؟ مثال بزنید. ۰/۲۵

خیر - مثلاً در شکل مقابل، تابع صعودی است اما اکیداً صعودی نیست. در بازه $[1,3]$ ثابت است.



www.kanoon.ir

Scanned by CamScanner

۵ ضابطه وارون تابع $f(x)=\frac{1-x}{x}$ را به دست آورده و مشخص کنید که این تابع وارون خود را در چند نقطه قطع می کند؟ ۱/۵

$y=\frac{1-x}{x} \Rightarrow yx=1-x \Rightarrow yx+x=1$

$\Rightarrow x(y+1)=1 \Rightarrow x=\frac{1}{y+1} \Rightarrow y=\frac{1}{x+1} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{x+1}$

$f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{1-x}{x}=\frac{1}{1+x} \Rightarrow 1-x^2=x \Rightarrow x^2+x-1=0$

$\Delta=1-4(1)(-1)=5>0 \Rightarrow$ (۲) جواب دارد.

۶ معادله ی یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)+c$ را بنویسید که برد آن $[-۴,۴]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است. ۱/۵

$T=\frac{2\pi}{|b|}=2 \Rightarrow |b|=\pi \Rightarrow b=\pm\pi$

$\begin{matrix}|a|+c=4 \\ -|a|+c=-4\end{matrix} \xrightarrow{+} c=0 \text{ و } |a|=4 \Rightarrow a=\pm 4$

$\Rightarrow y=\pm 4\sin(\pm\pi x)$ ✓

۷ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را با هم مقایسه کنید: ۱

الف) $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$: ربع اول هر دو مقدار مثبتند

$\tan\alpha > \sin\alpha$

ب) $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$

ربع چهارم هر دو مقدار منفی

$\tan\alpha < \sin\alpha$ و

۸ معادلهٔ مثلثاتی $\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید. ۱/۵

$\xrightarrow{\times 2} 2\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow$

$2x=2k\pi+\frac{\pi}{3} \xrightarrow{\div 2} x=k\pi+\frac{\pi}{6}$ ، $k\in\mathbb{Z}$

$2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{2\pi}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{3}$ ، $k\in\mathbb{Z}$

۹ اگر $\lim_{h\to 0}\frac{f(x-h)-f(x)}{2h}=x-\sqrt{x}$ ، حاصل $f'(9)$ کدام است؟ ۱/۵

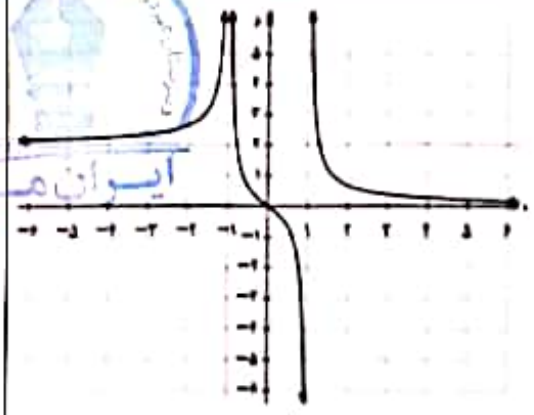
$\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(x-h)}{h}=f'(x) \xrightarrow{x-\frac{1}{2}} \lim_{h\to 0}\frac{f(x-h)-f(x)}{2h}=-\frac{1}{2}f'(x)$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}f'(x)=x-\sqrt{x} \Rightarrow f'(x)=-2(x-\sqrt{x}) \Rightarrow f'(9)=-2(9-3)=-12$

www.kanoon.ir

Scanned by CamScanner

۱۰ نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.



الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = ۲$ ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = ۰$

پ) $\lim_{x\to -۱} f(x) = +\infty$ ت) $\lim_{x\to(۱)^-} f(x) = -\infty$

---

۱۱ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۲/۵

الف) $\lim_{x\to۱} \frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱} = \lim_{x\to۱} \frac{(x-۱)(\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱)}{x-۱} = ۳$

ب) $\lim_{x\to۰^-} \frac{x-۲}{|\sin x|} = \frac{۰-۲}{۰^+} = \frac{-۲}{۰^+} = -\infty$

پ) $\lim_{x\to-\infty} \frac{۳x^۲+۴x^۵}{x^۳-x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{۴x^۵}{x^۳} = \lim_{x\to-\infty} ۴x^۲ = +\infty$

ت) $\lim_{x\to۰^+} \frac{x-۱}{\sin x} = \frac{۰-۱}{۰^+} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

---

۱۲ با استفاده از تعریف مشتق شیب خط مماس بر منحنی $f(x)=x^۲+۳$ را در نقطه $(۲,f(۲))$ به دست آورید. ۱/۵

$f(۲)=۴+۳=۷$ ، $y-۷=m(x-۲)$ ①

$m=f'(۲)=\lim_{x\to۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to۲} \frac{x^۲+۳-۷}{x-۲} = \lim_{x\to۲} \frac{x^۲-۴}{x-۲}$

$= \lim_{x\to۲} \frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)} = ۴$

① $\Rightarrow y-۷=۴(x-۲)=۴x-۸$

$\Rightarrow y=۴x-۱$

www.konoon.ir
ایران من
Scanned by CamScanner

۱۳ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

الف) به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، یکنوا ..... می گوئیم.

ب) برد تابع تانژانت ($y = \tan x$) برابر ..... $\mathbb{R}$ ..... است.

پ) با توجه به شکل مقابل حد تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ در نقطه $x = 0$ برابر است با ..... $+\infty$.



ت) اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a پیوسته ..... است.

ت) اگر مقدار a برابر صفر ..... باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است.

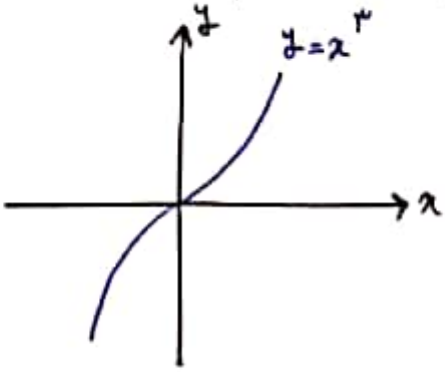
ث) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3\sin 2x$ به ترتیب برابر ..... π ..... و ..... 3 ..... است.

ج) حاصل $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر صفر ..... است.

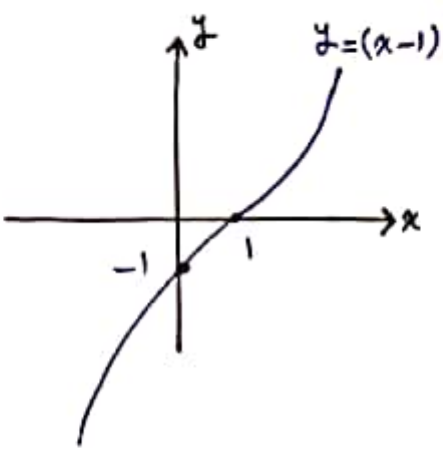
چ) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته نباشد ..... ، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.

۱۴ نمودار تابع $y=(x-1)^3+2$ را به کمک نمودار تابع $y=x^3$ رسم کنید.

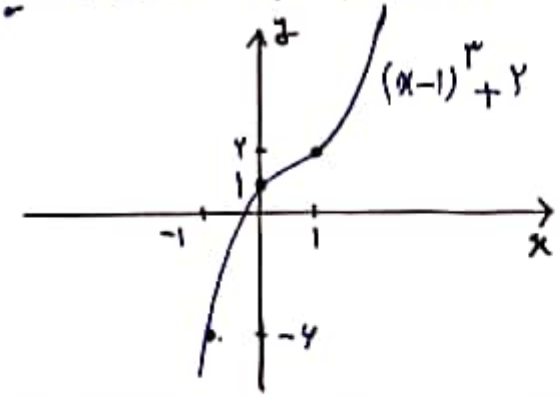
۱- ابتدا نمودار $z=x^3$ را رسم می‌کنیم.



۲- سپس آنرا در راستای محور x ها یک واحد به راست انتقال می‌دهیم.



۳- در نهایت آنرا در راستای محور z ها دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم.



Scanned by CamScanner