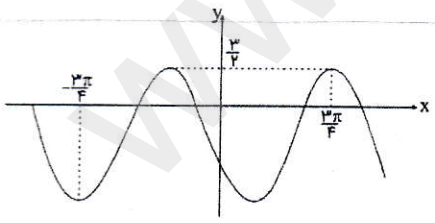
باسمه تعالی	نام و نام خانوادگی:	نوبت امتحان: **اول(دی ماه)**	نمره به عدد:
	پایه و رشته‌ی تحصیلی: دوازدهم تجربی	سال تحصیلی: **۱۴۰۳ - ۱۴۰۲**	نمره به حروف:
	نام درس: **ریاضی ۳**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۴**	نام مصحح:
اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	نام کلاس:	ساعت شروع: **صبح**	امضای مصحح:
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ اراک	نام دبیر: محمدی	مدت امتحان: **۹۰ دقیقه**	
دبیرستان استعدادهای درخشان علامه حلی ناحیه ۲ اراک(دوره دوم)	شماره‌ی صندلی:	تعداد صفحات: **۴ صفحه**	

۱	درستی یا نادرستی هریک از گزاره های زیر را تعیین کنید: الف- هر تابع ثابت روی هربازه ای هم صعودی و هم نزولی است. ب- تابع $f(x) = tanx.cotx$ متناوب است ولی چون ثابت است دوره تناوب برای آن تعریف نمی شود. پ- تابع $f(x) = logx$ اکیداً نزولی است.	۰/۷۵
۲	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشند.دامنه fog را با استفاده از تعریف حساب کنید.	۱/۲۵
۳	نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص و همچنین این تابع را از نظر یکنوایی بررسی کنید.	۱/۵
۴	دوره تناوب و ماکزیمم و مینیموم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{۳} - \cos\frac{\pi}{۲}x$	۱

www-kanoon-ir

۵	هریک از معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید: الف) $\cos x(2\cos x - 1) = 0$ ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$	۲
۶	نسبت های مثلثاتی را برای زاویه ۱۵ درجه به کمک اتحادها به دست آورید.	۱/۵
۷	شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = -\frac{3}{2} + a\sin bx$ است. حاصل ab را پیدا کنید. 	۱/۵

www-kanoon-ir

۸	حاصل حدود زیر را بیابید.	۲/۵

الف- $\lim_{x\to ۴} \frac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}$

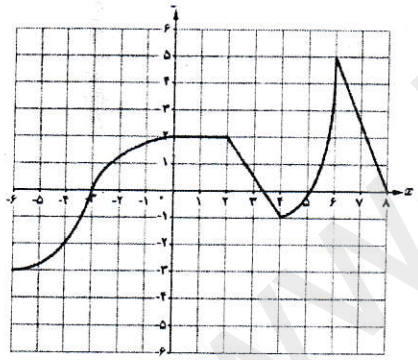
ب- $\lim_{x\to ۳^-} \frac{[x]-۳}{x-۳}$

پ- $\lim_{x\to(-۲)^-} \frac{-۳x}{x^۲-۴}$

ت- $\lim_{x\to-\infty} \frac{۲x^۲-۳x+۱}{x^۲+۵x-۳}$

ث- $\lim_{x\to-\infty} \frac{۱}{۲x-۳}$

۹	مشخص کنید تابع زیر در چه بازه هایی صعودی-نزولی- ثابت است.	۱/۵



۱۰	تابع زیر را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید. آیا این جواب یکتاست؟	۱

$h(x)=\sqrt[۳]{x^۲+۱}$

www-kanoon-ir

۱۱	دوره تناوب تابع $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \pi x$ چقدر است؟	۱
۱۳	حاصل $\lim_{x \to \infty} \sqrt[3]{x^9 + 4x^6 + 5} - x^3$ را بیابید.	۱
۱۴	اگر $\lim_{x \to +\infty} x(x + a - \sqrt{x^2 + bx}) = \frac{1}{2}$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	مشتق هریک از توابع زیر را به دست آورید.(ساده سازی نیازی نیست) الف- $(3x^2 - 4)(2x - 5)^3$ ب- $f(x) = \frac{(x^3 - 4x^2 + \sqrt[3]{x^2 + 5})(\sqrt{x^3 + 8x})}{(2x^4 + 9x + \sqrt[3]{45})}$	۲
	موفق باشید	

www-kanoon-ir

① الف) ص ب) پ) غ

② $D_f = x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$D_g = R \quad g(x) = 2x^2 - 1$

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \rightarrow \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \geq 1\}$

$2x^2 - 1 \geq 1 \rightarrow 2x^2 \geq 2 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow |x| \geq 1 \quad x \geq 1 \text{ , } x \leq -1$

$D_{fog} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

③ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = (x-1)^3 - 2$

$D_f = R$

$R_f = R$

تابع اکیداً صعودی است ∞ اکیداً نیز هست.



④ $T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$

$max = c + |a| \rightarrow \sqrt{3} + 1$

$min = c - |a| = \sqrt{3} - 1$

⑤ الف) $\cos x(2\cos x - 3) = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 - 3t - 2 = 0$

$\Delta = 9 + 4 \times 2 \times 2 = 25 \quad t_1, t_2 = \frac{3 \pm 5}{4} = -\frac{1}{2}, 2$ (غ ق ق)

$\cos(x) = -\frac{1}{2} \rightsquigarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \rightsquigarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

$x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad k \in Z$

ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 - t + 1 = 0 \rightsquigarrow \Delta = 1 - 8 < 0$ جواب ندارد

⑥ $\sin 15^\circ \rightsquigarrow \cos 30^\circ = 1 - 2\sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

$\cos 15^\circ \rightsquigarrow \sin 30^\circ = 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ \rightsquigarrow \frac{1}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \times \cos 15^\circ \rightarrow \cos 15^\circ = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

$\tan 15^\circ = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{2} = 2 - \sqrt{3} \qquad \cot 15^\circ = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

⑦ $max = \frac{5}{2} = c + |a| \Rightarrow \frac{-3}{2} + |a| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow |a| = \frac{6}{2} = 3 \qquad ab = 6$

$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightsquigarrow |b| = 2$

www.kanoon.ir
CamScanner

(۸) الف) $\lim_{x\to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{x^2-16} \to \frac{2-2}{16-16} = \frac{0}{0}$ (روش گویا) $\to \lim_{x\to 4} \frac{-(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)(x+4)} \to \frac{-1}{(\sqrt{4}+2)(4+4)} = \frac{-1}{32}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \frac{[x]-3}{x-3} = \frac{2-3}{0^-} = +\infty$

پ) $\lim_{x\to(-2)^-} \frac{-2x}{x^2-4} \to \frac{-4}{0^-} = +\infty$

ت) $\lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2-3x+1}{x^2+5x-3} \xrightarrow{\text{هم‌ارز}} \frac{2x^2}{x^2} = 2$

ث) $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{2^{x}-1} \to \frac{1}{-\infty} = 0$

(۹) $[-4,1]$ ← صعودی $[1,2]$ ⇒ ثابت $[2,3]$ ← نزولی $[3,4]$ ⇒ صعودی $[4,8]$ ← نزولی

(۱۰) $f(x)=x^2$ $h(x)=\sqrt[3]{x+1}$ $hof(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$ خیر یک‌به‌یک نیست.

(۱۱) $f(x)=(-1)^{[x]}\sin \pi x$ $T=\frac{2\pi}{|b|} \to \frac{2\pi}{\pi} = 2$

(۱۴) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[4]{x^9+3x^4+5}}{t} - x^3 \to \infty-\infty \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[3]{t^2}+x^3\sqrt{t}+x^4}{\sqrt[3]{t^2}+x^3\sqrt{t}+x^4} \times \sqrt[3]{t}$ ∞ اتی در چهارم و بالاش

$\to \lim_{x\to\infty} \frac{t}{\sqrt[3]{t^2}+x^3\sqrt{t}+x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^9+3x^4+5-x^9}{\sqrt[4]{x^{18}+14x^{12}+20x^{10}+8x^{10}+10x^9+3x^6+x^3\sqrt[4]{x^9+3x^4+5}+x^4}}$

بزرگتر از x^9 بزرگتر از x^{18}

$\to \lim_{x\to\infty} \frac{4+\frac{5}{x^2}}{\sqrt{1+\frac{14}{x^4}+\frac{20}{x^{12}}+\frac{8}{x^8}+\frac{10}{x^9}+\frac{3}{x^{12}}+\sqrt[3]{1+\frac{3}{x^3}+\frac{5}{x^9}}}+1} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{4+0\times 5}{\sqrt{1+\sqrt[3]{1}}+1} = \frac{4}{3}$

(۱۵) الف) $(2x^2-4)(2x-5)^3 \xrightarrow{f'} (4x)(2x-5)^3 + (2x^2-3)(3\times 2\times(2x-5)^2)$

ب) $f(x)=\frac{(x^3-3x^2+\sqrt[3]{x^2+5})(\sqrt{x^3+8x})}{(2x^3+9x+\sqrt[3]{50})} \to$

$f' = \frac{(2x^3+9x+\sqrt[3]{50})\left((3x^2-8x+\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+5)^2}})(\sqrt{x^3+8x})+(x^3-3x^2+\sqrt[3]{x^2+5})(\frac{3x^2+8}{2\sqrt{x^3+8x}})\right) - \text{صورت}\times(8x^3+9)}{(2x^3+9x+\sqrt[3]{50})^2}$