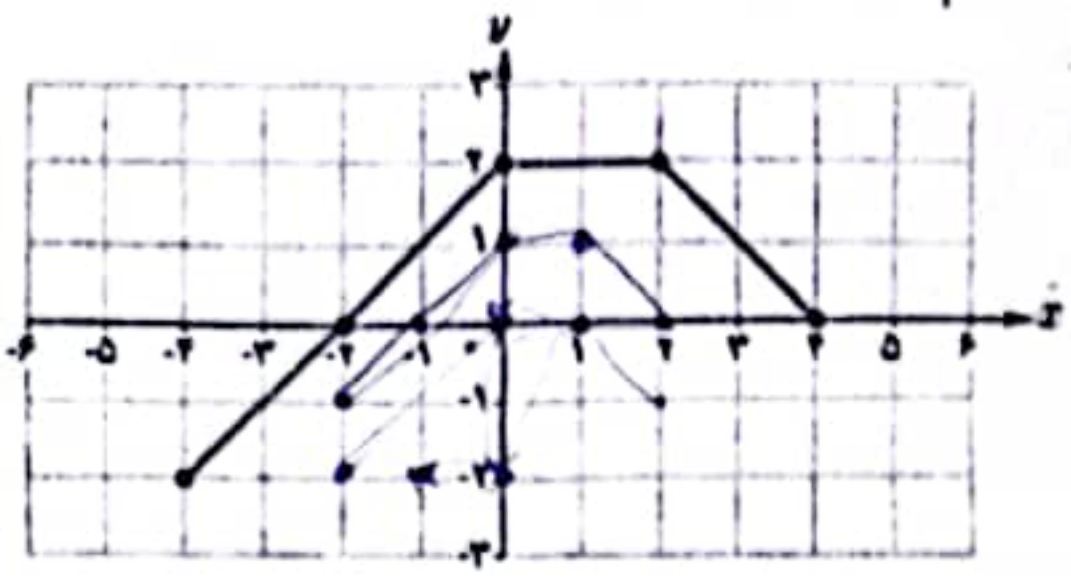
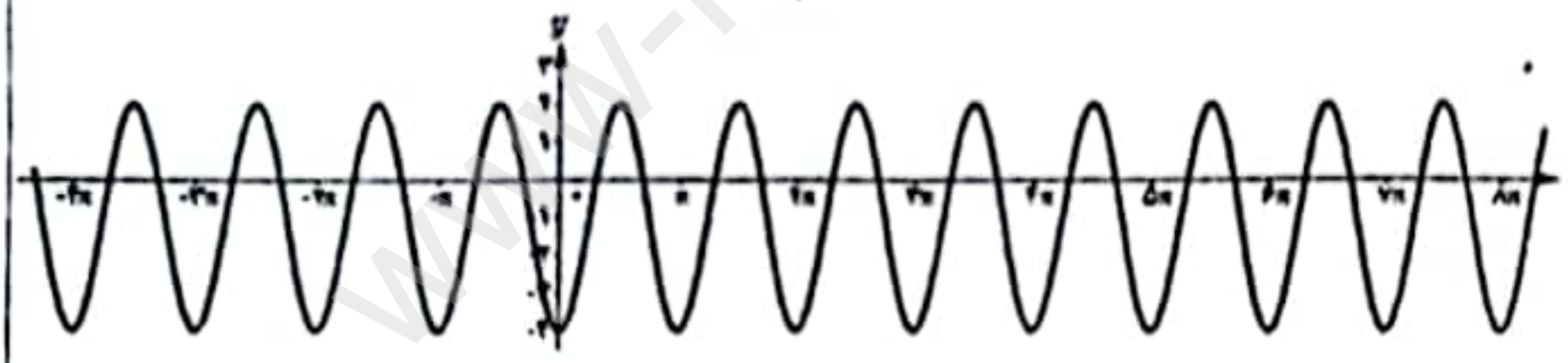
نام:	بسمه تعالی	آزمون : ریاضی 3
نام خانوادگی:	اداره کل آموزش وپرورش استان اردبیل	تاریخ آزمون: 1402\10\2
کلاس:	مدیریت آموزش وپرورش ناحیه 2اردبیل	نام دبیر: زهرا صالح زاده
شماره داوطلبی:	دبیرستان هوشمند دختراله شاهد(شهیدجهازی)	
	سالتحصیلی1403-1402	

امام علی (ع): "از آنان مباشید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند"

سوالات در 3 صفحه طراحی شده اند.

ردیف		نمره:	بارم
	پیامبراعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.		
1	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع ثابت ،هم صعودی و هم نزولی است . ب)اگر $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=2x-3$ آن گاه $(fog)(6)=g(3)$. پ)نمودار تابع $f(x)=x^3$ در بازه $(1, 0)$ ، پایین تر از نمودار تابع $f(x)=x^2$ است . ت)باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $p(x)=3x^3+2x^2+5x+1$ بر $x+1$ برابر 5- است. ث) نمودار تابع $y=\|x\|$ یک تابع اکیدا نزولی است.		1/25
2	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب ریاضی پر کنید. الف) اگر $f(x)=x^3$ باشد در این صورت ضابطه تابع وارون آن برابر ..... است. ب) دامنه تابع $y=\tan x$ برابر .... است . پ)اگر نقطه ی $(-2,5)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ قرار داشته باشد . در این صورت نقطه ی متناظر آن روی نمودار تابع $g(x)=2f(x+1)-3$ برابر ..... است. ت)مقدار حد $\lim_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{3}{x^2}}{-7-\frac{7}{x}}$ برابر ..... است.		1
3	نمودار تابع $y=(x-1)^3+2$ را رسم کنید ، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.		1
4	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی را مشخص کنید که در آن ها تابع صعودی ، نزولی و ثابت است را مشخص کنید. $f(x)=\begin{cases}-2x-3 & x<-4\\ 3 & -4\le x<2\\ 3x-2 & x\ge 2\end{cases}$		1/5
5	اگر $f(x)=\sqrt{x+3}$ و $g(x)=2x-3$ در این صورت مطلوب است: الف) ضابطه ی $fog(x)$ را تشکیل دهید. ب) دامنه ی تابع $fog(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. پ) مقدار عددی $gof(1)$ را بیابید.		1/5

www-karnoon.ir

1	با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ ، نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(2x) - 1$ را رسم کنید. 	6
1/5	با محدود کردن دامنه ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک بدست آورید، سپس نمودار تابع وارون f را رسم کرده ودامنه و برد تابع وارون را بنویسید.	7
2	الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید . $y = -\sqrt{5} + 2\sin(\pi x)$	8
	ب) مقدار $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.	
1	ضابطه ی مربوط به نمودار تابع زیر را بنویسید. 	9
1/5	فرض کنید $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ و α در ربع دوم باشد در این صورت مقدار $\cos 2\alpha$ و $\sin 2\alpha$ را بیابید.	10
1	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید . $\cos x(2\cos x - 5) = 3$	11

www-kanoon.ir

3

12 حدود زیر را بیابید.

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-\sqrt{x}}{2x^2+3x-5} =$

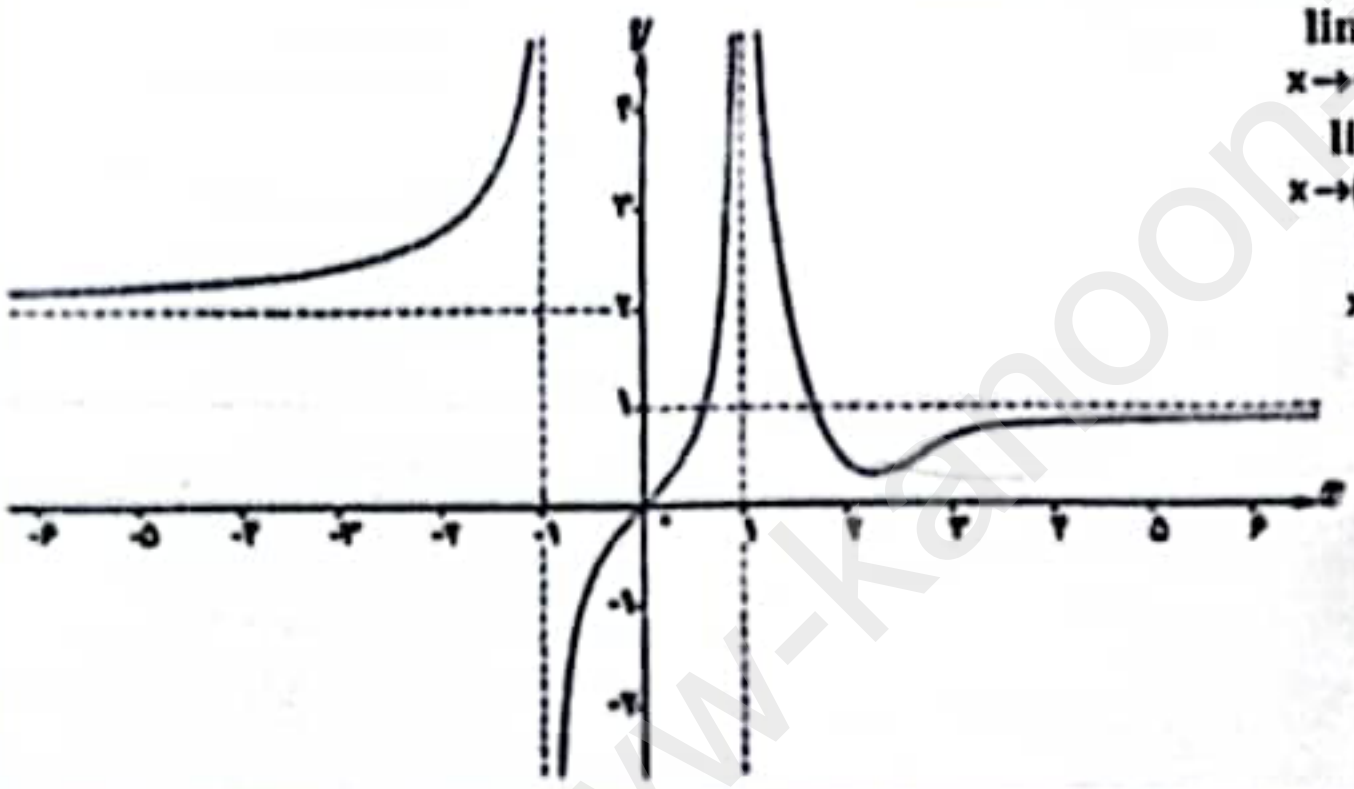
ب) $\lim_{x\to -8} \frac{2x+16}{2+\sqrt[3]{x}} =$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-3}{2-x}$

ت) $\lim_{x\to -\infty} \frac{-4x^7+6x^3}{2x^4-5x} =$

ت) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{-1}{\cos x} =$

0/75 13 با توجه به نمودار تابع داده شده ، موارد خواسته شده را بیابید.



الف) $\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ ....

ب) $\lim_{x\to (-1)^+} f(x) =$ . . .

پ) $\lim_{x\to 1^-} f(x) =$ . . .

0/5 14 $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید

15 تابع $f(x) = 2x^2 - 3x$ مفروض است:

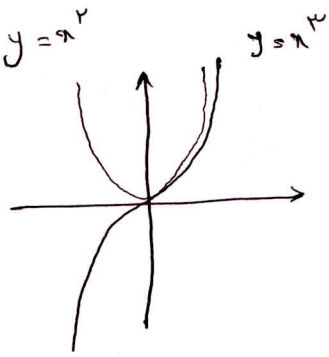
الف) مقدار $f'(2)$ را به کمک تعریف مشتق بیابید.

ب) معادله ی خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه ی به طول 2 واقع بر آن را بدست آورید.

در پناه حق ، موفق و سربلند باشید .

صالح زاده

www.kanoon.ir



۱ الف) درست تابع ثابت را می‌توان هم صعودی و هم نزولی در نظر گرفت.

ب) نادرست

پ) درست.

ت) نادرست

ث) نادرست

---

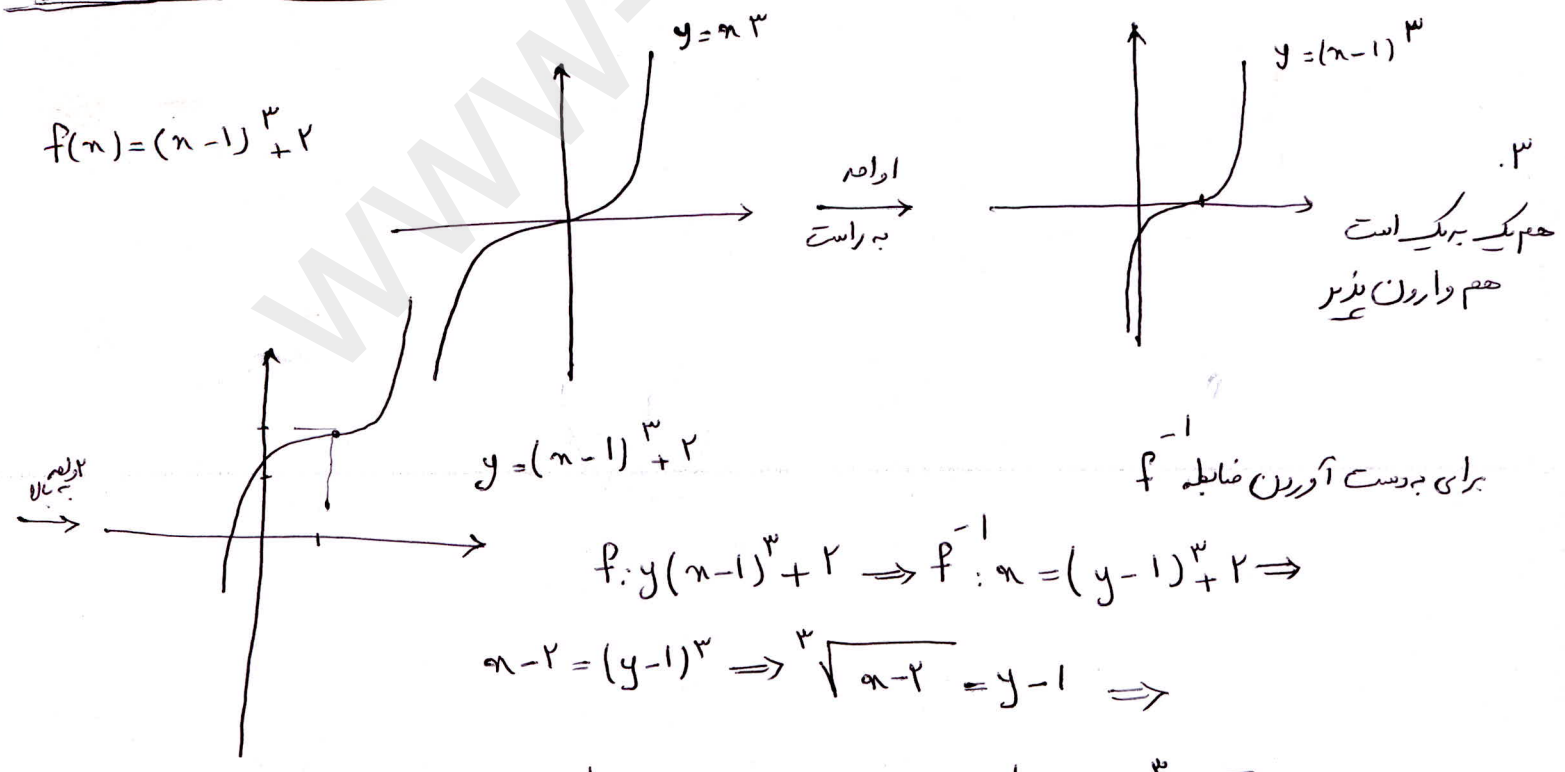
۲) الف $f(x)=x^3+1$ ضابطه وارون بدایر $-x^3$

ب) دامنه تابع tan

پ) $g(x)=2f(x+1)-3$ روی نمودار تابع $(-2,5)$

ت) $\lim_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{3}{x^2}}{\frac{7}{x}-7}=\frac{2+\frac{3}{-\infty}}{\frac{7}{-\infty}-7}=$ تعریف نشده

۳.



برای بدست آوردن ضابطه f^{-1}

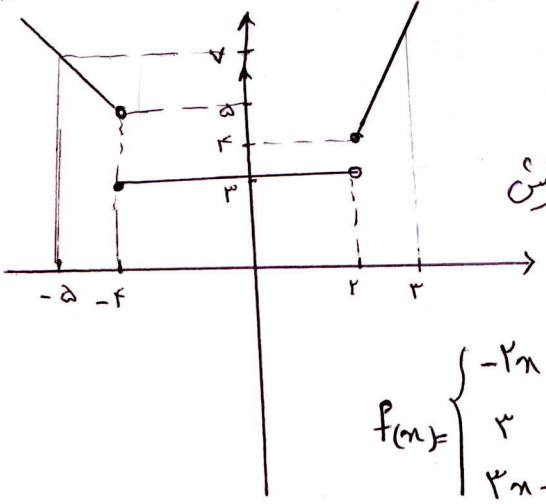
$$f: y=(x-1)^3+2 \Rightarrow f^{-1}: x=(y-1)^3+2 \Rightarrow$$

$$x-2=(y-1)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{x-2}=y-1 \Rightarrow$$

$$f^{-1}: y=1+\sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x)=1+\sqrt[3]{x-2}$$

www.kanoon.ir

۴. هرسه نقاط خطی هستند پس با معلوم بودن دو نقطه از آن ها و وصل کردن دو نقطه نمودار رسم می‌شود. با توجه به نمودار تابع $[-۴, ۲)$ ثابت است از طرفی در بازه $(۲, +\infty)$ با افزایش مقدار x، مقدار y کاهش می‌یابد یا ثابت باقی می‌ماند پس تابع در این بازه نزولی است. در بازه‌ی $(-\infty, -۴]$ با افزایش x، مقدار y ثابت باقی می‌ماند یا افزایش می‌یابد. پس تابع در این بازه صعودی است.



$$f(x)=\begin{cases}-۲x-۳ & x<-۴\\ ۳ & -۴\le x<۲\\ ۳x-۲ & x\ge ۲\end{cases}$$

---

۵. $f(x)=\sqrt{x+۳}$ $\quad g(x)=۲x-۳$

$$fog(x)=\sqrt{(۲x-۳)+۳}=\sqrt{۲x}$$

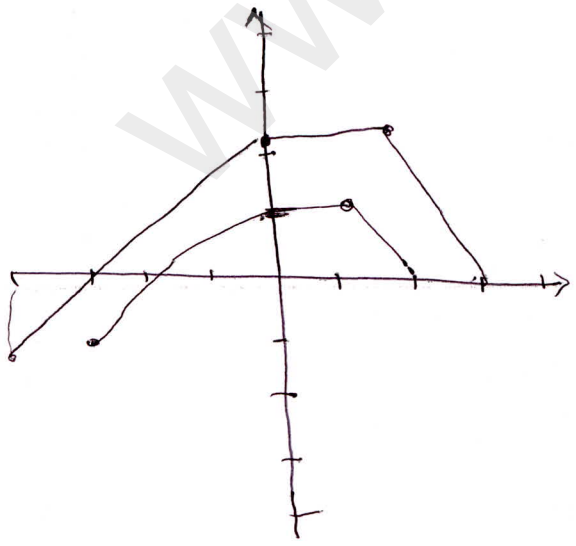
$۲x\ge ۰ \quad x\ge ۰$

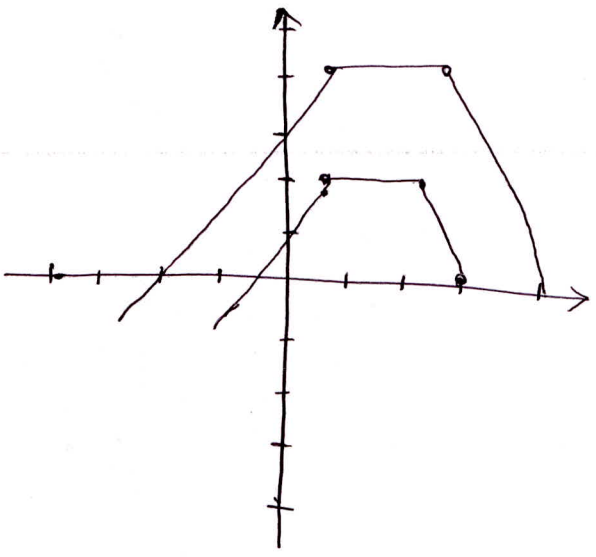
$D=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$

$$gof=gf(x)=۲(\sqrt{x+۳}-۳=۲(\sqrt{۱+۳})-۳=۱$$

---

۶. $y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱$





www.kanoon.ir

۷.

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

آن را ضابطه تابع به صورت مربع نوشته شود و نمودار آن رسم کنیم $[2, +\infty)$ یا $(-\infty, 2]$ یک به یک و

درنتیجه وارون پذیر است.

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$$

---

۸ الف)

$$y = -\sqrt{a} + 2\sin(\pi x)$$

$\max -|a| + c = 2 - \sqrt{a}$

$\min -|a| + c = -2 - \sqrt{a}$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

$$b = \pm 2$$

ب) از اتحاد داریم $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ب) $\sin 15^\circ =$

$$\cos 30^\circ = 1 - \sin^2 15^\circ \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \xrightarrow{\sin 15^\circ > 0}$$

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$$

۹

$$T = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow \max = a + |b| \quad \min = a - |b| \quad \frac{2\pi}{|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 2 \quad c = \pm 2$$

$$\begin{cases} \max = 2 \\ \min = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 2 \\ a - |b| = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \Rightarrow b \pm 3 \end{cases}$$

از آنجایی که کسینوس هر زاویه با کسینوس قرینه ی آن برابر است.

$$y = -1 - 3\cos 2x$$

---

۱۰)

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \Rightarrow 2\left(\frac{12}{13}\right)\left(-\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}\right)$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\left(-\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}\right)^2 - 1$$

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}$$

www.kanoon.ir

۱۱) $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow$

$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$

$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \cos x = \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

$\cos x = 1$ غ ق ق

---

۱۲) $\lim_{x\to 1} \frac{x-\sqrt{x}}{2x^2+3x-5} = \lim \frac{x-\sqrt{x}}{(2x+5)(2x-1)} = \frac{x\sqrt{x}}{(2x+5)(2x-1)} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \frac{x^2-x}{(2x+5)(2x-1)(x+\sqrt{x})}$

$\lim_{x\to -1} \frac{2x+14}{2+\sqrt[3]{x}} * \frac{2-\sqrt[3]{x}}{2-\sqrt[3]{x}} = \frac{2x+14\times 2\sqrt[3]{x}}{4-\sqrt[3]{x}} = \frac{32\times\sqrt[3]{x}}{4-\sqrt[3]{x}} = \frac{32}{4} = 8$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-2}{2-x} = \frac{2-2}{2-2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ جزء صحیح

$\lim_{x\to -\infty} \frac{-4x^7+4x^3}{2x^4-5x}$: حواب در پایان

$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{-1}{\cos x} = \frac{-1}{\cos(\frac{\pi}{2})} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to -\infty} \frac{-4x^7+4x^3}{2x^4-5x} = \frac{-4(-\infty)^7+4(-\infty)^3}{2(-\infty)^4-5(-\infty)} = +\infty$

$= \frac{x(4x-1)}{(2x+5)(2x-1)(x+\sqrt{x})} = \frac{x}{(7)(2)(1)} = \frac{1}{14}$

---

۱۳) اگر x را اندازه کافی به -1 نزدیک کنیم

$\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

www.kanoon.ir

۱۴- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ وقتی تابع f در بازه‌ی $(b, -\infty)$ تعریف شده باشد آن‌گاه $\lim f(x) = -\infty$

یعنی f را می‌توان از هر عدد منفی دلخواهی کوچک‌تر کرد به شرط آن که x به قدر کافی کوچک و منفی باشد. پس در این صورت

است $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

---

۱۵. $f(x) = 2x^2 - 3x$ $f'(2)$

$$f'(+2) = \lim \frac{f(x) - f(+2)}{x \div (+2)}$$

$$\lim \frac{2x^2 - 3x - (2(2)^2 - 3(2))}{x - 2} = \lim \frac{2x^2 - 3x - 2}{(x-2)} = \lim \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)} =$$

$$\lim(2x - 3) = \lim(2(2) - 3) = 1$$

$y - y_A = m(x - x_A) =$ $y - 2 = \lim(x - 0)$

$(2, 0)$ $y = mx - 2$