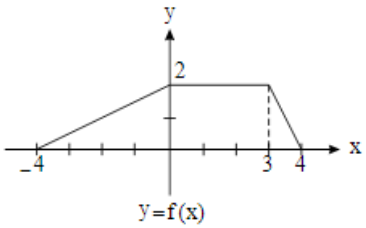
شماره صندلی	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک شهرری **دبیرستان غیردولتی دوره دوم دانشجو** **سال تحصیلی ۴۰۳-۴۰۲** **امتحانات نوبت اول (دی ۱۴۰۲)**	مهرمدرسه: محل درج نمره و امضای دبیر:
نام و نام خانوادگی:		

نام درس: ریاضی ۳	کلاس: دوازدهم تجربی	نام دبیر: استاد قانع	تاریخ امتحان: ۰۹/ ۱۰ /۱۴۰۲	زمان: ۱۰۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴

بارم	صفحه۱
۱/۵	۱ - با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$، نمودار $y=\frac{۱}{۲}f(۴x)$ را رسم کنید. 
۱/۵	۲ - معادلهٔ مثلثاتی $\cos x(۲\cos x-۹)=۵$ را حل کنید.
۱/۵	۳ - دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y=\sqrt{۳-\cos\frac{\pi}{۲}x}$
۱/۵	۴ - معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۲x-\cos x+۱=۰$ را حل کنید.

www-kanoon-ir

	۵- دو تابع $f(x)=\sqrt{x-۴}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^{۲}-۱}$ را در نظر بگیرید. دامنهٔ تابع gof را با استفاده از تعریف به‌دست آورید.
۱/۵	۶- ضابطهٔ وارون تابع $g(x)=-۵-\sqrt{۳x+۱}$ را به دست آورید.
۱	۷- مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^{۳}+ax^{۲}+bx+۱$ بر $x-۲$ و $x+۱$ بخش‌پذیر باشد.

www-kanoon.ir

٤	٨ – حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۴} \frac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}$ $\lim_{x\to ۰^+} \frac{۱}{۱-\cos x}$ $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-۹}{\sqrt{x+۱}-۲}$ $\lim_{x\to ۳^-} \frac{[x]-۳}{x-۳}$
۱/۵	۹ – درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) مینیمم تابع $y=-۳\cos(\pi x)+۲$ برابر با یک است. ب) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

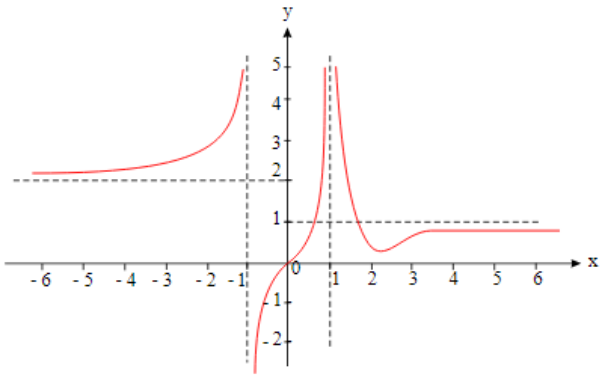
www-kanoon-ir

۱۱ - نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:

الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ت) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

ب) $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$ ث) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

پ) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$



۱/۵

۱۲ - در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف حد تابع $f(x)=\dfrac{-۳x^{۷}+۵x^{۲}}{۲x^{۳}+۹}$ وقتی $x\to-\infty$ میل می‌کند برابر ..... می‌باشد.

۱

۱۳ - با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}۱-x^{۲} & x\le ۱\\ -۱ & x>۱\end{cases}$ تعیین کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است.

۱/۵

www-kanoon-ir

۱۳ - حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to ۳^-} \frac{x^۲ + ۲x - ۱}{x^۲ + x - ۱۲}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{۳x + ۵}{x - ۲}$$

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{-x^۲ + ۲x}{۴x + ۱}$$

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲x + ۱}{۴ - x^۲}$$

٤

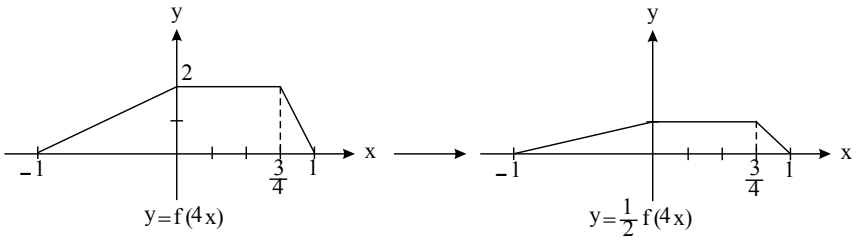
www-kanoon-ir

موفق باشید

جمع : ۲۰نمره

پاسخنامه تشریحی

۱ - کافی است طول نقاط را $\frac{۱}{۴}$ برابر کرده و سپس عرض نقاط را نصف کنیم.



۲ -

$$\cos x(۲\cos x - ۹) = ۵ \to ۲\cos^۲ x - ۹\cos x - ۵ = ۰ \xrightarrow{\cos x = A} ۲A^۲ - ۹A - ۵ = ۰ \to \Delta = b^۲ - ۴ac = ۸۱ + ۴۰ = ۱۲۱$$

$$\to \begin{cases} A = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a} = \dfrac{۹+۱۱}{۴} = ۵ \to \cos x = ۵ \ \text{(امکان ندارد)} \\ A = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a} = \dfrac{۹-۱۱}{۴} = -\dfrac{۱}{۲} \to \cos x = -\dfrac{۱}{۲} = \cos(\pi - \dfrac{\pi}{۳}) = \cos\dfrac{۲\pi}{۳} \xrightarrow{\cos x = \cos\alpha \to x = ۲k\pi \pm \alpha} x = ۲k\pi \pm \dfrac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۳ - دورهٔ تناوب تابع $y = a\cos bx + c$ برابر $T = \dfrac{۲\pi}{|b|}$ است.

$$T = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}} = ۴$$

$$Max = |a| + c = |-۱| + \sqrt{۳} = ۱ + \sqrt{۳}$$

$$Min = -|a| + c = -|-۱| + \sqrt{۳} = -۱ + \sqrt{۳}$$

۴ - می‌دانیم $\cos ۲a = ۲\cos^۲ a - ۱$ است.

$$\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰ \to ۲\cos^۲ x - ۱ - \cos x + ۱ = ۰ \to ۲\cos^۲ x - \cos x = ۰$$

$$\to \cos x(۲\cos x - ۱) = ۰ \to \begin{cases} \cos x = ۰ \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi + \dfrac{\pi}{۲} \\ \cos x = \dfrac{۱}{۲} = \cos\dfrac{\pi}{۳} \xrightarrow{\cos x = \cos\alpha \to x = ۲k\pi \pm \alpha} x = ۲k\pi \pm \dfrac{\pi}{۳} \end{cases}$$

۵ -

$$f(x) = \sqrt{x-۴} \to D_f : x - ۴ \geq ۰ \to x \geq ۴$$

$$g(x) = \frac{۱}{x^۲ - ۱} \to D_g = \mathbb{R} - \{\pm ۱\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\} = \{x \geq ۴ \ , \ \sqrt{x-۴} \neq \pm ۱\} = \{x \geq ۴ \ , \ x \neq ۵\} = [۴, ۵) \cup (۵, +\infty)$$

۶ -

$$y = -۵ - \sqrt{۳x+۱} \to \sqrt{۳x+۱} = -۵ - y \to ۳x + ۱ = ۲۵ + y^۲ + ۱۰y \to ۳x = y^۲ + ۱۰y + ۲۴ \to x = \frac{y^۲ + ۱۰y + ۲۴}{۳}$$

$$\to f^{-۱}(x) = \frac{y^۲ + ۱۰x + ۲۴}{۳}$$

۷ -

$$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + ۱$$

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow r = f(۲) = ۰ \Rightarrow ۲^۳ + a \times ۲^۲ + b \times ۲ + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۸ + ۴a + ۲b + ۱ = ۰ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۹ \quad (۱)$$

$$x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow r = f(-۱) = ۰ \Rightarrow (-۱)^۳ + a(-۱)^۲ + b(-۱) + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow -۱ + a - b + ۱ = ۰ \Rightarrow a - b = ۰ \Rightarrow a = b$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۴a + ۲a = -۹ \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow a = b = -\frac{۳}{۲}$$

۸ - الف)

www.kanoon.ir

$$\lim_{x\to ۴}\frac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}=\frac{۰}{۰}\to\lim_{x\to ۴}\frac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}\times\frac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}=\lim_{x\to ۴}\frac{(۴-x)}{(x^۲-۱۶)(۲+\sqrt{x})}$$

$$=\lim_{x\to ۴}\frac{-(x-۴)}{(x+۴)(x-۴)(۲+\sqrt{x})}=\frac{-۱}{(۸)(۴)}=-\frac{۱}{۳۲}$$

ب)

$$\lim_{x\to ۰^+}\frac{۱}{۱-\cos x}=\frac{۱}{۱-۱^-}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$$

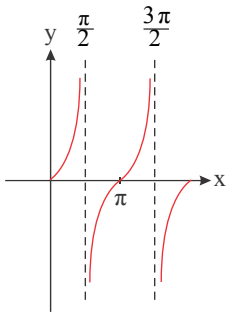
هرگاه در مسائل حدی، کسینوس یک شد حتما ۱^- است.

۹ - الف) نادرست - می‌دانیم تابع $y=a\cos bx+c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$ و مقدار مینیمم $-|a|+c$ است. پس داریم:

مقدار مینیمم $=-|-۳|+۲=-۱$

ب) نادرست

زیرا همان‌طور که در شکل مشخص است تابع تانژانت در یک دورهٔ تناوب خود صعودی است، نه در دامنه.



۱۰ -

الف

$$\lim_{x\to ۳^-}\frac{[x]-۳}{x-۳}=\frac{[۳^-]-۳}{۳^-}=\frac{۲-۳}{۰^-}=\frac{-۱}{۰^-}=+\infty$$

ب

$$\lim_{x\to ۳}\frac{x^۲-۹}{\sqrt{x+۱}-۲}=\frac{۰}{۰}\longrightarrow\lim_{x\to ۳}\frac{x^۲-۹}{\sqrt{x+۱}-۲}\times\frac{\sqrt{x+۱}+۲}{\sqrt{x+۱}+۲}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(x+۳)(x-۳)(\sqrt{x+۱}+۲)}{(x+۱-۴)}=\lim_{x\to ۳}(x+۳)(\sqrt{x+۱}+۲)=۶\times ۴=۲۴$$

۱۱ -

با توجه به شکل داریم:

الف) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=۲$

ب) $\lim_{x\to(-۱)^-}f(x)=+\infty$

پ) $\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=-\infty$

ت) $\lim_{x\to ۱^-}f(x)=+\infty$

ث) $\lim_{x\to ۱^+}f(x)=+\infty$

ج) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=۱$

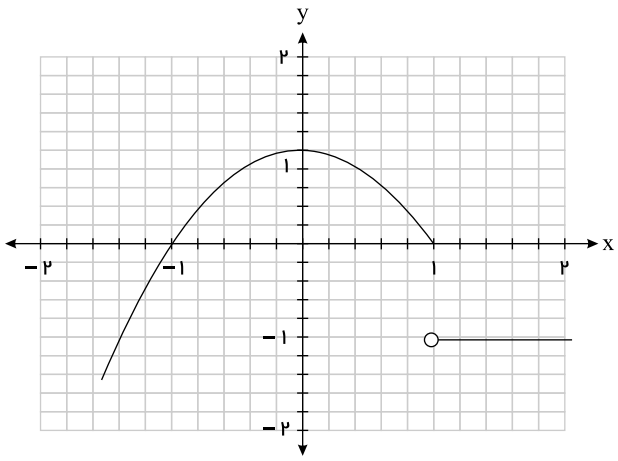
۱۲ -

الف

علت: $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-۳x^۷+۵x^۲}{۲x^۳+۹}\to\lim_{x\to-\infty}\frac{-۳x^۷}{۲x^۳}=\lim_{x\to-\infty}-\frac{۳}{۲}x^۴=-\frac{۳}{۲}(+\infty)=-\infty$

۱۳ - با توجه به نمودار در بازهٔ $(۱,+\infty)\cup[-\infty,۰]$ صعودی و در بازهٔ $[۰,+\infty)$ نزولی است.

www.kanoon.ir


y
x
۲
۱
-۱
-۲
-۲
-۱
۱
۲