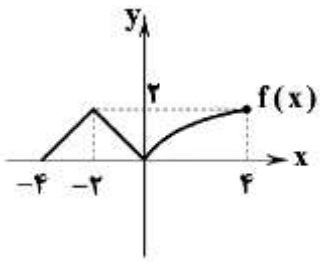
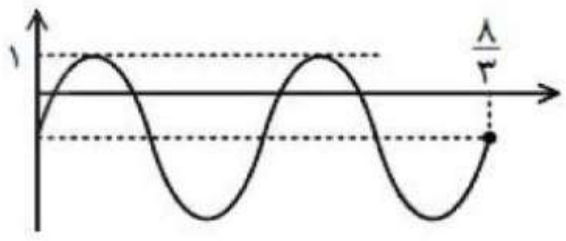
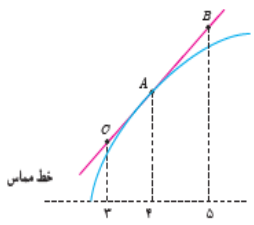
جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

سازمان آموزش و پرورش استان مازندران

سوال امتحان داخلی درس: **ریاضی۳** پایه: **دوازدهم** رشته: **تجربی** دبیرستان **شهید بهشتی**		
پایانی اول تاریخ امتحان:۱۴۰۲/۱۰/۵ ساعت شروع:**۸ صبح** مدت امتحان:**۱۰۰ دقیقه**		
ردیف	شرح سوال	نمره
۱	**کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟** **الف : تابع** $y=-۱-(۲-x)^۳$ **در دامنه خود اکیداً نزولی است.** **ب: برای رسم نمودار** $y=f(-x+۱)$ **از روی نمودار** $y=f(x)$ **ابتدا** $f(x)$ **را یک واحد به راست برده و سپس نسبت به محور** y **ها قرنیه می کنیم.** **ج: نمی توان بازه ایی یافت که تابع** $y=\tan x$ **در آن نزولی باشد.** **د:مشتق در یک نقطه برابر است با شیب خط مماس در آن نقطه**	۱
۲	**جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:** **الف: تابع** $y=(x-۱)^۳-x^۳$ **یک تابع چند جمله ای درجه ..... است.** **ب: اگر** α **در ربع چهارم باشد مقادیر** $\sin\alpha$ **.....از مقادیر** $\tan\alpha$ **است.** **ج: اگر** $f(x)=۲-\sqrt{x+۳}$ **آنگاه دامنه تابع** $y=(fof^{-۱})(x)$ **برابر ..... است.** **د: اگر چند جمله ایی** $۲x^۳+ax^۲-bx+۶$ **بر** $x^۲-۱$ **بخش پذیرباشد، مقدار** $a+۲b$ **برابراست با.....**	۱
۳	**ابتدا نمودار تابع** f **را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.** $f(x)=x\|x-۲\|+\|x-۲\|$	۱/۵
۴	**اگر** $f(x)=x^۳+x-۳$ **و** $g(x)=\{(۲,۳)(-۱,۴)(۰,۱)(۳,۰)\}$ **باشد تابع** $(gof^{-۱})^{-۱}$ **را به صورت زوج مرتب بنویسید**	۱/۵
۵	**ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید.** **در معادله** $f(x)=x^۲+۲x$ **به ترتیب اعمال ، انبساط با ضریب** $\frac{۱}{۳}$ **در جهت محور** x **ها ، قرنیه نسبت به محور** y **ها ، انبساط عمودی با ضریب ۹، انتقال به اندازه ۲ واحد سمت** y **های منفی انجام شده است.**	۱
۶	**نمودار تابع** $y=f(x)$ **رسم شده است نمودار تابع** $y=\frac{۱}{۲}f(۲-x)-۱$ **را رسم کنید.** 	۱

www-kanoon-ir

۷	با محدود کردن دامنه تابع $y = x^۲ - ۴x + ۳$ ، تابعی یک به یک بسازید .سپس ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.	۱
۸	الف: دامنه تابع $y = \tan \pi x + ۲$ را بدست آورید. ب: حاصل $A = \cos ۲۰^\circ \cos ۴۰^\circ \cos ۸۰^\circ$ کدام است؟	۱
۱۰	حاصل عبارت $A = \dfrac{\cos ۲x}{\tan x + \cot x}$ به ازای $x = \dfrac{\pi}{۳۲}$ را به دست آورید؟	۱/۵
۱۱	شکل زیر بخشی از نمودار $y = a \sin\left(b \dfrac{\pi x}{۲}\right) - ۱$ است ، مقادیر a و b را به دست آورید. 	۱
۱۲	جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan ۳x \tan x = ۱$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x \to ۳^+} \dfrac{[x]\lvert x - ۳\rvert}{\sqrt{۲x + ۳} - x}$ $\lim\limits_{x \to \frac{۳\pi}{۴}} \dfrac{\tan^۲ x - ۱}{\cos ۲x}$	۲
۱۴	حد توابع زیر را به دست آورید. $\lim\limits_{x \to \left(\frac{۱}{۶}\right)^-} \dfrac{[-x]}{۱ - ۲\sin \pi x}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۳x + \sqrt{۴x^۲ + ۵}}{۳x + \cos\left(x^۲ + ۲x\right)}$	۱/۵
۱۵	اگر $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{a(۲x-۱)^۲ + b(x+۳)^۲}{۸x + ۱۰} = -۷$ باشد مقادیر a و b را به دست آورید.	۱
۱۶	اگر $f(x) = x^۲ + ۳x$ باشد ،حاصل $\lim\limits_{h \to ۰} \dfrac{f(۱+h) - f(۱)}{h}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۷	برای تابع f در شکل رو به رو داریم: $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۵$ با توجه به شکل مختصات B, A و C را بیابید. 	۱/۲۵

موفق باشید

www-kanoon.ir

پاسخ تشریحی دوره ریاضی ۳ (۱۲ تجربی) - سوالات نوبت اول - دی ماه ۱۴۰۲

(دبیرستان) · تیزهوشان سفید بهشتی آمل) - توسط: رضا لطردی

۱) الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست

۲) الف) درجه ۲ ب) بیشتر ج) $(-\infty, 2]$ د) $a+2b=-4+4=-2$

$$\begin{cases} 2+a-b+4=0 \\ -2+a+b+4=0 \end{cases} \Rightarrow 0+2a+12=0 \Rightarrow a=-6 \quad b=2$$

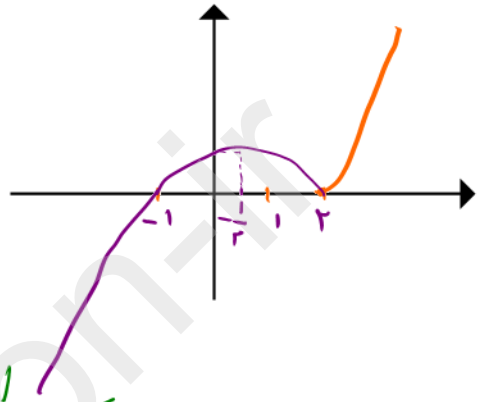
۳) ۱٫۵

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x+x-2 & x\geq 2 \\ -x^2+2x-x+2 & x<2 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-x-2 & x\geq 2 \\ -x^2+x+2 & x<2 \end{cases} \Rightarrow x=-1 \quad x=2$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

$$x_S=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$$



اکیداً صعودی $\Rightarrow [2,+\infty)$, $(-\infty,-\frac{1}{2}]$

اکیداً نزولی $\Rightarrow [-\frac{1}{2},2]$

۴) ۱٫۵

$$(g\circ f^{-1})^{-1}=f\circ g^{-1}=f(g^{-1}(x))$$

$$g^{-1}(x)=\{(3,2),(4,-1),(1,0),(0,3)\} \quad , \quad f(x)=x^3+x-2$$

$$\Rightarrow f(g^{-1}(3))=f(2)=8+2-2=8 \Rightarrow (2,8)$$

$$\Rightarrow f(g^{-1}(0))=f(-1)=-1-1-2=-4 \Rightarrow (4,-4)$$

$$\Rightarrow f(g^{-1}(1))=f(0)=0+0-2=-2 \Rightarrow (1,-2)$$

$$\Rightarrow f(g^{-1}(0))=f(2)=24+2-2=24 \Rightarrow (0,24)$$

$$\Rightarrow (g\circ f^{-1})^{-1}=\{(2,8),(4,-4),(1,-2),(0,24)\}$$

۵)

ابتدا x را بر $\sqrt[3]{3}$ تقسیم کنید $\rightarrow f(3x)=(3x)^2+2(3x)=9x^2+6x$

$x \rightarrow \frac{x}{\sqrt[3]{3}}=3x$

قرینه نسبت به محور xها $\rightarrow -f(3x)=-9x^2-6x$

ابتدا عددی با ضریب ۹ $\rightarrow 9\times(-f(3x))=-81x^2-54x$

انتقال ۲ واحد پایین $\rightarrow -9f(3x)-2=-81x^2-54x-2$

www.kanoon.ir

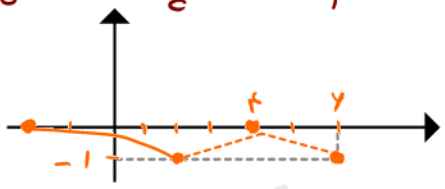
۱

x	-۶	-۲	۰	۴
$f(x)$	۰	۲	۰	۲
	↓	↓	↓	↓
x	۷	۴	۲	-۲
$\frac{1}{۲}f(-x+۲)-۱$	-۱	۰	-۱	۰

۴

xها دو واحد چپ و پس ترسیم

yها تقسیم بر دو و پس یک واحد پایین



۱

$y = x^۲ - ۴x + ۳ \quad x_s = -\frac{b}{۲a} = \frac{۴}{۲} = ۲$

$y = x^۲ - ۴x + ۴ - ۴ + ۳ = (x-۲)^۲ - ۱$

$y+۱ = (x-۲)^۲ \quad \sqrt{y+۱} = |x-۲|$

$x = \sqrt{y+۱} + ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x+۱} + ۲$

$D_{f^{-۱}} = R_f = [-۱, +\infty)$

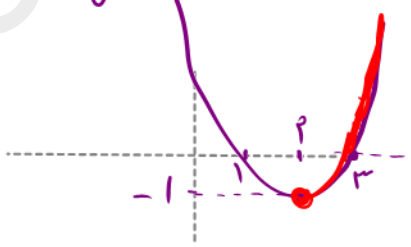
۷

۱، $x \leq ۲$ (دامنه و برد) - ۲، $x \geq ۲$

دوتا دوتا

دانیال فولی برای اینکه $x \geq ۲$

$x \geq ۲ \longrightarrow \sqrt{y+۱} = x-۲$



۱

$\pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \quad x \neq k + \frac{۱}{۲} \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k + \frac{۱}{۲}, k \in \mathbb{Z}\}$

$$\frac{\sin ۲^\circ \cos ۲^\circ \cos ۴^\circ \cos ۸^\circ}{\sin ۲^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}\sin ۴^\circ \times \cos ۴^\circ \times \cos ۸^\circ}{\sin ۲^\circ}$$

$$\frac{\frac{۱}{۴}\sin ۸^\circ \cos ۸^\circ}{\sin ۲^\circ} = \frac{\frac{۱}{۸}\sin ۱۶^\circ}{\sin ۲^\circ} = \frac{\frac{۱}{۸}\sin(۱۸^\circ - ۲^\circ)}{\sin ۲^\circ} = \frac{۱}{۸}$$

۸

۱۵

$$A = \frac{\cos^۲ x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos ۲x}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\cos ۲x}{\frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x \cos x}} = \frac{\cos ۲x}{\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}}$$

$$\frac{\cos ۲x}{\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}} = \frac{۱}{۲}\sin ۲x \cos ۲x = \frac{۱}{۴}\sin ۴x = \frac{۱}{۴}\sin \frac{۲ \times \pi}{۲^۲} = \frac{۱}{۴}\sin \frac{\pi}{۸}$$

$$\sin \frac{\pi}{۸} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{۴} = ۱ - ۲\sin^۲ \frac{\pi}{۸} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۱ - ۲\sin^۲ \frac{\pi}{۸} \Rightarrow ۲\sin^۲ \frac{\pi}{۸} = \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۲}$$

$$\sin \frac{\pi}{۸} = \sqrt{\frac{۲ - \sqrt{۲}}{۴}} \Rightarrow A = \frac{۱}{۴} \times \sqrt{\frac{۲ - \sqrt{۲}}{۴}} = \frac{۱}{۸}\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$$

۱۰

www-kanoon-ir

پاسخ تشریحی دوره ریاضی ۳ (۱۲ تجربی) - سوالات نوبت اول - دی ماه ۱۴۰۲

(دبیرستان سرفرازان شهید بهشتی آمل) - توسط: رضا لطردی

(۱) $2T = \frac{8}{3}$ $T = \frac{4}{3}$ $\frac{2\pi}{|b| \times \frac{\pi}{3}} = \frac{6}{2}$ $\frac{6}{|b|} = \frac{6}{2}$ $|b| = 2$ $b = \pm 2$

$|a| - 1 = 1$ $|a| = 2$ $a = \pm 2$

$a = 2, b = 2$ یا $a = -2$ $b = 2$ ⇐ abs. صعودی است پس sin در $x = 0$ ،

(۱۱)

(۱،۵) $\tan 2x \times \tan x = 1$ $\tan 2x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow$ $3x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

(۱۲)

(۲) الف) $\frac{[x^2 - 2x + 2](x-2) \times (\sqrt{x^2+2x+2} + x)}{(\sqrt{x^2+2x+2} - x) \times (\sqrt{x^2+2x+2} + x)} = \frac{2x(x-2) \times (\sqrt{x^2+2x+2} + x)}{x^2 + 2x + 2 - x^2}$

$-(x^2 - 2x - 2)$

$= \frac{2(x-2) \times (\sqrt{x^2+2x+2} + x)}{-(x+1)(x-2)} = \frac{2x(2+2)}{-2} = \frac{-16}{2} = -8$

(۱۳)

ب) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x - 1)(\tan x + 1)}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{(\tan x - 1)(\frac{\sin x}{\cos x} + 1)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}$

$\frac{(\tan x - 1)\frac{\sin x + \cos x}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{\frac{\tan x - 1}{\cos x}}{\cos x - \sin x} = \frac{\frac{-1-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$= \frac{\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{-\frac{\sqrt{2}}{1}} = \frac{-2}{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2}} = -2$

www.kanoon.ir

پاسخ تشریحی دوره ریاضی ۳ (۱۲ تجربی) - سوالات نوبت اول - دی ماه ۱۴۰۲

(دبیرستان شاهد بهشتی آمل) - توسط: رضا لطردی

(۱) (۱۵)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a(4n^2-4n+1)+b(n^2+4n+9)}{8n+10} = -1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(4a+b)n^2+(-4a+4b)n+\cdots}{8n+10} = -1$$

چون $n\to\infty$ حاصل حد -1 شده پس توان n صورت با مخرج برابر است.

پس ضریب n^2 صورت باید صفر باشد.

$$4a+b=0 \Rightarrow b=-4a$$

$$\frac{-4a+4b}{8} = -1 \Rightarrow -4a+4b=-8$$

$$-4a-16a=-80 \quad 20a=80 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-16 \end{cases}$$

(۱،۲۵) (۱۶)

$$f(1+h) = (1+h)^2+3(1+h) = h^2+2h+1+2h+3 = h^2+4h+4$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2+4h+4-4}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(h+4)}{h} = 4$$

(۱،۲۵) (۱۷)

$y-y_0 = m(x-x_0)$ $\quad A\left|\begin{matrix}4\\20\end{matrix}\right.$ $\quad m=f'(4)=1.5$

$y-20 = 1.5(x-4)$

نقطه B روی خط $\Rightarrow y_B-20=1.5(8-4)$ $\quad y_B=26 \Rightarrow B\left|\begin{matrix}8\\26\end{matrix}\right.$

نقطه C روی خط $\Rightarrow y_C-20=1.5(6-4)$ $\quad y_C=23 \Rightarrow C\left|\begin{matrix}6\\23\end{matrix}\right.$