کد اجرا: نامشخص | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۵

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام آزمون: آزمون نوبت اول ریاضی پایه دوازدهم

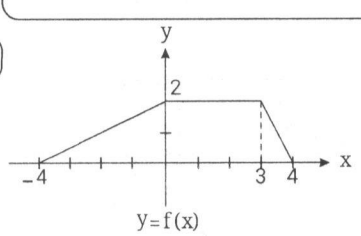
شهید سید احمد موسوی هشترود

تجربی

۱ ضمن آرزوی موفقیت برای دانش آموزان عزیز، لطفا در صورت کمبود جا برای پاسخ دادن میتوانید از صفحات سوم و چهارم استفاده کنید.

موفق باشید ٪ محبعلی پور

با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$، نمودار $y=\frac{1}{2}f(4x)$ را رسم کنید. ۰/۵



۲ نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y=-\sqrt[3]{x}-1$ ب) $y=-\sqrt[3]{x+1}+1$ ۱

۳ دو تابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنهٔ تابع gof را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. ۰/۷۵

۴ اگر $f(g(x))=3x^2-6x+14$ و $f(x)=3x-4$ ضابطه تابع $g(x)$ را به‌دست آورید. ۰/۷۵

۵ اگر $f(x)=\frac{1}{8}x-3$ و $g(x)=x^3$ باشد، مقدار $g^{-1}of^{-1}(5)$ را به‌دست آورید. ۱

۶ ضابطهٔ وارون تابع $g(x)=-5-\sqrt{3x+1}$ را به دست آورید. ۱

ح مقدار $\sin 22/5^\circ$ را به‌دست آورید. ۱

۸ حاصل عبارت $4\sin x\cos x\cos 2x$ را به‌ازای $x=7/5^\circ$ محاسبه کنید. ۱

۹ ضابطهٔ تابع مثلثاتی سینوس با دورهٔ تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ را بنویسید. ۱

۱۰ معادله زیر را حل کنید. ۱

$\cos 2x-3\sin x+4=0$

۱۱ معادلات زیر را حل کنید.

الف ۱

$\cos 2x-3\sin x+1=0$

۱۲ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای x^3+ax^2+bx+1 بر $x-2$ و $x+1$ بخش‌پذیر باشد. ۱/۲۵

۱۳ حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

www-kanoon-ir

الف

۱ $\lim_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{۲x-۱}}{x^۲-x}$

ب

۱ $\lim_{x\to -۸} \frac{۲x+۱۶}{\sqrt[۳]{x}+۲}$

۱۴ حاصل هر یک از حدهای زیر را به‌دست آورید.

الف

۱/۲۵ $\lim_{x\to ۳^-} \frac{۳-[x]}{x-۳}\sqrt{x^۲-۶x+۹}$

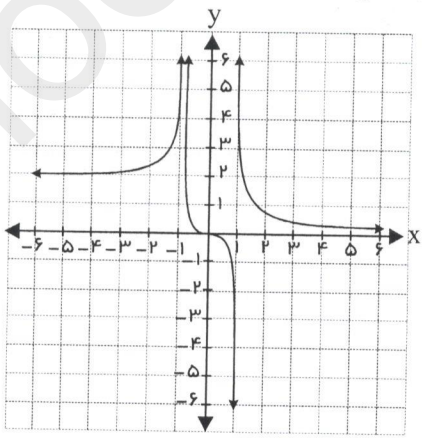
۱۵ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

۰/۲۵ **الف** حد تابع $f(x)=\frac{-۳x^۷+۵x^۲}{۲x^۳+۹}$ وقتی $x\to -\infty$ میل می‌کند برابر ..... می‌باشد.

۱۶ نمودار تابع f به‌صورت شکل زیر است. حدود خواسته‌شده را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to +\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x\to -۱} f(x) =$ ت) $\lim_{x\to (۱)^-} f(x) =$



۱

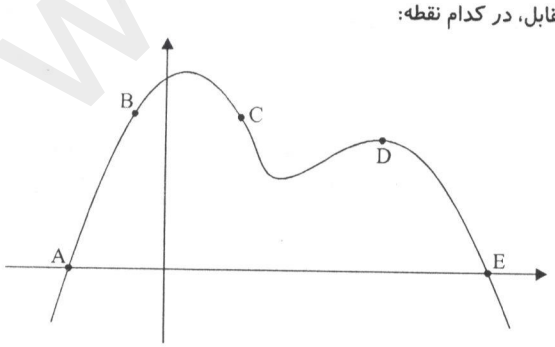
۱۷ نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax+۱+\sqrt{۴x^۲+۹}}{۳x-۲}$ از نقطهٔ $(۲,۱)$ می گذرد، $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ چقدر است؟

۱/۲۵

۱۸ از بین نقاط مشخص‌شده A ، B ، C ، D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه:

الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟

ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟



۱

۲

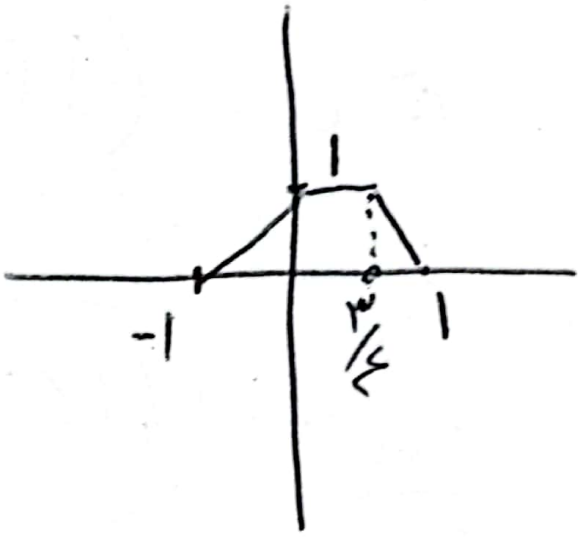
www-kanoon.ir

۱۹ معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^۳ - ۲x$ را در نقطهٔ $A(۱, f(۱))$ به‌دست آورید. ۱

۲۰ اگر $f(x) = x^۲ - ۳x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق $f'(۱)$ را حساب کنید. ۱

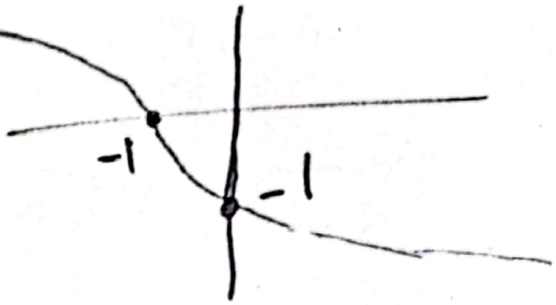
www-kanoon-ir

$-\frac{\varepsilon}{4} < \frac{x}{4} < \frac{\varepsilon}{4} \Rightarrow -1 < x < 1$ (1)



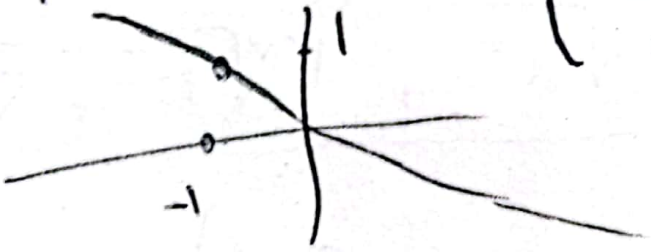
(2) الف

$y = -\sqrt[3]{x} - 1$



ب)

$-\sqrt[3]{x+1} + 1$



www-kanoon-ir

CamScanner

$g(x) \Rightarrow f(x) \neq \{-1, 1\}$ (۳)

$f(x) \Rightarrow x \geq 4$

$f(x) = -1 \Rightarrow$ ✗

$f(x) = 1 \Rightarrow x = 5$

$\Rightarrow x \in [4, \infty) - \{5\}$

(۴)

$3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$

$\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$

$\frac{1}{8}x - 2 = 5 \Rightarrow x = 56 \Rightarrow f^{-1}(5) = 56$

$x^2 = 64 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow g^{-1}(64) = 8$ ✓

سوال ۵

www.kanoon.ir

CamScanner

$$x = -\omega - \sqrt{۳y+۱}$$ (۶)

$$\Rightarrow (x+\omega)^۲ = ۳y+۱$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^۲ + ۱۰x + ۲۴}{۳} \qquad x \leq -\omega$$

$$\sin ۴\omega = ۲ \sin ۲۲,\omega \cos ۲۲,\omega$$ (۷)

$$\cos ۴\omega = \cos^۲ ۲۲,\omega - \sin^۲ ۲۲,\omega = ۱ - ۲\sin^۲ ۲۲,\omega = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}} = \sin ۲۲,\omega$$

$$۲(۲\sin ۸\cos ۸)\cos ۲۸ = ۲\sin ۲۸\cos ۲۸ \quad \wedge$$

$$= \sin ۴x = \sin ۳۰ = ۱/۲$$

www-kanoon-ir

CamScanner

9)

$\sin \frac{2\pi}{3} x + 4$

---

11) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \quad \sin x = t$

$\Rightarrow 1 - 2t^2 - 3t + 1 = 0$

$\Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{-4} = \begin{cases} -2 \times \\ \frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$

$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

---

10) مشابه سوال 11 که بالا حل شد $\sin x = t$

$1 - 2t^2 - 3t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{-4}$

$\Rightarrow t < \begin{cases} -2.5 \times \\ 1 \end{cases} \Rightarrow x = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$

www.kanoon.ir

CamScanner

(۱۲)

$x-2 \Rightarrow 8+4a+2b+1=0$

$x+1 \Rightarrow -1+a-b+1=0 \Rightarrow a=b$

$6a=-9 \Rightarrow \boxed{a=b=-\frac{3}{2}}$

(۱۳) الف)

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-2x+1}{(x^2-x)(x+\sqrt{2x-1}}\right)$$

$$=\frac{(x-1)^2}{(x-1)x(x+\sqrt{2x-1})}=\frac{(x-1)}{2}=0$$

ب)

$$\frac{(2x+16)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{x+8}$$

$$=2\sqrt[3]{x^2}-4\sqrt[3]{x}+8=24$$

www.kanoon.ir

CamScanner

$x \to 3^- \Rightarrow [x] = 2$ (۱۴)

$$\Rightarrow \lim_{x \to 3^-} \frac{|x-3|}{x-3} = \frac{3-x}{x-3} = \boxed{-1}$$

(۱۵) $\frac{3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ چون توان صورت ۷ است و مخرج ۳

$$\Rightarrow \frac{-3x^4}{2} \Rightarrow \boxed{-\infty}$$

(۱۶)

الف) ۲ ب) ۰

پ) $+\infty$ ت) $-\infty$

ث) $\frac{\infty}{\infty}$

(۱۷) $(2,1) \Rightarrow \frac{2a+1+\sqrt{2a+5}}{4} = \frac{2a+6}{4} = 1$

$$\Rightarrow \boxed{a=-1} \Rightarrow \lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{-x+2x}{3x} = \frac{1}{3}$$

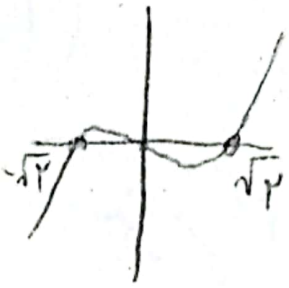
ج جواب

www-kanoon.ir

CamScanner

۱۸) الف) A ب) C

۱۹) $x^3 - 2x = x(x^2 - 2) = x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$



خط مماس نقطه $(1,-1)$ را دارد $\Rightarrow f(1) = -1$

$f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1$

$\Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow$ نقطه $(1,-1)$

۲۰) $f'(1) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(1+\varepsilon) - f(1)}{\varepsilon}$

$$\frac{(1+\varepsilon)^3 - 3(1+\varepsilon) + 2}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon^3 - \varepsilon}{\varepsilon} = \varepsilon^2 - 1$$

$\lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 - 1 = \boxed{-1}$ ← مشتق راست و چپ برابر

$\lim \frac{f(1) - f(1-\varepsilon)}{\varepsilon} = \frac{-2 - 1 - \varepsilon^3 + 3\varepsilon^2 - 3\varepsilon + 2}{\varepsilon} = \boxed{-1}$