نام و نام‌خانوادگی: .....

پایه و رشته تحصیلی: دوازدهم تجربی

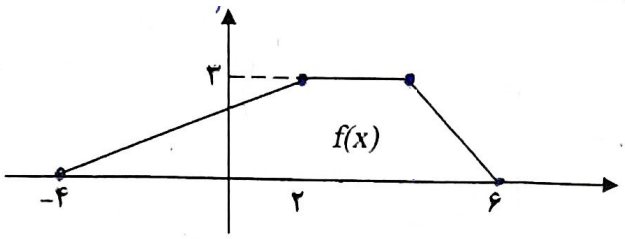
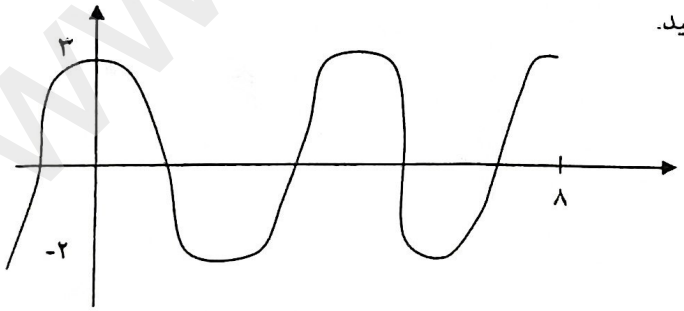
آزمون درس: ریاضی ۳

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان اردبیل - ناحیه‌ی ۲
دبیرستان غیردولتی رشد

شماره صندلی: .....

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/ ۵
نوبت امتحان: نوبت اول (دی‌ماه)
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جای مهر

ردیف	متن سوال	بارم
۱	وارن تابع $f(x)=x^{۲}-۴x+۱$ را به کمک محدود کردن دامنه بیابید.	۱/۵
۲	با توجه به شکل زیر تابع $y=-f(۲x)$ را رسم کنید. 	۱
۳	اگر $(fog)(x)=۴x+۱۲$ و $f(x)=۳x+۴$ باشند تابع $g(x)$ را بیابید.	۱
۴	یکنوائی تابع $f(x)=x^{۲}\|x\|$ را بررسی و بازه‌های یکنوائی آنرا بنویسید.	۱
۵	اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=\frac{۶}{۳x-۵}$ باشد دامنه $(fog)(x)$ را به کمک تعریف بنویسید.	۱/۵
۶	دو تابع $f=\{(۲,۵)(۶,۳),(۳,۷),(۴,-۲),(۱,۹)\}$ و $g(x)=\frac{x}{x-۱}$ مفروض‌اند اگر $f^{-۱}(g(a))=۴$ باشد آنگاه مقدار a را بیابید.	۱
۷	ضابطه تابع مثلثاتی روبرو را بنویسید. 	۱/۵
۸	معادله $cos۲x-۳\sin x+۱=۰$ را حل کنید.	۱/۵
۹	حاصل $\sin x\cos x(۱-۲\sin^{۲}x)$ را بدست آورید.	۱
۱۰	اگر $\cos x=\frac{-۵}{۱۳}$ و x در ناحیه دوم باشد $\cos۲x$ را بیابید.	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم

www-kanoon-ir

نام و نام‌خانوادگی: ...

پایه و رشته تحصیلی: دوازدهم تجربی

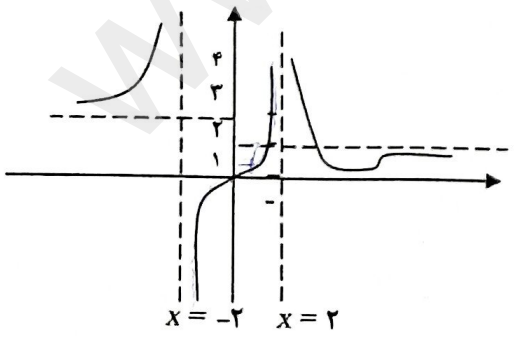
آزمون درس: ریاضی ۳

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان اردبیل - ناحیه‌ی ۲
دبیرستان غیردولتی **رشد دانش**

شماره صندلی: ۳۹

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/
نوبت امتحان: نوبت اول (دی‌ماه)
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جای مهر

ردیف	متن سوال	بارم
۱۱	حدود زیر را حساب کنید. ۱) $\lim_{x\to ۱}\frac{۲x-\sqrt{x^۲+۳}}{x^۲-x}=$ ۲) $\lim_{x\to ۰^-}\frac{۱}{۱-\cos x}=$ ۳) $\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x-\frac{۳}{x}+۴x^۲}{x-۵x^۲}=$ ۴) $\lim_{x\to ۳^-}\frac{[x]-۵}{\lvert x-۳\rvert}=$ ۵) $\lim_{x\to\frac{\pi^+}{۲}}\tan x=$ ۶) $\lim_{x\to -۱}\frac{x^۲+۴x+۳}{x^۳+۱}=$	۴
۱۲	نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید که در شرایط زیر صدق کند: الف) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=۲$ ب) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-۲$ ج) $\lim_{x\to -۱^-} f(x)=-\infty$ د) $\lim_{x\to ۱^+} f(x)=+\infty$	۱
۱۳	با توجه به شکل مقابل جواب سئوالات زیر را بنویسید.  الف) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=$ ب) $\lim_{x\to ۲^-} f(x)=$ ج) $\lim_{x\to -۲^-} f(x)=$ د) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=$	۱
۱۴	معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y=x^۲-۴x$ را در نقطه $x=۱$ رابا تعریف بنویسید.	۲
	نمره بعدد: نمره بحروف: نام و نام‌خانوادگی دبیر تاریخ و امضاء	۲۰

www-kanoon-ir

پاسخ تشریحی سوالات رشد (ریاضی ۳)

(۱)

$y = x^2 - 4x + 1$ از طول رأس $x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ می‌گیریم

$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 1$ $\quad D = [2, +\infty)$

$y = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow (x-2)^2 = y + 3$

$x - 2 = \pm\sqrt{y+3} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{y+3}$

با توجه به دامنه $2 + \sqrt{y+3}$ را برمی‌گزینیم

تعویض ⟹ $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+3}$

---

(۲)

$y = -f(2x)$ (۲) (۱)

ابتدا اولویت نمودی می‌نویسیم:

(۱) طول نقاط نصف می‌شود

(۲) قرینه شدن نسبت به محور xها از عرض نقاط قرینه می‌شود

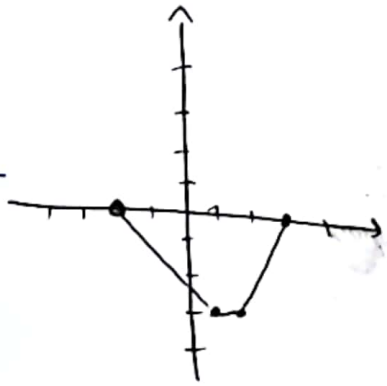
x	y
-4	0
2	3
4	3
6	0

(۱) ⟶

x	y
-2	0
1	3
2	3
3	0

(۲) ⟶

x	y
-2	0
1	-3
2	-3
3	0



www.konkoor.ir

Scanned with CamScanner

۴

$f(g(x)) = 4x + 12$

$\Rightarrow 3g(x) + 2 = 4x + 12$

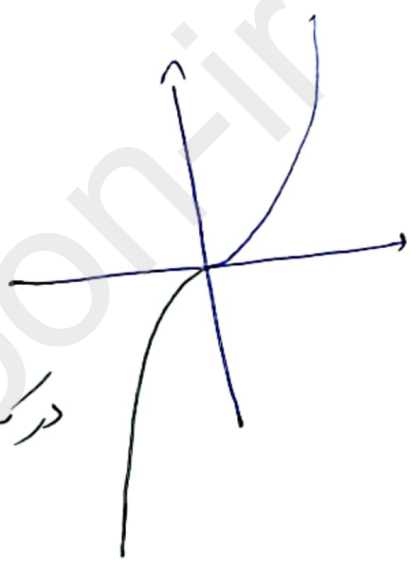
$f(x) = 2x + 2$

$3g(x) = 4x + 8$

$g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

۴

$f(x) = x^2|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$



در کل $\mathbb{R}$ صعودی اکید است

۵

$f(x) = \sqrt{x-1}$

$g(x) = \frac{4}{2x-5}$

$D_{f \circ g} = ?$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{\frac{5}{2}\} \mid \frac{4}{2x-5} \in [1, \infty)\}$ ⓒ ⓧ ⓘ

$D_f : x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ ①

$2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

$D_g : \mathbb{R} - \{\frac{5}{2}\}$

ⓧ $\Rightarrow \frac{4}{2x-5} \geq 1 \Rightarrow \frac{4 - 2x + 5}{2x - 5} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ -2x + 11 = 0 \end{cases} \rightarrow x = \frac{11}{2}$ ②

x		$\frac{5}{2}$		$\frac{11}{2}$	
9	$-$	0	$+$	0	$-$

① ∩ ② $\Rightarrow (\frac{5}{2}, \frac{11}{2}]$

ص ۲

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۶

$$f^{-1}(g(a))=۲ \Rightarrow f(۲)=g(a)$$

$$\downarrow$$

$$-۲=g(a)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a-1}=-۲ \Rightarrow a=-۲a+۲ \rightarrow ۳a=۲$$

$$\boxed{a=\frac{۲}{۳}}$$

۷

$f(x)=a\cos bx+c$

$y_M=۲ \quad y_m=-۲ \quad ۲T=۸ \Rightarrow T=۴$

$$|a|=\frac{y_M-y_m}{2}=\frac{۲+۲}{۲}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow a=\frac{۵}{۲}$$

$$c=\frac{y_M+y_m}{2}=\frac{۲-۲}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$T=\frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b|=\frac{۲\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲} \rightarrow b=\frac{\pi}{۲}$$

چون در مبدا نزولی پس a, b مثبت‌اند.

$$f(x)=\frac{۵}{۲}\cos\frac{\pi}{۲}x+\frac{۱}{۲}$$

۸

$\cos ۲x-۲\sin x+۱=۰$ $\quad \sin^۲ t$

$\downarrow$

$۱-۲\sin^۲ x-۲\sin x+۱=۰ \Rightarrow -۲\sin^۲ x-۲\sin x+۲=۰$

$-۲t^۲-۲t+۲=۰ \rightarrow \Delta=۹-۴(-۲)(۲)=۲۵$

$$t=\frac{۲\pm۵}{-۴}$$

$t=-۲ \rightarrow t=۲ \rightarrow \sin x=t=۲$ ✗

$t=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲} \rightarrow t=\frac{۱}{۲} \rightarrow \sin x=\frac{۱}{۲}$

$x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}$

$x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

(۹)

$\sin x \cdot \cos x (1 - 2\sin^2 x)$

$\frac{1}{2}\sin 2x [\cos 2x] = \frac{1}{2}[\sin 2x \cos 2x]$

$= \frac{1}{2}[\frac{1}{2}\sin 4x]$

$= \frac{1}{4}\sin 4x$

---

(۱۰)

$\cos x = -\frac{5}{13}$ و x در ناحیه سوم $\longrightarrow \cos x < 0$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2(-\frac{5}{13})^2 - 1 = \frac{50}{169} - \frac{169}{169}$

$\cos 2x = \frac{-119}{169}$

---

(۱۱)

۱) $\lim_{x \to 1} \frac{2x - \sqrt{x^2+3}}{x^2 - x} = \frac{0}{0}$ مبهم

$\lim_{x \to 1} \frac{(2x - \sqrt{x^2+3})(2x + \sqrt{x^2+3})}{x(x-1)(2x + \sqrt{x^2+3})}$ حال می‌توان $(x-1)$ را ساده کرد

$= \frac{4x^2 - x^2 - 3}{x(x-1)(2x + \sqrt{x^2+3})} = \frac{3(x^2-1)}{x(x-1)(2x + \sqrt{x^2+3})} \to (x-1)(x+1)$

$\lim_{x \to 1} \frac{3(x+1)}{x(2x + \sqrt{x^2+3})} = \frac{3(2)}{4} = \frac{3}{2}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۲) $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{1-\cos x} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۳) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x - \frac{2}{x} + 4x^2}{x - 5x^2} \simeq \frac{4x^2}{-5x^2} = -\frac{4}{5}$

صفر

۴) $\lim_{x \to 2^-} \frac{[x] - 5}{|x-2|} = \frac{[2^-] - 5}{|2^- - 2|} = \frac{2-5}{0^+} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$

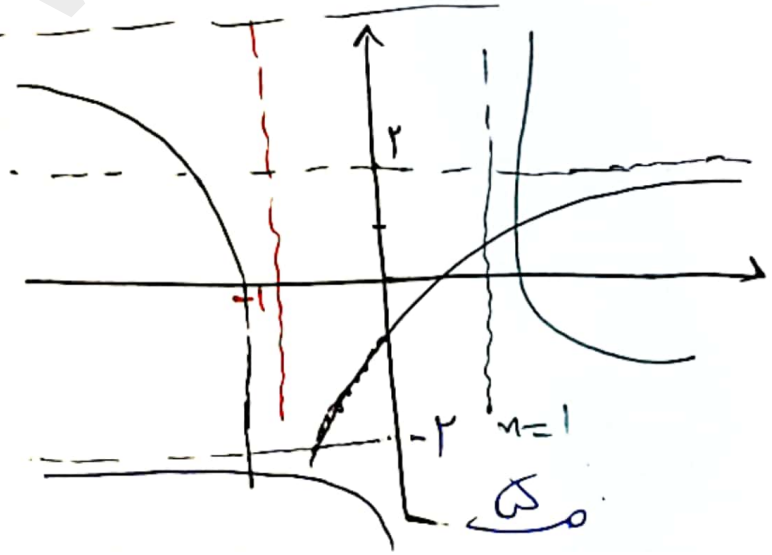
۵) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

بزرگتر صفر منفی

۶) $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 4x + 2}{x^2 + 1} = \frac{1 - 4 + 2}{1 + 1} = \frac{0}{0}$ ؟

$x+1$

مشترک



www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

(١٣) ٢ (د ∞+ (ج ∞+ (ب ١ (الف

---

(١٤) $(1, -3)$

معادلة: $y - y_1 = m(x - x_1)$

ردي عوض

$y(1) = 1 - 4 = -3$

$$m = y'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$y'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 2x - (-3)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} = \frac{0}{0}$$

بالتحليل: $= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)} = -2 = m$

$$y - (-3) = -2(x - (1))$$

$$y + 3 = -2x + 2 \Rightarrow \boxed{y = -2x - 1}$$

Scanned with CamScanner