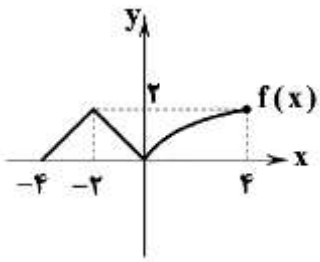
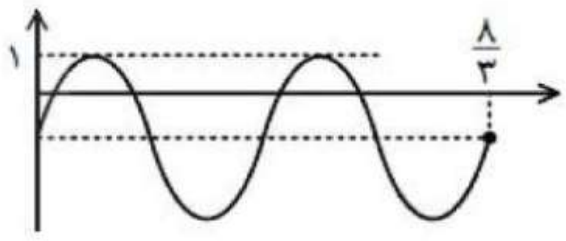
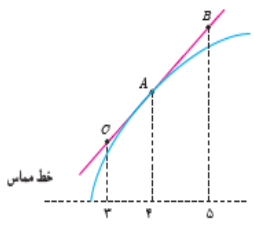
جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

سازمان آموزش و پرورش استان مازندران

سوال امتحان داخلی درس: **ریاضی۳** پایه: **دوازدهم** رشته: **تجربی** دبیرستان **شهید بهشتی**		
پایانی اول تاریخ امتحان:۱۴۰۲/۱۰/۵ ساعت شروع:**۸ صبح** مدت امتحان:**۱۰۰ دقیقه**		
ردیف	شرح سوال	نمره
۱	**کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟** **الف : تابع** $y=-۱-(۲-x)^۳$ **در دامنه خود اکیداً نزولی است.** **ب: برای رسم نمودار** $y=f(-x+۱)$ **از روی نمودار** $y=f(x)$ **ابتدا** $f(x)$ **را یک واحد به راست برده و سپس نسبت به محور** y **ها قرنیه می کنیم.** **ج: نمی توان بازه ایی یافت که تابع** $y=\tan x$ **در آن نزولی باشد.** **د:مشتق در یک نقطه برابر است با شیب خط مماس در آن نقطه**	۱
۲	**جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:** **الف: تابع** $y=(x-۱)^۳-x^۳$ **یک تابع چند جمله ای درجه ..... است.** **ب: اگر** α **در ربع چهارم باشد مقادیر** $\sin\alpha$ **.....از مقادیر** $\tan\alpha$ **است.** **ج: اگر** $f(x)=۲-\sqrt{x+۳}$ **آنگاه دامنه تابع** $y=(fof^{-۱})(x)$ **برابر ..... است.** **د: اگر چند جمله ایی** $۲x^۳+ax^۲-bx+۶$ **بر** $x^۲-۱$ **بخش پذیرباشد، مقدار** $a+۲b$ **برابراست با.....**	۱
۳	**ابتدا نمودار تابع** f **را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.** $f(x)=x\|x-۲\|+\|x-۲\|$	۱/۵
۴	**اگر** $f(x)=x^۳+x-۳$ **و** $g(x)=\{(۲,۳)(-۱,۴)(۰,۱)(۳,۰)\}$ **باشد تابع** $(gof^{-۱})^{-۱}$ **را به صورت زوج مرتب بنویسید**	۱/۵
۵	**ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید.** **در معادله** $f(x)=x^۲+۲x$ **به ترتیب اعمال ، انبساط با ضریب** $\frac{۱}{۳}$ **در جهت محور** x **ها ، قرنیه نسبت به محور** y **ها ، انبساط عمودی با ضریب ۹، انتقال به اندازه ۲ واحد سمت** y **های منفی انجام شده است.**	۱
۶	**نمودار تابع** $y=f(x)$ **رسم شده است نمودار تابع** $y=\frac{۱}{۲}f(۲-x)-۱$ **را رسم کنید.** 	۱

www-kanoon-ir

۷	با محدود کردن دامنه تابع $y = x^۲ - ۴x + ۳$ ، تابعی یک به یک بسازید .سپس ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.	۱
۸	الف: دامنه تابع $y = \tan \pi x + ۲$ را بدست آورید. ب: حاصل $A = \cos ۲۰^\circ \cos ۴۰^\circ \cos ۸۰^\circ$ کدام است؟	۱
۱۰	حاصل عبارت $A = \dfrac{\cos ۲x}{\tan x + \cot x}$ به ازای $x = \dfrac{\pi}{۳۲}$ را به دست آورید؟	۱/۵
۱۱	شکل زیر بخشی از نمودار $y = a \sin\left(b \dfrac{\pi x}{۲}\right) - ۱$ است ، مقادیر a و b را به دست آورید. 	۱
۱۲	جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan ۳x \tan x = ۱$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x \to ۳^+} \dfrac{[x]\lvert x - ۳\rvert}{\sqrt{۲x + ۳} - x}$ $\lim\limits_{x \to \frac{۳\pi}{۴}} \dfrac{\tan^۲ x - ۱}{\cos ۲x}$	۲
۱۴	حد توابع زیر را به دست آورید. $\lim\limits_{x \to \left(\frac{۱}{۶}\right)^-} \dfrac{[-x]}{۱ - ۲\sin \pi x}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۳x + \sqrt{۴x^۲ + ۵}}{۳x + \cos\left(x^۲ + ۲x\right)}$	۱/۵
۱۵	اگر $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{a(۲x-۱)^۲ + b(x+۳)^۲}{۸x + ۱۰} = -۷$ باشد مقادیر a و b را به دست آورید.	۱
۱۶	اگر $f(x) = x^۲ + ۳x$ باشد ،حاصل $\lim\limits_{h \to ۰} \dfrac{f(۱+h) - f(۱)}{h}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۷	برای تابع f در شکل رو به رو داریم: $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۵$ با توجه به شکل مختصات B, A و C را بیابید. 	۱/۲۵

موفق باشید

www-kanoon.ir

آیدا انصاریان - رتبه ۱۲۱۱ منطقه یک - دانشجوی مهندسی مواد و متالورژی - دانشگاه صنعتی شریف

درس ریاضی ۳ - دوازدهم - تجربی - دبیرستان شهید بهشتی - استان مازندران

۱- الف) نادرست - آیدا صعودی است.

ب) نادرست - یک واحد به سمت چپ می‌رویم.

ج) درست

د) درست

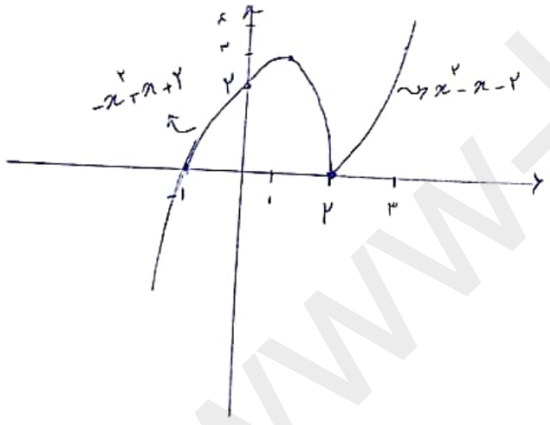
۲- الف) درجه دو ب) نزولی ج)

د) $a=-4$, $b=-2$ $\quad -4+2(-2)=-10$

۳- ریشه داخل قدرمطلق $=2$

$x<2 \longrightarrow f(x) = -x^2+2x-x+2 = -x^2+x+2$

$x<2 \longrightarrow f(x) = x^2-2x+x-2 = x^2-x-2$



آیدا صعودی $\longrightarrow (-\infty, 1]$

آیدا نزولی $\longrightarrow [1, 2]$

آیدا صعودی $\longrightarrow (2, +\infty)$

۴- آیدا تابع $g\circ f^{-1}$ را تشکیل دهیم دیس واضح است.

$f(x) = x^3+x-3$

x	0	1	2	3	...
y	-3	-1	7	27	...

$f(x) = \{(0,-3), (1,-1), (2,7), (3,27)\}$

$f^{-1}(x) = \{(-3,0), (-1,1), (7,2), (27,3)\}$

ها فقط به مشاهده شد، تابع $g\circ f^{-1}$ هیچ زوج مرتبی ندارد.

www.kanoon.ir

CamScanner

۵. از انتهایی که دقت کرده است انبساط، برای x همان ضریب $\frac{1}{3}$ را می‌گذاریم.

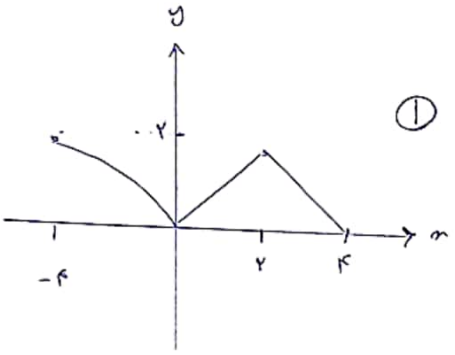
$$f(x) \longrightarrow f(\tfrac{1}{3}x) \longrightarrow f(-\tfrac{1}{3}x) \longrightarrow 9f(-\tfrac{1}{3}x) \longrightarrow 9f(-\tfrac{1}{3}x) - 2$$

$$x^2+2x \longrightarrow \tfrac{1}{9}x^2+\tfrac{2}{3}x \longrightarrow \tfrac{1}{9}x^2-\tfrac{2}{3}x \longrightarrow x^2-6x \longrightarrow x^2-6x-2$$

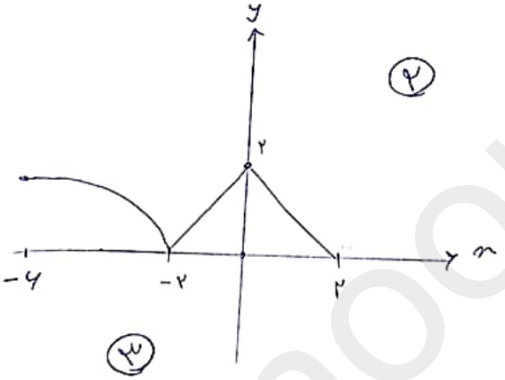
۶. ابتدا نمودار را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم و بعد کارهای دیگر را پیاده می‌کنیم.

$$f(x) \xrightarrow{\text{قرینه}} f(-x) \xrightarrow{\text{۲ واحد چپ}} f(-x+2) \xrightarrow{\text{انبساط و}} \tfrac{1}{2}f(-x+2) \xrightarrow{\text{۱ واحد پایین}} \tfrac{1}{2}f(-x+2)-1$$

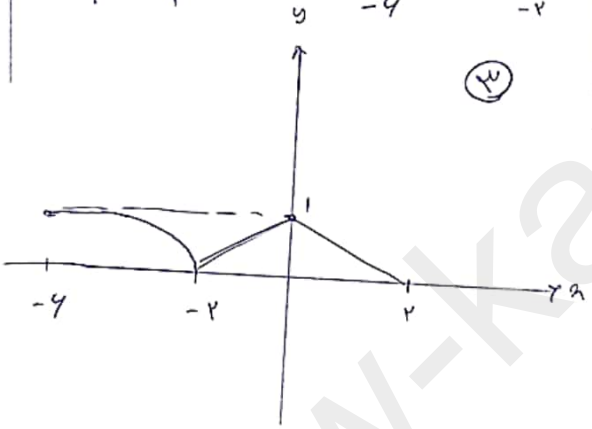
(۱)



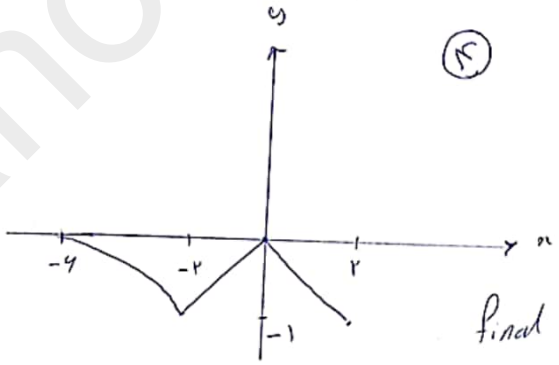
(۲)



(۳)



(۴)



final look!

۷. ابتدا رأس سهمی را بدست می‌آوریم.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{+4}{2} = 2$$

دامنه را به دلخواه محدود می‌کنیم. مثلاً $[0,2]$ ← تابع در این بازه نزولی است

$$y = x^2-4x+3 \longrightarrow y = x^2-4x+4-1 \longrightarrow y = (x-2)^2-1$$

$$\longrightarrow y+1 = (x-2)^2 \longrightarrow \sqrt{y+1} = x-2 \longrightarrow x = \sqrt{y+1}+2$$

$\xrightarrow[\text{عوض}]{x \text{ و } y}$ $y = \sqrt{x+1}+2$ تابع وارون

دامنه تابع وارون ← چون زیر رادیکال باید مثبت باشد

$$x+1 \geq 0 \longrightarrow \boxed{x \geq -1}$$

www-kanoon-ir

CamScanner

۸ - الف) از آنجا که تابع tan می‌تواند در مضارب زوج $\frac{\pi}{2}$ تعریف نشود، پس دامنه تابع زیر به صورت زیر است.

$$x \in R - \{ \tfrac{1}{2}, \tfrac{3}{2}, \tfrac{5}{2}, \dots \}$$

ب) از طرفین معادله، در $\sin 20$ ضرب می‌کنیم

$$A \sin 20 = \sin 20 \cos 20 \cos 40 \cos 80$$

$$A \sin 20 = \tfrac{1}{2} \sin 40 \cos 40 \cos 80$$

$$A \sin 20 = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2} \sin 80 \cos 80$$

$$A \sin 20 = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2} \sin 160$$

$$A = \tfrac{1}{8} \frac{\sin 160}{\sin 20} = \tfrac{1}{8} \frac{\sin(180-20)}{\sin 20} = \tfrac{1}{8} \frac{\sin 20}{\sin 20} = \tfrac{1}{8}$$

۱۰-

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2x}$$

$$A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos 2x}{\frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2x}} = \tfrac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \tfrac{1}{4} \sin 4x$$

$$x = \frac{\pi}{32} \longrightarrow \tfrac{1}{4} \sin \frac{4\pi}{32} \longrightarrow \tfrac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8}$$

۱۱-

$$2T = \frac{8}{3} \rightarrow T = \frac{4}{3} \quad \Longrightarrow \quad \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{b\pi}{8} \rightarrow b = 3$$

از طرفی از نمودار واضح است که تابع سینوس روی عدد ۲ قرار گرفته که نشان دهنده انبساط با ضریب ۲ است.

$$a = 2$$

www.konoon.ir

CamScanner

۱۲- در $\cot x$ نسبت به $\tan x$

$$\tan \psi x = \cot x \longrightarrow \tan \psi x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\psi x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \longrightarrow \mathfrak{f} x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\longrightarrow x = \frac{k\pi}{\mathfrak{f}} + \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{(\mathfrak{f}k+1)\pi}{\Lambda}$$

k	x
۰	$\frac{\pi}{\Lambda}$
۱	$\frac{\psi\pi}{\Lambda}$
۲	$\frac{\Delta\pi}{\Lambda}$

۱۳-

$$\lim_{x \to \psi^+} \frac{[x]\,|x-\psi|}{\sqrt{\mathfrak{f}x+\psi} - x} \longrightarrow \lim_{x \to \psi^+} \frac{\psi x - \mathfrak{q}}{\sqrt{\mathfrak{f}x+\psi} - x} \xrightarrow{x=\psi} \frac{۰}{۰}$$

$$\xrightarrow[\times \sqrt{\mathfrak{f}x+\psi} + x]{\text{صورت و مخرج}} \frac{\psi x - \mathfrak{q}\left(\sqrt{\mathfrak{f}x+\psi} + x\right)}{\mathfrak{f}x+\psi - x^{\mathfrak{f}}} = \lim_{x \to \psi^+} \frac{\psi\left(\sqrt{\mathfrak{f}x+\psi} + x\right)}{x+\psi} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{\psi(\sqrt{\mathfrak{q}}+\psi)}{\mathfrak{q}}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{\mathfrak{f}}} \frac{\tan^{\mathfrak{f}} x - 1}{\cos \mathfrak{f}x} \xrightarrow{\frac{۰}{۰}} \lim_{x \to \frac{\pi}{\mathfrak{f}}} \frac{\frac{\sin^{\mathfrak{f}} x}{\cos^{\mathfrak{f}} x} - 1}{\cos \mathfrak{f}x} = \frac{\frac{\sin^{\mathfrak{f}} x - \cos^{\mathfrak{f}} x}{\cos^{\mathfrak{f}} x}}{\cos \mathfrak{f}x}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{\mathfrak{f}}} \frac{\frac{-\cos \mathfrak{f}x}{\cos^{\mathfrak{f}} x}}{\frac{\cos \mathfrak{f}x}{۱}} = -\frac{۱}{\cos^{\mathfrak{f}} x} = \frac{-\mathfrak{f}}{\cos \mathfrak{f}x + ۱} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{-\mathfrak{f}}{\cos \frac{\psi\pi}{\mathfrak{f}} + ۱}$$

$$\frac{-\mathfrak{f}}{۰ + ۱} = -\mathfrak{f}$$

۱۴-

$$\lim_{x \to (۱/\mathfrak{q})^-} \frac{[-x]}{۱ - \mathfrak{f}\sin \pi x} = \frac{[-۱/\mathfrak{q}^-]}{۱ - \mathfrak{f}\sin \pi x} = \frac{-۱}{۱ - \mathfrak{f}\sin \Lambda x} \longrightarrow$$

$$\lim_{x \to ۱/\mathfrak{q}^-} \frac{-۱}{۱ - \mathfrak{f}\sin \frac{\pi}{\mathfrak{q}}^-} = \frac{-۱}{۱ - \mathfrak{f} \times ۱/\mathfrak{f}^-} = \frac{-۱}{۱ - ۱^-} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$$

www.kanoon.ir

CamScanner

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x+\sqrt{4x^2+5}}{3x+\cos(x^2+2x)} \xrightarrow{\text{قدر بزرگتر}} \frac{3x+2x}{3x}=\frac{5x}{2x}=\frac{5}{2}=2/5$$

۱۵- چون به ∞ میل کرده، توان بزرگترها را بررسی داریم. ضمن اینکه جواب یک عدد ثابت شده است پس توان صورت و مخرج برابر است.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a(2x-1)^2+b(x+3)^2}{8x+10}=-7$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4ax^2+a-4ax+bx^2+9b+6bx}{8x+10}=\frac{(4a+b)x^2+(-4a+6b)x+a+9b}{8x+10}$$

$$\xrightarrow{\text{بزرگترها}}\frac{(4a+b)x^2+(-4a+6b)x}{8x}=-7 \xrightarrow[4a+b=0]{\text{بالا بزرگتر}} \frac{(-4a+6b)x}{8x}=-7$$

$$\begin{cases}-4a+6b=-56\\4a+b=0\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}7b=-56\longrightarrow b=8,\ a=-2$$

۱۶- $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ یعنی شیب خط مماس در نقطه $x=1$ یا به عبارتی $f'(1)$

$$f'(x)=2x+3\longrightarrow f'(1)=2+3=5$$

(برای امتحان از روش حدی هم حل کنید چون لازم است یاد باشد.)

۱۷- مختصات نقطه A معلوم است $A=(4,25)$

$$f'(A)=\frac{f(B)-f(C)}{B-C}$$

مماس همان شیب است پس ←

$$1/5=\frac{f(B)-f(C)}{5-3}\longrightarrow f(B)-f(C)=3 \quad ①$$

www.kanoon.ir

CamScanner

A، B، C همگی روی یک خط هستند. پس شیب AB، CA برابر است.

$$\frac{f(A)-f(C)}{A-C}=\frac{f(B)-f(A)}{B-A}\longrightarrow\frac{۲۵-f(C)}{۱}=\frac{f(B)-۲۵}{۱}$$

$$۲۵-f(C)=f(B)-۲۵\longrightarrow f(B)+f(C)=۵۰\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\longrightarrow\begin{cases}f(B)-f(C)=۳\\ f(B)+f(C)=۵۰\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}\begin{cases}۲\text{مساوی}\\ ۲\text{مجهول}\end{cases}$$

$$۲f(B)=۵۳$$

$$f(B)=\frac{۵۳}{۲}$$

$$f(C)=\frac{۵۳}{۲}-\frac{۶}{۲}=\frac{۴۷}{۲}$$

$$B=(۵,\frac{۵۳}{۲})\qquad C=(۳,\frac{۴۷}{۲})$$

CamScanner