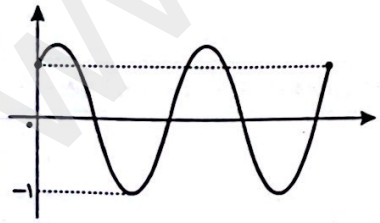
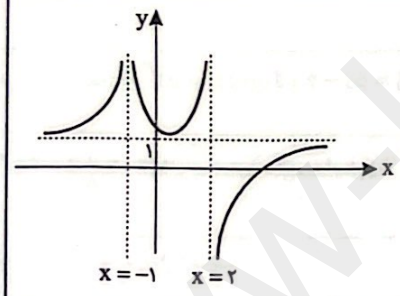
نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی	شماره صندلی :	تاریخ امتحان:۱۴۰۲/۱۰/۰۵
نام درس: ریاضی ۳	اداره کل آموزش وپرورش استان البرز		ساعت امتحان : ۹ صبح
نوبت و سال تحصیلی : نوبت اول-۱۴۰۳-۱۴۰۲	مدیریت آموزش وپرورش ناحیه۳کرج	جای مهر آموزشگاه	وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه : دوازدهم تجربی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم (متوسطه دوم)		تعداد صفحه:۲ صفحه :
نمره به عدد : نمره به حروف :	نام دبیر : استاد دهقانی امضاء		نمره تجدید نظر به عددوحروف : امضاء

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x)=-(x+2)^3+3$ در دامنهٔ تعریف خود نزولی است. ☐ درست ☐ نادرست ب) دورهٔ تناوب $y=\tan(\frac{x}{4})$ برابر 8π است. ☐ درست ☐ نادرست ج) دامنهٔ تعریف تابع $y=(fof^{-1})(x)$ با دامنهٔ تابع f برابر است. ☐ درست ☐ نادرست د) تابع همانی در دامنهٔ تعریفش هم صعودی است و هم نزولی. ☐ درست ☐ نادرست	۱
۲	نمودار تابع $y=-\frac{1}{2}\sin(2x)$ را در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ با استفاده از نمودار تابع $y=\sin x$ رسم کنید.	۱
۳	نمودار تابع $f(x)=x^2-2x$ را ۲ واحد به طرف xهای مثبت و سپس ۳ واحد به طرف yهای منفی انتقال می‌دهیم؛ تابع $g(x)$ حاصل می‌شود؛ نمودار $g(x)$ در کدام نقطه محور xها را قطع می‌کند؟	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\frac{5-2x}{3x-4}$ و $g(x)=\sqrt{x^2-1}$ باشند، دامنه تعریف تابع fog را طبق تعریف یافته و سپس ضابطهٔ تابع $fog(x)$ را بیابید.	۲
۵	هرگاه $f(g(x))=5x^2-10x+6$ و $f(x)=5x-4$ باشد، ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به دست آورید.	۱
۶	اگر $f(x)=\frac{1}{8}x-3$ و $g(x)=x^3$، حاصل $(fog)^{-1}(5)$ کدام است؟	۱
۷	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دورهٔ تناوب و ماکزیمم و مینیمم $y=2-\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{2}x)$ را به دست آورید. ب) شکل زیر نمودار تابع $y=1+a\sin(b\pi x)$ در بازهٔ $[0,\frac{4}{3}]$ است. با فرض $a,b>0$، حاصل $a+b$ کدام است؟  ج) جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin x-\cos 2x=0$ را تعیین کنید. د) اگر $\cos x=\frac{3}{5}$ و انتهای کمان x در ناحیهٔ اول باشد؛ حاصل $2\cos 2x-\sin 2x$ کدام است؟	۵

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی	شماره صندلی :	تاریخ امتحان:۱۴۰۲/۱۰/۰۵
نام درس: ریاضی ۳	اداره کل آموزش وپرورش استان البرز		ساعت امتحان : ۹ صبح
نوبت و سال تحصیلی : نوبت اول-۱۴۰۳-۱۴۰۲	مدیریت آموزش وپرورش ناحیه۳کرج	جای مهرآموزشگاه	وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه : دوازدهم تجربی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم (متوسطه دوم)		تعداد صفحه:۲ صفحه :
نمره به عدد : نمره به حروف :	نام دبیر : استاد دهقانی امضاء	نمره تجدید نظربه عددوحروف :	امضاء

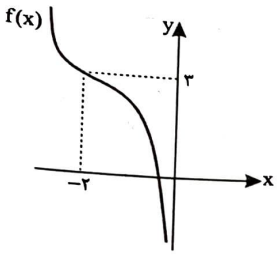
ردیف	سؤال	بارم
۸	حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{۲x^۳-۱۶}{x^۲+۴x-۱۲} =$ ب) $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲+x-۲}{\sqrt{۲x-۱}-۱} =$ ج) $\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۲-۱} =$ د) $\lim_{x\to ۲^-} \frac{[x]-۲}{x-۲} =$ ه) $\lim_{x\to -۱} \frac{x-۳}{x^۲+۲x+۱} =$ و) $\lim_{x\to -\infty} \frac{۳x^۳+۲x-۱}{۶x^۳-x^۲+۵} =$	۴/۵
۹	با توجه به نمودار f، حاصل حدود زیر را مشخص کنید.  الف) $\lim_{x\to ۲^-} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to +\infty} f(x) + \lim_{x\to -\infty} f(x) =$	۰/۵
۱۰	اگر $\lim_{x\to \infty} \frac{ax^{n-۲}+x+۲}{x^۳+x^۲-۵} = ۳$ باشد؛ حاصل $a+n$ چقدر است؟	۱
۱۱	نمودار تابعی را رسم کنید که هر دو ویژگی $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -۳$ و $\lim_{x\to (-\infty)} f(x) = ۱$ را دارا باشد.	۰/۵
۱۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^۲ - x + ۲$ را در نقطهٔ $x = -۱$ به دست آورده، سپس معادلهٔ خط مماس بر منحنی را در نقطه‌ای به طول ۱- بر روی آن تشکیل دهید.	۱
	جمع بارم	۲۰

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۰/۲۵ نمره)

الف) درست



ب) نادرست، دورهٔ تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$ است.

ج) نادرست

$$D_{fof^{-1}} : \{x \mid x \in D_{f^{-1}} \wedge f^{-1}(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{fof^{-1}} = R_f$$

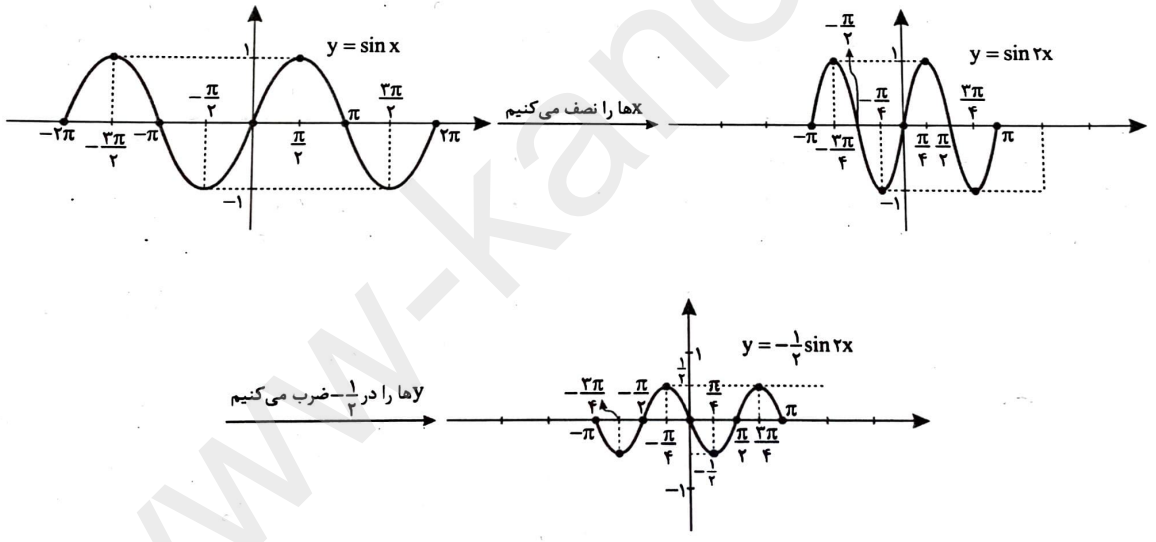
$x \in R_f$ ↓

↑ $f^{-1}(x) \in R_{f^{-1}}$ (همیشه برقرار است)

د) نادرست، تابع $f(x) = x$ همواره صعودی اکید است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۱۰، صفحهٔ ۲۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow[\text{xهای مثبت}]{\text{۲ واحد به طرف}} (x-2-1)^2 - 1 \xrightarrow[\text{yهای منفی}]{\text{۳ واحد به طرف}} (x-3)^2 - 4 \Rightarrow g(x) = (x-3)^2 - 4$$

تلاقی با محور xها : $g(x) = 0 \Rightarrow (x-3)^2 - 4 = 0 \Rightarrow |x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 5 \, , \, x_2 = 1$ در دو نقطه محور xها را قطع می‌کند.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

www-kanoon-ir

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

$$\begin{cases} ۳x-۴\neq ۰ \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\frac{۴}{۳}\} \\ x^۲-۱\geq ۰ \Rightarrow D_g=(-\infty,-۱]\cup[۱,\infty) \end{cases}$$

$$D_{fog}=\{x \mid x\in D_g, g(x)\in D_f\}$$

$$=\{x \mid x\in(-\infty,-۱]\cup[۱,\infty), \underbrace{\sqrt{x^۲-۱}\in \mathbb{R}-\{\frac{۴}{۳}\}}_{\sqrt{x^۲-۱}\neq \frac{۴}{۳}}\}$$

$$x^۲-۱\neq \frac{۱۶}{۹}$$

$$x^۲\neq \frac{۲۵}{۹}$$

$$x\neq \pm\frac{۵}{۳}$$

$$D_{fog}=(x\in(-\infty,-۱]\cup[۱,\infty))\cap(x\neq \mp\frac{۵}{۳})$$

$$\Rightarrow D_{fog}=((-\infty,-۱]\cup[۱,\infty))-\{\frac{۵}{۳},-\frac{۵}{۳}\}$$

$$fog(x)=\frac{۵-۲g(x)}{۳g(x)-۴}=\frac{۵-۲\sqrt{x^۲-۱}}{۳\sqrt{x^۲-۱}-۴}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۲، صفحهٔ ۳۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$f(x)=۵x-۴\Rightarrow f(g(x))=۵g(x)-۴\Rightarrow ۵g(x)-۴=۵x^۲-۱۰x+۶$$

$$\Rightarrow ۵g(x)=۵x^۲-۱۰x+۱۰\Rightarrow g(x)=\frac{۵x^۲-۱۰x+۱۰}{۵}\Rightarrow g(x)=x^۲-۲x+۲$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین‌های ۶ و ۷، صفحهٔ ۳۲)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$(fog)^{-۱}(۵)=a\Rightarrow (fog)(a)=۵\Rightarrow \frac{۱}{۸}a^۳-۳=۵\Rightarrow \frac{۱}{۸}a^۳=۸\Rightarrow a=۴$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۳۹)

پاسخ سؤال ۷: (۵ نمره)

الف)

$$T=\frac{۲\pi}{|\frac{\pi}{۲}|}=۴ \qquad \max:|-\sqrt{۳}|+۲=۲+\sqrt{۳} \qquad \min:-|-\sqrt{۳}|+۲=-\sqrt{۳}+۲$$

ب)

$$y=۱+a\sin(b\pi x)\Rightarrow \min=-۱\Rightarrow -|a|+۱=-۱\Rightarrow |a|=۲\xrightarrow{a>۰}a=۲$$

$$T=\frac{۲\pi}{|b\pi|}=\frac{۲}{|b|}\overset{b>۰}{=\!=}\frac{۲}{b}\Rightarrow \frac{۲}{b}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow b=۳$$

ج)

$$\cos ۲x-\sin x=۰\Rightarrow ۱-۲\sin^۲ x-\sin x=۰\Rightarrow -۲\sin^۲ x-\sin x+۱=۰$$

$$\xrightarrow{b=a+c}\sin x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$$

$$\sin x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{۶}\Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \\ x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶} \end{cases}\Rightarrow \text{جواب کلی: } x=\frac{۲k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۲};\ k\in\mathbb{Z}$$

د)

$$\cos x=\frac{۳}{۵}\xrightarrow{\text{ربع اول}}\sin x=\frac{۴}{۵}\Rightarrow ۲\cos ۲x-\sin ۲x=۲(\cos^۲ x-\sin^۲ x)-۲\sin x.\cos x$$

$$\Rightarrow ۲\cos ۲x-\sin ۲x=۲(\frac{۹}{۲۵}-\frac{۱۶}{۲۵})-۲(\frac{۴}{۵})(\frac{۳}{۵})=-\frac{۳۸}{۲۵}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۶، ۴۳ و ۴۸)

www.kanoon.ir

پاسخ سؤال ۸: (هر مورد ۰/۷۵ نمره)

الف) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+6)}=\frac{2\times 12}{8}=3$

ب) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{\sqrt{2x}-1-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x}-1+1)}{2x-1-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x}-1+1)}{2(x-1)}=3$

ج) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}{(x^2-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}=\frac{1}{-2\times 3}=-\frac{1}{6}$

د) $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{1-2}{x-2}=\frac{-1}{-}=+\infty$

ه) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x-3}{(x+1)^2}=\frac{-4}{0^+}=-\infty$

و) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x^3(3+\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^3})}{x^3(6-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^3})}=\frac{3+0-0}{6-0+0}=\frac{1}{2}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) $+\infty$

ب) $1+1=2$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۶۴)

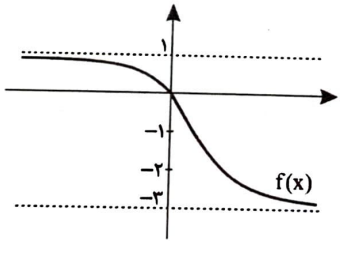
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^{n-2}+x+2}{x^3+x^2-5}=3\Rightarrow n-2=3\Rightarrow n=5\quad,\quad\frac{a}{1}=3\Rightarrow a=3\Rightarrow a+n=3+5=8$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۶۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۰/۵ نمره)

یک جواب می‌تواند به این صورت باشد.



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۵، صفحهٔ ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$f'(-1)=\lim\limits_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-x+2-4}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)}=-3$

$f(-1)=1+1+2=4$

شیب $=-3$ $\qquad$ A نقطه $=(-1,4)\xrightarrow{\text{معادلهٔ خط}}y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y-4=-3(x+1)\Rightarrow y=-3x+1$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۷۵)