باسمه تعالی

نام : .....
نام خانوادگی : .....
**نام درس:ریاضی ۳**

اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران
کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی
اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل
(مهر آموزشگاه) دبیرستان غیردولتی دارالفنون

نوبت اول
پایه : **دوازدهم**
تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**
رشته : علوم تجربی
زمان : ۱۰۰ دقیقه

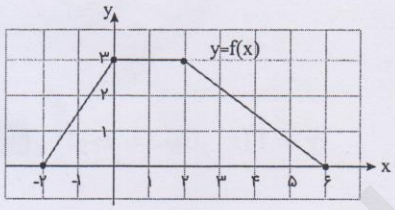
---

**۱** نمودار تابع $g(x)=x^3-3x^2+3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x)=x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید. (۱٫۵ نمره)

**۲** اگر $f(g(x))=4x^2+1$ و $f(x)=\frac{x}{2}-1$، آن‌گاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید. (۱ نمره)

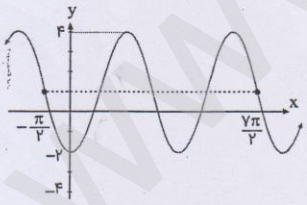
**۳** توابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$ داده شده‌اند. دامنهٔ تابع $gof$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (۱٫۵ نمره)

**۴** نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=\frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید. (۱ نمره)




**۵** اگر دامنه تابع $f(x)=x^2+4x+3$ برابر $[-2,+\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید. (۱٫۵ نمره)

**۶** نمودار تابع با ضابطهٔ $y=a\cos bx+c$ به‌صورت زیر رسم شده است. مقادیر a، b و c را به دست آورید. (۱٫۵ نمره)




www.kanoon.ir

۷ ثابت کنید: (۱ نمره)

$$\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = \tan\alpha$$

۸ مساحت مثلثی برابر ۳ سانتی‌متر است. اگر اندازهٔ دو ضلع آن ۲ و ۶ باشد، چند مثلث با این خاصیت وجود دارد؟ (۱ نمره)

۹ معادلهٔ مثلثاتی $2\cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید. (۱ نمره)

۱۰ تابع f با ضابطهٔ $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ مفروض است. (۱٫۵ نمره)

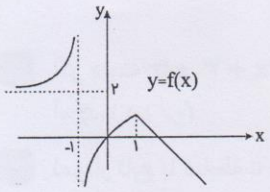
مقادیر a و b را چنان بیابید که $f(x)$ بر $(x-2)$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $(x-1)$ برابر با ۱− باشد.

۱۱ آیا مقدار $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟ (۱ نمره)

۱۲ حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (۱ نمره)

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$$

۱۳ با توجه به نمودار $y = f(x)$:




حدود خواسته‌شده را بنویسید. (۱ نمره)

الف) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ، ب) $\lim_{x\to (-1)^+} f(x)$

www-kanoon-ir

۱۴ اگر $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{mx^2+x}{2x^2+3} = 7$ آنگاه m برابر عدد ..... است. (۰/۷۵ نمره)

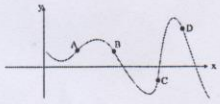
۱۵ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. (۱/۵ نمره)

الف) $\lim_{x\to 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2}$

ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{x+1}{\cos x} =$

۱۶ مشتق تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را در نقطهٔ $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۷ باتوجه‌به نمودار تابع f، جدول زیر را کامل کنید. (۱ نمره)



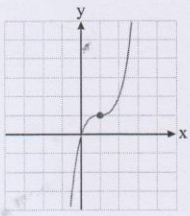

| نقطه | غیب | ۰ | ۱- | ۳/۵ | ۲ |
|---|---|---|---|---|---|

www-kanoon-ir

پاسخنامه ریاضی تجربی (دوازدهم تجربی)

۱

$$g(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱ + ۱ = (x-۱)^۳ + ۱$$




اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

۲

$$f(g(x)) = \frac{g(x)}{۲} - ۱ \Rightarrow \frac{g(x)}{۲} - ۱ = ۴x^۲ + ۱$$

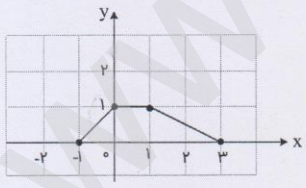
$$g(x) = ۸x^۲ + ۴$$

۳

$$D_f = [۴, +\infty) \quad , D_g = \mathbb{R} - \{۱\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \geq ۴ | \sqrt{x-۴} \neq ۱\} \Rightarrow D_{gof} = [۴, +\infty) - \{۵\}$$

۴




۵

$$f(x) = (x+۲)^۲ - ۱ \Rightarrow y + ۱ = (x+۲)^۲ \xrightarrow{x \geq -۲} \sqrt{y+۱} = x + ۲$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x+۱} - ۲ \Rightarrow D_{f^{-۱}} = [-۱, +\infty)$$

www.kanoon.ir

۶

$$۲T = \frac{۷\pi}{۲} - (-\frac{\pi}{۲}) = ۴\pi \Rightarrow T = ۲\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۲\pi \Rightarrow b = \pm ۱$$

$$c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱$$

$$|a| = \frac{۴ - (-۲)}{۲} = ۳ \Rightarrow a = -۳$$

پاسخ سؤال ۷

۷

$$\frac{۲\sin\alpha\cos\alpha}{۱ + ۲\cos^۲\alpha - ۱} = \frac{۲\sin\alpha\cos\alpha}{۲\cos^۲\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

۸

$$S = \frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۶\sin\hat{C} = ۳$$

$$\Rightarrow \sin\hat{C} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{C} = \frac{\pi}{۶} \text{ یا } \frac{۵\pi}{۶}$$

پس دو مثلث با چنین خاصیتی وجود دارد.

۹

$$\cos x(۲\cos x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ ۲\cos x + ۱ = ۰ \Rightarrow \cos x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۱۰ الف تابع f با ضابطهٔ $f(x) = x^۳ - ax^۲ + bx - ۲$ مفروض است.

$$f(۲) = ۰ \Rightarrow ۸ - ۴a + ۲b - ۲ = ۰ \Rightarrow ۲a - b = ۳$$

$$f(۱) = -۱ \Rightarrow ۱ - a + b - ۲ = -۱ \Rightarrow a = b \Rightarrow a = ۳ \text{ , } b = ۳$$

۱۱ خیر، زیرا تابع $f(x) = \frac{۱}{[x] - ۱}$ در همسایگی راست $x = ۱$ تعریف نشده است.

۱۲

$$\lim_{x \to ۳} \frac{(x - ۳)(x - ۲)}{(x - ۳)(۲x - ۱)} = \frac{۱}{۵}$$

www-kanoon-ir

۱۳ الف

الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = ۲$

ب) $\lim_{x\to(-۱)^+} f(x) = -\infty$

---

پاسخ سؤال ۱۴

۱۴ $m = ۱۴$

پاسخ سؤال ۱۵

۱۵

$$\lim_{x\to۱^-} \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$$

۱۶

$$f'(۲) = \lim_{x\to۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x\to۲} \frac{x^۲ + ۴x - ۱۲}{x - ۲} = \lim_{x\to۲} \frac{(x-۲)(x+۶)}{x - ۲} = ۸$$

۱۷

| شیب | -۲ | -۱ | ۰/۵ | ۲ |
|---|---|---|---|---|
| نقطه | D | B | A | C |