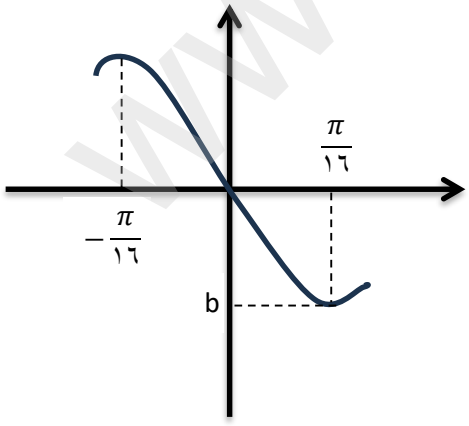
نام و نام خانوادگی:	وزارت آموزش و پرورش مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان دبیرستان شهید دکتر شهریاری **امتحانات دیماه** **سال تحصیلی ۴۰۳-۴۰۲**	**نمره به عدد:** **نمره به حروف:** **امضا دبیر** **تجدید نظر: به عدد به حروف:** **امضاء دبیر:**
نام درس : ریاضی۳		
تاریخ آزمون: ۰۹/ ۱۰ /۱۴۰۲		
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه		
نام دبیر: آقای جعفریان	**شماره صندلی :**	**کلاس :**

ردیف	سوال	بارم
۱	تابع $f(x)=(m+۴)x^۲+(n+۱)x+m-n+۲k$ روی R وارون خود را در نقطه(۷و۱-) قطع می نماید.ضابطه تابع $f(x)$ را معلوم نمایید.	۲
۲	اگر $f(x)=\frac{۳x-۱}{۲x+۱}$ و $g(x)=\frac{۳}{\sqrt{۹-x^۲}}$ دامنه تابع $gof^{-۱}$ را به کمک تعریف بدست آورید.	۲
۳	اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد و $f(۱)=0$ باشد دامنه تابع $g(x)=\sqrt{\frac{x-۴}{f(۳-x)}}$ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر $f(x)=۲+\sqrt{۲x-k}$ و تساوی $\boldsymbol{fof^{-1}(x)=f^{-1}of(x)}$ برای تمام $x\in D_f$ برقرار باشد چنانچه A محل تقاطع منحنی های f و $f^{-۱}$ با طول کم تر باشد و نقطه B متناظر با نقطه A روی $f(x+۳)=0$ باشد $g(x)=-۲$ طول AB بدست آورید.	۲/۵
۵	قسمتی از نمودار تابع تابع $f(x)=cos^۵ax\ sinax-sin^۵ax\ cosax$ بصورت زیر می باشد.مقادیر a وb را معلوم نمایید. 	۲/۵
۶	جوابهای کلی معادله $Tan\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)+Tan\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=۲\sqrt{۳}$ را بدست آورید.	۲/۵
۷	دوره تناوب تابع $y=\lvert sin۵x\rvert$ چند برابردوره تناوب تابع $f(x)=\left\lvert \sin(۵x)+\frac{۱}{۲}\right\rvert$ می باشد.	۱

www-kanoon-ir

۸	اگر f تابعی باشد که برای هر عدد حقیقی x داشته باشیم $f(x-۳)-f(x+۳)=۰$ باشد حاصل $\lim_{x\to ۱^+}\frac{f(۲x+۳)-f(x-۸)}{x^۲-۱}$ را بدست آورید.	۱
۹	حدود زیر را به دست آورید. ۱) $lim\frac{-x+\sqrt[۳]{x}}{\sqrt{۱-۳x}-۲}$ $x\to -۱$ ۲) $lim\frac{[x]+۱}{sinx+cosx}$ $x\to \frac{۳\pi^+}{۴}$ ۳) حد $\frac{\sqrt{x^۴+x^۳+۱}-x^۲+x}{x}$ $x\to +\infty$	۲/۷۵
۱۰	نمودار تابعی را رسم نمایید که دارای خواص زیر باشد . ۱) حد $f=+\infty$ $x\to ۱$ ۲) حد $f=-\infty$ $x\to -۱$ ۳) $f(۰)=۰$ ۴) حد $[f]=۱$ $x\to +\infty$ ۵) حد $[f]=-۱$ $x\to -\infty$	۱/۲۵
۱۱	حد تابع $f(x)=\frac{\sqrt{ax^۲+bx+c}}{\lvert x^۲-۱\rvert}$ در x=1 برابر ۱ می باشد مقادیر a,b,c را بیابید.	۱

www-kanoon-ir

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ - تیزهوشان - دکتر شهریاری

نویسنده: احسان تخنی زاده - دانشجوی داروسازی زنجان - طراح و ویراستار استاد دهم ریاضی آزمون های کانون - مؤلف کتاب های ریاضی اول دوازدهم تجربی و پرتکرار ریاضی یازدهم انسانی

پاسخ تشریحی سوال ۱)

$f(x)=(m+۴)x^۲+(n+۱)x+m-n+۲k \longrightarrow m+۴=۰ \rightarrow m=-۴$

$\rightarrow f(x)=(n+۱)x \quad -۴-n+۲k \longrightarrow f(-۱)=۷,$

$f^{-۱}(-۱)=۷ \rightarrow f(۷)=-۱$

$\rightarrow ۷=-n-۱-۴-n+۲k \longrightarrow ۲k-۲n=۱۲ \rightarrow \boxed{k-n=۶}$ ①

$\longrightarrow -۱=۷n+۷-۴-n+۲k \longrightarrow ۲k+۶n=-۴ \rightarrow \boxed{k+۳n=-۲}$ ②

$$\rightarrow \begin{cases} k-n=۶ \xrightarrow{\times(-۱)} \\ k+۳n=-۲ \xrightarrow{\times ۱} \end{cases} \begin{cases} -k+n=-۶ \xrightarrow{n=-۲} -k-۲=-۶ \rightarrow -k=-۴ \rightarrow k=۴ \\ k+۳n=-۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} ۴n=-۸ \rightarrow n=-۲$$

$\rightarrow \boxed{f(x)=-x+۶}$

پاسخ تشریحی سوال ۲)

$f(x)=\frac{۳x-۱}{۲x+۱} \rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۱}{-۲x+۳}$ ، $g(x)=\frac{۳}{\sqrt{۹-x^۲}}$

$\rightarrow D_{f^{-۱}(x)}=\mathbb{R}-\left\{\frac{۳}{۲}\right\}$ ، $D_g: -۳<x<۳$

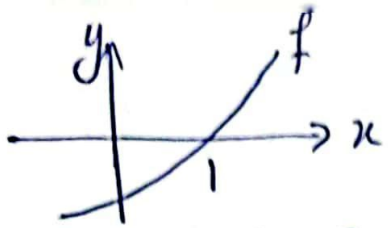
$\rightarrow D_{g\circ f^{-۱}}=\left\{x \mid x\in D_{f^{-۱}}, f^{-۱}(x)\in D_g\right\}=\left\{x \mid x\neq \frac{۳}{۲}, -۳<\frac{x+۱}{-۲x+۳}<۳\right\}$

$$\rightarrow \begin{cases} x\neq \frac{۳}{۲} \\ \frac{x+۱}{-۲x+۳}>-۳, \ \frac{x+۱}{-۲x+۳}<۳ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{x+۱}{-۲x+۳}+۳>۰ \rightarrow \frac{x+۱+۹-۶x}{-۲x+۳}>۰ \\ \rightarrow \frac{-۵x+۱۰}{-۲x+۳}>۰ \rightarrow (-\infty, \frac{۳}{۲})\cup(۲, +\infty) \end{cases} \quad ①$$

$\rightarrow \frac{x+۱}{-۲x+۳}-\frac{۳}{۱}<۰ \rightarrow \frac{x+۱+۶x-۹}{-۲x+۳}<۰ \rightarrow \frac{۷x-۸}{-۲x+۳}<۰ \rightarrow (-\infty, \frac{۸}{۷})\cup(\frac{۳}{۲}, +\infty)$ ②

①∩②: $(-\infty, \frac{۸}{۷})\cup(۲, +\infty) \rightarrow D_{g\circ f^{-۱}}=\mathbb{R}-[\frac{۸}{۷}, ۲]$

www.kanoon.ir



$D_g: \frac{x-4}{f(4-x)} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ f(4-x)=0 \rightarrow x=1 \end{cases}$ (۳ از انتخابی ج)

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(4-x)$		$+$	0	$-$		$-$			
$x-2$		$-$		$+$		$-$			
$f(4-x)$			$\pm$	$\not\exists$	0				

$(1, 4]$

$f(x) = \sin ax \cos ax (\cos^4 ax - \sin^4 ax) = \frac{1}{2}\sin 2ax \cos 2ax = \frac{1}{4}\sin 4ax$ (۵ از انتخابی ج)

$\frac{T}{2} = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8} \rightarrow T = \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{|4a|} \rightarrow 8 = |4a| \rightarrow 4a = \pm 8 \rightarrow a = \pm 2 \xrightarrow{a>0}$

$\rightarrow f(x) = \frac{1}{4}\sin 4ax \rightarrow f(x) = \frac{-1}{4}\sin 8x, \; b = -\frac{1}{4}$

$\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2} = \tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{3}$ (۴ از انتخابی ج)

$\rightarrow \begin{cases} \tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{\pi}{3} \rightarrow x+\frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ \tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{\pi}{3} \rightarrow x-\frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases}$

$y = |\sin ax| \rightarrow T_1 = \frac{\pi}{a}$ ، $f(x) = \left|\sin(ax) + \frac{1}{2}\right| \rightarrow T_2 = \frac{\pi}{a}$ (۲ از انتخابی ج)

$\rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1$

www.kanoon.ir

CamScanner

جواب سؤال ۹)

۱) $\lim_{x\to -1} \frac{-x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{1-3x}-2} = \frac{0}{0}$ حالت مبهم $\xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x\to -1} \frac{-\sqrt[3]{x^3}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{-3x}-2} \times \frac{\sqrt{-3x}+2}{\sqrt{1-3x}+2} \times$

$\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1} = \lim_{x\to -1} \frac{-\sqrt[3]{x}\,(\sqrt[3]{x}-1)(x+1)}{-3(x+1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{2}{9}$

۲) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{[x]+1}{\sin x+\cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

۳) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x^4+x^3+1}-x^2+x}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2-x^2+x}{x} = 1$

جواب سؤال ۱۰)

