نام و نام خانوادگی :
نام مدرسه:
نام درس: ریاضی ۳
رشته: علوم تجربی
پایه : دوازدهم

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران
اداره آموزش و پرورش شهرستان ساری ناحیه ۲
دبیرستان نمونه دولتی پروین

شروع امتحان: ۸ صبح
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۴
مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

ردیف	شرح سوال (صفحه اول)	بارم
1	جاهای خالی زیر را با عبارات مناسب پرکنید. الف) تابع $f(x)=x^3$، یک تابع همواره ..... است. ب) اگر دامنه تابع f بازه $[0 \text{ و } 3]$ و برد آن بازه $[-1, 1]$ باشد، دامنه تابع $y=-2f(x)+1$، بازه..... و برد آن بازه ..... می باشد. ج) اگر $f(7)=5$ و $g(4)=7$ باشد، آنگاه، $(fog)_{(4)}=$.....	۱/۵
۲	تابع $f(x)=\begin{cases} x+1 & x\le -2 \\ 1 & -2<x<1 \\ -x^2 & x\ge 1 \end{cases}$ را رسم کرده، مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است.	۱/۵
۳	اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=\frac{2x^2-1}{x}$ باشد، ضابطه و دامنه(به کمک تعریف) تابع fog را به دست آورده، مقادیر $(\frac{f}{g})(2)$ و $(fof)(2)$ را نیز محاسبه کنید.	۲/۵
۴	الف) با محدود کردن دامنه تابع $f(x)=x^2-2x+3$ وارون تابع f را بیابید. ب) اگر $f(x)=\frac{1}{8}x-3$ و $g(x)=x^3$، ضابطه تابع $f^{-1}og^{-1}$ ومقدار $(f^{-1}og^{-1})(-1)$را بیابید.	۲/۵

www-kanoon-ir

۵	الف) اگر دوره تناوب تابع $y = 2\,sin(\frac{m-1}{2}x)$ برابر $\frac{3\,\pi}{2}$ باشد، مقدار m را بیابید.	۱
	ب) نمودار مثلثاتی تابع $y=2\cos(x)+1$ را رسم کنید.	۱
۶	درستی یا نادرستی هر یک را مشخص کنید. الف) دوره تناوب تابع $y = tanx$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است. ب) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. ج) اگر α *زاویه ای در ربع اول* باشد، رابطه $sin\alpha > tan\alpha$ *همواره* برقرار است.	۰/۷۵
۷	معادله $2\,sin^{2}x - sinx = 0$ در بازه $[0\,,2\,\pi]$ چند ریشه دارد؟(با راه حل)	۱/۵
۸	معادله مثلثاتی زیر را حل کرده، جوابهای کلی آن را نیز بنویسید. $\cos 2\,x + 5\,cosx + 3 = 0$	۱
9	اگر چند جمله ای $f(x) = 2\,x^{3} - 3\,x^{2} + ax + b$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، نشان دهید : $b = a + 5$	۱

www-kanoon.ir

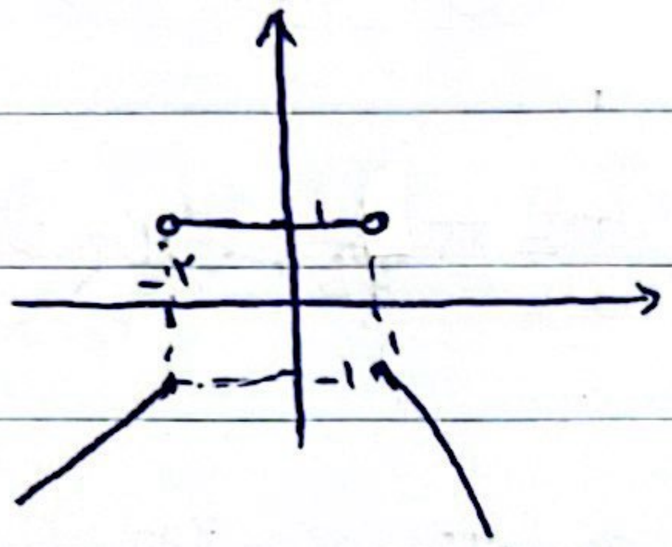
دیبا اسمعیلی رتبه ۴۱۳ منطقه یک / دانشجوی پزشکی شهید بهشتی
ریاضی ۳ دوازدهم تجربی دبیرستان پروین ساری

۱- الف) صعودی ب) $[۳,۵]$ ، $[-۱,۳]$ ج) ۵

۲- تابع $f(x)$ در بازهٔ $[-۲,-\infty)$ صعودی اکید است.

تابع $f(x)$ در بازهٔ $(-۲,۱)$ ثابت است.

تابع $f(x)$ در بازهٔ $(+\infty,۱]$ اکیداً نزولی است.



۳- $D_{f\circ g}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\} \Rightarrow D_{f\circ g}=\{\mathbb{R}-\{۰\} \mid \frac{۲x^۲-۱}{x}\geq ۱\} \Rightarrow$

($x\in D_g$: $\mathbb{R}-\{۰\}$ ، $g(x)\in D_f$: $x\geq ۱$)

$\frac{۲x^۲-۱}{x}-۱\geq ۰ \Rightarrow \frac{۲x^۲-x-۱}{x}\geq ۰$

	$-\infty$		$-\frac{۱}{۲}$		۰		۱		$+\infty$
$y_۱$		+	۰	−	‖	−	۰	+	
$y_۲$		−		−	‖	+		+	
y		−	۰	+	‖	−	۰	+	

$-\frac{۱}{۲}\leq x<۰$ ، $x\geq ۱$

$D_{f\circ g}=[-\frac{۱}{۲},۰)\cup[۱,+\infty)$

$(\frac{f}{g})(۲)=\frac{\sqrt{۲-۱}}{\frac{۸-۱}{۲}}=\frac{۲}{۷}$

$(f\circ f)(۲)=f(۱)=\sqrt{۱-۱}=۰$

۴- الف) $x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{۲}{۲}=۱ \Rightarrow x\geq ۱ \Rightarrow f(x)\geq ۱-۲+۳ \Rightarrow f(x)\geq ۲$

$y=x^۲-۲x+۳ \Rightarrow y=(x-۱)^۲+۲ \Rightarrow y-۲=(x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{y-۲}=|x-۱| \Rightarrow$

$x-۱=\sqrt{y-۲} \Rightarrow x=\sqrt{y-۲}+۱ \Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x-۲}+۱ \; , \; x\geq ۱$

ب) $(f^{-۱}\circ g^{-۱})(x)=f^{-۱}(g^{-۱}(x))=f^{-۱}(\sqrt[۳]{x})=۸\sqrt[۳]{x}+۲۴$ $(f^{-۱}\circ g^{-۱})(-۱)=-۸+۲۴=۱۶$

① $y=x^۳ \Rightarrow x=\sqrt[۳]{y} \Rightarrow g^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x}$ $y=\frac{۱}{۸}x-۳ \Rightarrow y+۳=\frac{۱}{۸}x \Rightarrow$

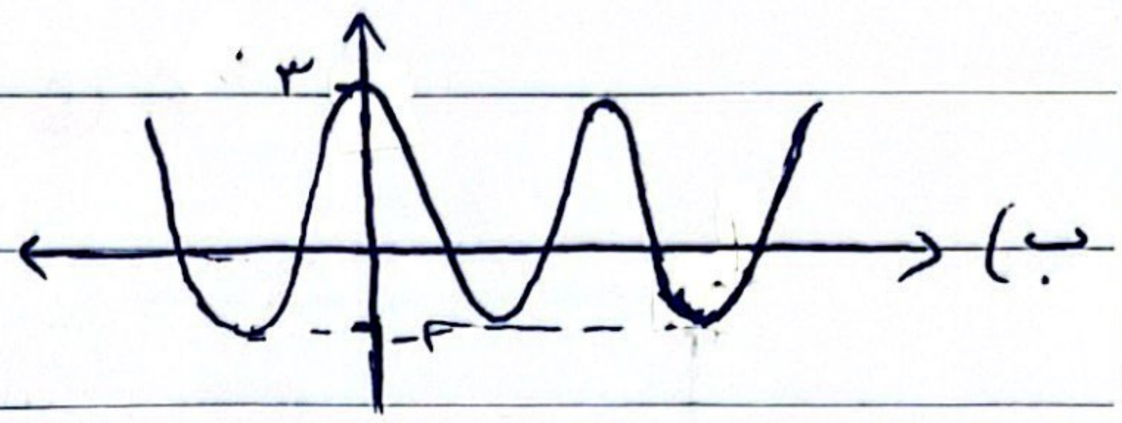
$x=۸y+۲۴ \Rightarrow f^{-۱}(x)=۸x+۲۴$

Scanned with CamScanner

۵- الف) $T=\frac{2\pi}{|b|}$ $b=\frac{m-1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{|\frac{m-1}{2}|}=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{|m-1|}=\frac{3}{8} \Rightarrow$

$|m-1|=\frac{8}{3} \begin{cases} \Rightarrow m=\frac{8}{3}+1=\frac{11}{3} \\ \Rightarrow m=1-\frac{8}{3}=-\frac{5}{3} \end{cases}$

ب)



۶- الف) نادرست $\Leftarrow T=\pi$ ب) نادرست ج) نادرست

۷- $\sin x(2\sin x-1)=0 \begin{cases} \rightarrow \sin x=0 \Rightarrow x=0, x=\pi, x=2\pi \\ \rightarrow 2\sin x-1=0 \Rightarrow \sin x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}, x=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6} \end{cases}$

۵ ریشه دارد.

۸- $2\cos^2\alpha-1+5\cos\alpha+3=0 \Rightarrow 2\cos^2\alpha+5\cos\alpha+2=0 \Rightarrow$

$\cos\alpha=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{4} \begin{cases} \rightarrow \cos\alpha=\frac{-5-3}{4}=-2 \notin \Rightarrow -1\leq\cos\alpha\leq 1 \\ \rightarrow \cos\alpha=\frac{-5+3}{4}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \cos\alpha=\cos(\pi-\frac{\pi}{3}) \end{cases}$

$\alpha=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$

۹- $f(-1)=0 \Rightarrow 2\times(-1)^3-a+b=0 \Rightarrow b=a+5$

۱۰- الف) $\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+5)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x+4}{x+5}=\frac{12}{7}$

ب) $\lim_{x\to 3}\frac{2-\sqrt{3x-5}}{x-3}\times\frac{2+\sqrt{3x-5}}{2+\sqrt{3x-5}}=\lim_{x\to 3}\frac{4-3x+5}{(x-3)(2+\sqrt{3x-5})}=\frac{-3(x-3)}{(x-3)(2+\sqrt{3x-5})}$

$\frac{-3}{2+\sqrt{9-5}}=\frac{-3}{4}$

Scanned with CamScanner

۴) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos rx}}{\tan x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1-(1-2\sin^2 x)}}{\tan x} = \frac{\sqrt{2}\,|\overbrace{\sin x}^{<0}|}{\tan x} = -\frac{\sqrt{2}\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} =$

$\lim_{x\to 0^-} -\sqrt{2}\cos x = -\sqrt{2}$

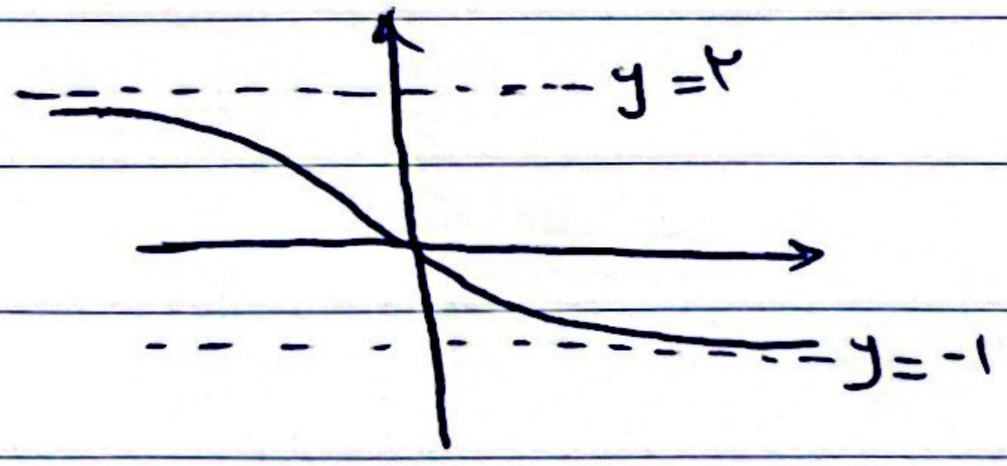
۵) $\lim_{x\to 0^+} \frac{2x+1}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x+1}{1-1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۶) $\lim_{x\to 2^-} \frac{[x-2]}{2-x} = \lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-2}{2-x} = \frac{1-2}{2-2^-} = \frac{1-2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

۱۱- $m-1=0 \Rightarrow m=1 \qquad \frac{2}{n}=4 \Rightarrow n=\frac{1}{2}$

چون جواب صحیح عدد شده است، پس در توان صورت به درجه توان مخرج باید تمام های x یکی از دانسته باشند در نتیجه ضریب x^4 باید صفر باشد.

۱۲-



Scanned with CamScanner

۱۰	حاصل هر یک از حد های زیر را بیابید.	۳/۷۵
	الف) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x^2+3x-10} =$	
	ب) $\lim_{x\to 3} \frac{2-\sqrt{3x-5}}{x-3} =$	
	ج) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{tanx} =$	
	د) $\lim_{x\to 0^+} \frac{2x+1}{1-\cos x} =$	
	ه) $\lim_{x\to 2^-} \frac{[x-2]}{2-x} =$	
۱۱	مقادیر m , n را چنان بیابید که: $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^3-4x-1}{(m-1)x^4+nx^3-2} = 4$	۱
۱۲	نمودار تابع $f(x)$ را چنان رسم کنید که در آن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ باشد.	۱
	در پناه حق موفق و سربلند باشید	۲۰