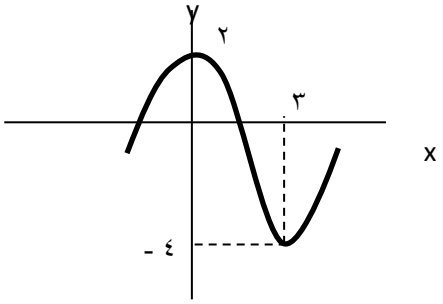
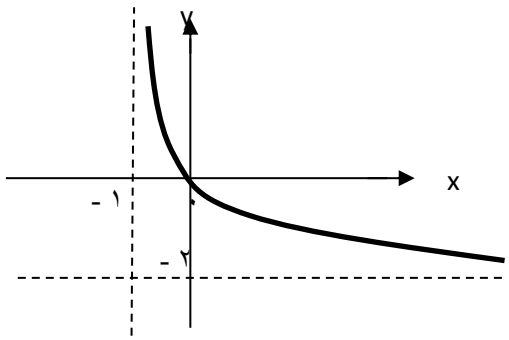
نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶/۴ تهران دبیرستان غیردولتی سرای دانش آزمون **پایان** ترم **نوبت اول** سال تحصیلی **۱۴۰۳- ۱۴۰۲**	نام درس: ریاضی ۳ نام دبیر: سرای دانش تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/ ۳ ساعت امتحان: ۰۰ : ۸ صبح/ عصر مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=2x^2-1$ باشد ، الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.	۱/۲۵
۲	اگر دامنه و برد تابع $y=f(x)$ به صورت $D_f=[-2,6]$ و $R_f=[3,10]$ باشد ، دامنه و برد تابع $g(x)=2f(x-4)$ را بیابید.	۱
۳	نمودار تابع مقابل را رسم کنید. $y=x^3-6x^2+12x-9$	۱/۲۵
۴	اگر تابع f روی R اکیدا نزولی و $f(-2)=0$ باشد ، دامنه تابع زیر را بیابید. $g(x)=\sqrt{(x^2-8)f(x)}$	۱/۵
۵	ضابطه تابع $y=\left(f^{-1}og^{-1}\right)(x)$ را با فرض $(gof)(x)=\sqrt[3]{x}$ به دست آورید.	۱
۶	تابع $y=x^3$ را ابتدا نسبت به محور yها قرینه کرده ، سپس نمودار حاصل را دو واحد به چپ منتقل کرده و در نهایت آن را ۵ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا تابع f حاصل شود ، ضابطه تابع وارون تابع f را بیابید.	۱/۵
۷	معادله یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)+c$ را بنویسید که برد آن $[-4,4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است.	۱
۸	معادله مثلثاتی $\sin x\cos x=\frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.	۱/۵
۹	دوره تناوب ، ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید. ۱) $f(x)=4\sin 5x$ ۲) $g(x)=-\frac{3}{2}\cos\left(\frac{1}{4}x\right)$	۱/۵

www.kanoonir

۱۰	نمودار تابع $f(x) = a\cos bx + c$ به صورت زیر است ، ضابطه این تابع را بیابید.  	۱/۵
۱۱	معادله مثلثاتی $\sin ۲x = \sin x$ را حل کنید.	۱
۱۲	مقدار $\sin ۱۵^\circ$ را بیابید.	۱
۱۳	حد توابع زیر را در صورت وجود مقایسه کنید. الف) $\lim_{x \to ۳} \frac{x^۲ - ۹}{۲ - \sqrt{x+۱}}$ ب) $\lim_{x \to \frac{۱}{۲}^-} \frac{[x] - ۳}{\lvert ۲x - ۱ \rvert}$ پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۲x^۳ - ۵x + ۱}{۶x^۳ - ۱۱x^۲ - ۳}$	۲/۵
۱۴	الف) حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x \to ۰^-} \frac{[x]}{\sin x} =$ ب) با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید. $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ $\lim_{x \to -۱^+} f(x) =$  	۱/۷۵
۱۵	نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف ۲ – تعریف شده باشد. به طوری که $\lim_{x \to (-۷)^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to (-۲)^{-۱}} f(x) = +\infty$.	۰/۷۵

مجموع بارم : ۲۰ نمره

www-kanoon-ir

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه تهران
دبیرستان غیر دولتی سرای دانش
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

نام درس: ریاضی ۳
نام دبیر: سرای دانش
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/ ۳
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ..... دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر

۱

متوسط نهایی ۱۴۰۰ (الف

$$f(x)=\sqrt{x-1}\rightarrow D_f: x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1$$

$$g(x)=2x^2-1\rightarrow D_g=R$$

$$D_{fog}:\{x\in D_g, g(x)\in D_f\}=\{x\in R, 2x^2-1\geq 1\}=\{x\in R, 2x^2\geq 2\}=\{x\in R, x^2\geq 1\}=\{x\in R, x^2\geq 1, x\leq 1\}=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$$

(ب

$$(fog)(x)=f(g(x))=\sqrt{2x^2-1-1}=\sqrt{2x^2-2}$$

۲

متوسط نهایی ۱۴۰۰ $D_f=[-2,6]\Rightarrow -2\leq x\leq 6$

$$g(x)=2f(x-4)\Rightarrow -2\leq x-4\leq 6\xrightarrow{+4} 2\leq x\leq 10\Rightarrow D_g=[2,10]$$

$$R_f=[3,10]\Rightarrow 3\leq f(x)\leq 10$$

برد تابع‌های $y=f(x)$ و $y=f(x-4)$ یکسان است پس داریم :

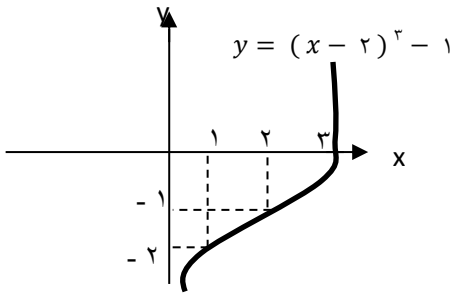
$$3\leq f(x-4)\leq 10\xrightarrow{\times 2} 6\leq 2f(x-4)\leq 20\Rightarrow 6\leq g(x)\leq 20\Rightarrow R_g=[6,20]$$

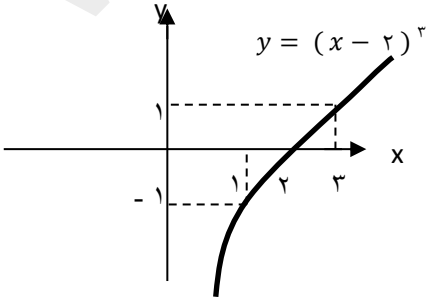
۳

با تشکیل اتحاد مکعب دو جمله‌ای یعنی $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ داریم :

$$y=x^3-6x^2+12x-9=x^3-6x^2+12x-8-1=(x-2)^3-1$$

برای رسم $y=(x-2)^3-1$ باید $y=x^3$ را دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم.





۴

متوسط نهایی ۱۴۰۰ $g(x)=\sqrt{(x^2-8f(x)}\Rightarrow (x^2-8f(x)\geq 0$

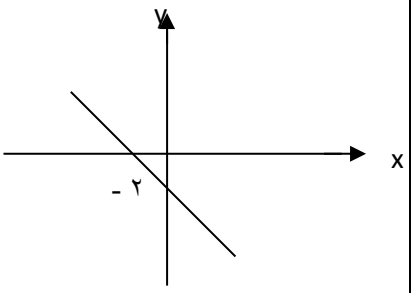
چون f روی R اکیدا نزولی و $f(-2)=0$ است ، داریم :

$\Rightarrow$ برای $x<-2$ تابع f مثبت است. $\Rightarrow f(x)>2\Rightarrow f(x)>f(-2X<-$

www-kanoon-ir

$\Longrightarrow$ برای $x > -۲$ (۰) $\Longrightarrow f(x) < ۲ \Longrightarrow f(x) < f(-۲X>-$ تابع f منفی است.

نمودار f تقریبا به صورت مقابل است.



$x^{۲} - ۸۱ = ۰ \Longrightarrow x = \pm ۹$

x		- ۹		- ۲		۹	
$x^{۲} - ۸۱$	+	۰	−		−	۰	+
f (x)	+		+	۰	−		−
$(x^{۲} - ۸۱)\, f(x)$	+	۰	−	۰	+	۰	−

$\Longrightarrow x < -۹$ یا $-۲ \le x \le ۹ \Longrightarrow D_g = (-\infty,$

۵

ضابطه تابع $y = \left(f^{-۱} o\, g^{-۱}\right)(x)$ مد نظر بوده و با فرض $h(x) = (gof)(x) = \sqrt[۳]{x}$

ضابطه $y = h^{-۱}(x)$ هدف مساله می‌باشد. برای دست‌یابی به معکوس h (x) کافی است از رابطه $\sqrt[۳]{x}$, x

y = را بر حسب y بیابیم :

$$y = \sqrt[۳]{x} \xrightarrow{\text{به توان ۳ می‌رسانیم}} y^{۳} = x \rightarrow y = h^{-۱}(x) = x^{۳}$$

۶

$$y = x^{۳} \xrightarrow[x \to -x]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}} y = (-x)^{۳} = -x^{۳} \xrightarrow[x \to x+۲]{۲ \text{ واحد چپ}} y = -(x+۲)^{۳}$$

$$\xrightarrow{۵ \text{ واحد بالا}} y = f(x) = -(x+۲)^{۳} + ۵ \Longrightarrow (x+۲)^{۳} = ۵ - y$$

$$\Longrightarrow x + ۲ = \sqrt[۳]{۵ - y} \Longrightarrow x + ۲ = -\sqrt[۳]{y - ۵} \Longrightarrow x = -۲ - \sqrt[۳]{y - ۵}$$

$$\Longrightarrow y = f^{-۱}(x) = -۲ - \sqrt[۳]{x - ۵}$$

۷

$$|b| = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \rightarrow b = \pm \pi$$

$$\rightarrow y = \pm ۴ \sin(\pm \pi x)$$

$$|a| = \frac{۴ - (-۴)}{۲} = ۴ \rightarrow a = \pm ۴$$

$$c = \frac{۴ + (-۴)}{۲} = ۰$$

۸

الف) می‌دانیم که $\sin a \cos a = \frac{۱}{۲} \sin ۲a$ است.

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \rightarrow \frac{۱}{۲} \sin ۲x = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \rightarrow \sin ۲x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sin \frac{\pi}{۴}$$

$$\xrightarrow[x = ۲k\pi + \pi - a]{\sin x = \sin a \rightarrow \quad x = ۲k\pi + a}$$

$$۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۸}$$

$$۲x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \rightarrow x = k\pi + \frac{۳\pi}{۸}$$

---

www-kanoon-ir

۹

دوره تناوب توابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ برابر با $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ و ماکزیمم آن‌ها $|a|$ و مینیمم آن‌ها $-|a|$ است.

۱) $f(x) = ۴ \sin ۵x \to T = \frac{۲\pi}{۵}$, $\max = ۴$, $\min = -۴$

۲) $g(x) = -\frac{۳}{۲}\cos\left(\frac{۱}{۴}x\right) \to T = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۴}} = ۸\pi$, $\max = |-\frac{۳}{۲}| = \frac{۳}{۲}$,

$$\min = -\left|-\frac{۳}{۲}\right| = -\frac{۳}{۲}$$

۱۰

تفاضل طول نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی برابر با نصف دوره تناوب است.

$$\frac{T}{۲} = ۳ \Rightarrow T = ۶ \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۶ \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{۳} \xrightarrow{b>۰} b = \frac{\pi}{۳}$$

$$\left.\begin{array}{l} \max f = |a| + c = ۲ \\ \min f = -|a| + c = -۴ \end{array}\right\} \Rightarrow ۲c = -۲ \Rightarrow c = -۱ \to |a| = ۳ \xrightarrow{a>۰} a = ۳$$

$$f(x) = ۳\cos\left(\frac{\pi}{۳}x\right) - ۱$$

۱۱

$$\sin ۲x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + x \to x = ۲k\pi, K \in Z \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - x \to x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳}, K \in Z \end{cases}$$

۱۲

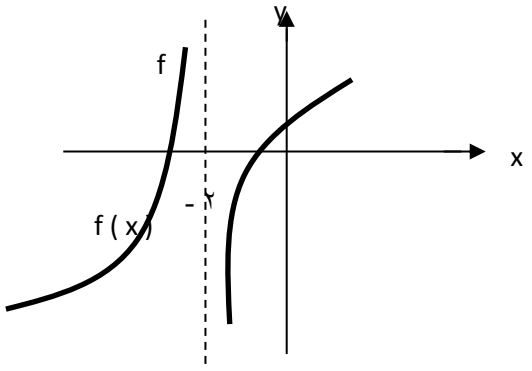
$$\sin ۱۵^\circ = \sqrt{\frac{۱ - \cos ۳۰^\circ}{۲}} = \sqrt{\frac{۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{۲ - \sqrt{۳}}}{۲}$$

۱۳

الف) $$\lim_{x \to ۳} \frac{(x-۳)(x+۳)(۲x + \sqrt{x+۱})}{(۲ - \sqrt{x+۱})(۲ + \sqrt{x+۱})} = \lim_{x \to ۳} \frac{(x-۳)(x+۳)(۲x + \sqrt{x+۱})}{-(x+۳)} = -۲۴$$

ب) $$\lim_{x \to \frac{۱}{۲}} \frac{[x] - ۳}{|۲x - ۱|} = \frac{-۳}{۰^+} = \infty$$

www-kanoon-ir

	پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۲x^۳}{۶x^۳} = \frac{۱}{۳}$
۱۴	الف) آ) $\frac{-۱}{۰^-} = +\infty$ ب) $\lim_{x \to ۱} \frac{x^۲ - x}{(x+۲)(x-۱)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \to ۱} \frac{x(x-۱)}{(x+۲)(x-۱)(x+\sqrt{x})} = \frac{۱}{۶}$ ب) آ) - ۲ ب) $+\infty$
۱۵	برای مثال تابعی مانند f مطابق شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید.  چون همسایگی محذوف ۲ – تعریف شده است. پس تابع در نقطه ۲ - = x تعریف نشده است و داریم : $\lim_{x \to (-۲)^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to (-۲)^-} f(x) = +\infty$

جمع بارم : ۲۰ نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح :**	**امضاء:**