	بسمه تعالی	تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰
نام و نام خانوادگی:	آموزش و پرورش شهرستان مشهد ناحیه۴	تعداد صفحات: ۲
کلاس:	موسسه فرهنگی آموزشی امام حسین علیه السلام	تعداد سوال: ۱۶
ساعت شروع: ۸ صبح	دبیرستان دخترانه دوره دوم امام حسین(ع)- واحد ۲	نمره به عدد:
نام درس : ریاضی ۳	آزمون نوبت اول پایه .دوازدهم تجربی	نمره به حروف:
	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) تابع $y=-(۲-x)^۳-۳$ تابعی اکیداً نزولی است.

ب) دامنه‌ی تابع $y=\tan(۳x)$ به صورت $\{x\in R \mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{۶}\}$ می‌باشد.

ج) نقطه برخورد تابع $f(x)=\sqrt{x^۲+۳x}$ و وارون نقطه $(۱-,۲)$ می‌باشد.

د) اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{x}, & x>۰\\ \frac{۲x^۲+۱}{۳x-x^۲}, & x<۰\end{cases}$ باشد، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-۲$ می‌باشد.

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (۱ نمره)

الف) نقطه‌ی $A(-۲,۴)$ روی نمودار f با نقطه‌ی ..... روی نمودار $g(x)=۲f(۱-۳x)-۱$ متناظر می‌باشد.

ب) باقی مانده تقسیم $f(x)=۳x^۳+۴x^۲+ax-۱$ بر $x+۱$ برابر ۳ می‌باشد، a برابر ..... است.

۳- گزینه‌ی صحیح را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) تابع $y=\log^{x}_{۲m+۳}$ تابعی اکیداً نزولی است، حدود m کدام است؟

۱- $(-۱,-\frac{۱}{۲})$ ۲- $(-\frac{۳}{۲},۰)$ ۳- $(-\frac{۳}{۲},+\infty)$ ۴- $(-\frac{۳}{۲},-۱)$

ب) دوره تناوب $y=\sin x\cos x(\cos^۴ x-\sin^۴ x)$، برابر ..... است.

۱- $\frac{\pi}{۲}$ ۲- ۲π ۳- π ۴- $\frac{\pi}{۴}$

۴- اگر $f(x)=\sqrt{x^۲-۴}$ و $g(x)=\frac{x+۳}{x-۲}$ باشد. (۲ نمره)

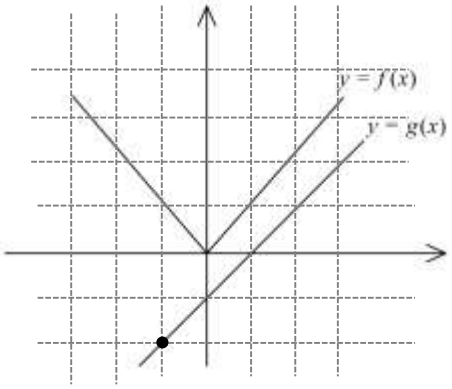
الف) دامنه‌ی تابع $gof(x)$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

ب) مقدار $(fog^{-۱})(۲)$ کدام است؟

۵- اگر $fog(x)=۲x^۲+۱$ و $f(x)=\frac{۲x+۳}{x-۴}$ حاصل $g(۱)$ کدام است؟ (۱ نمره)

۶- آیا تابع $f(x)=x^۲-۲x+۳$ در بازه‌ی $[۲,+\infty)$ وارون پذیر است؟ سپس در صورت وارون پذیری، ضابطه‌ی تابع $f^{-۱}$ را نوشته و نمودار تابع وارون را رسم کنید؟ (۱/۵)

۷- با توجه به نمودارهای زیر، حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید. ۱

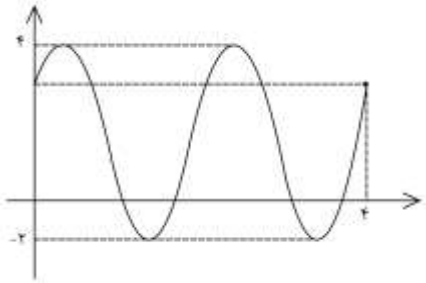


الف) $(gof^{-۱})^{-۱}(-۲)=$

ب) اگر $g^{-۱}(۳t+۴)=۱ \Rightarrow t=?$

www-kanoon-ir

۸- ضابطه نمودار به صورت $f(x)=۳a\sin(b\pi x)+c$ است. مقادیر a و b و c را بیابید. (۱/۵)



۹- اگر $\sin\alpha=\frac{۵}{۱۳}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل $\cos۲\alpha$ را بیابید؟ (۱ نمره)

۱۰- معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. (۱ نمره)

$$\cos۲x=\sin(\frac{\pi}{۲}-x)$$

۱۱- مقدار $\sin۱۵$ را محاسبه کنید. (۰/۷۵)

۱۲- حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (۱/۷۵)

الف) $\lim\limits_{x\to۸}\frac{\sqrt[۳]{x}-۲}{x^۲-۹x+۸}=$

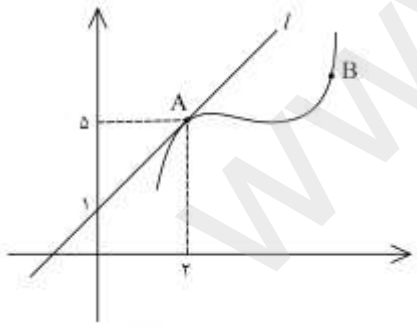
ب) $\lim\limits_{x\to\pi^+}\frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos x}$

۱۳- اگر $f(x)=\frac{(۲a+۶)x^۳+۴x^۲-۱}{-x+bx^۲+۴}$ و $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=۵$ باشد، حاصل $a+b$ را محاسبه کنید. (۱ نمره)

۱۴- نمودار تابع $f(x)$ را طوری رسم کنید که $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=۱$ و $\lim\limits_{x\to(-۳)^+}f(x)=+\infty$ باشد و مفهوم یکی را به دلخواه توضیح دهید. (۱/۵ نمره)

۱۵- با توجه به تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=۳x^۲-۴x+۱$ را در نقطه $x=-۱$ بدست آورید، سپس معادله‌ی خط مماس را بنویسید. (۱/۵)

۱۶- با توجه به نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید. (۱/۵ نمره)



الف) شیب نقاط A و B را مقایسه کنید.

ب) حاصل $\lim\limits_{x\to۲}\frac{f(x)-۵}{۲x-۴}$ را محاسبه کنید.

www-kanoon-ir

ریاضی دوازدهم تجربی دبیرستان دخترانه امام حسین (ع) - واحد ۲ (فیزیک ۳)

۱- الف) نادرست ب) درست ج) نادرست د) درست

۲- الف) $(\frac{1}{2}, -1)$ ب) ۱-

۳- الف) نزدیک $(-\frac{3}{2}, -1)$ ب) نزدیک $\frac{\pi}{2}$

۴- الف) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 2, x \neq -2 \mid \sqrt{x^2-4} \neq 2\}$

$\rightarrow D_{gof} = (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (-2\sqrt{2}, -2) \cup (2, 2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, \infty)$ ($x \neq \pm 2\sqrt{2}$)

ب) $fog^{-1}(2) = f(\underbrace{g^{-1}(2)}_{3}) = \sqrt{3^2-4} = \sqrt{5}$

$\frac{x+2}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 6$

ج) $f(g(x)) = \frac{2g(x)+2}{g(x)-4} = 2x^2+1 \Rightarrow 2y+2 = (2x^2+1)(y-4)$

$(2x^2+1-2)y = 8x^2+6 \rightarrow g(x) = \frac{8x^2+6}{2x^2-1}$

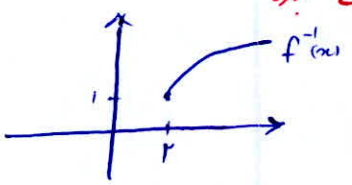
$g(1) = \frac{8+6}{2-1} = 14$

۶- $f(x) = x^2-2x+3$ نقطه تقعر سهمی در $x=2$ است پس در بازه مذکور وارون پذیر است چون یک‌به‌یک است

بازه $[2, \infty)$

$y = (x-1)^2+2 \rightarrow x = \sqrt{y-2}+1$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2}+1$



۷- الف) $(gof^{-1})^{-1}(-2) = fog^{-1}(-2) = f(-1) = +1$

ب) $g^{-1}(3t+4) = 1 \quad t=?$ $g^{-1}(a) = 1 \Rightarrow g(1) = 0 \Rightarrow g^{-1}(0) = 1$

$3t+4 = 0 \rightarrow t = \frac{-4}{3}$

۸- $f(x) = \underbrace{3a}_{\text{دامنه sin}} \sin(b\pi x) + c$ $-4 < y < 4 \rightarrow d = 7 = 3k2$

$\frac{4-2}{2} = 1 \rightarrow c = +1$

$|3a| = 3 \rightarrow |a| = 1 \rightarrow a = +1$ $\frac{2\pi}{b\pi} = 4 \Rightarrow b = \pm\frac{1}{2}$

نمودار cos هست جهت مثبت

۹- $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, α دوم $\rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{12}{13}$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\left(\frac{25}{169}\right) = \frac{119}{169}$

www.kanoon.ir

۱۰- $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \cos x \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$\cos x = \alpha$ $\quad 2\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha = 1 \pm \frac{3}{4}$ $\quad \begin{matrix} + \text{ غ ق} \\ - \checkmark \end{matrix}$

$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \text{Arc}\cos\frac{1}{2}$

۱۱- $\sin 15^\circ = ?$ $\quad \sin 30^\circ = 2\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times \sin 30^\circ$

$\cos 30^\circ = 2\cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$ $\quad \frac{\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}}{2} = \frac{1}{4\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}}$

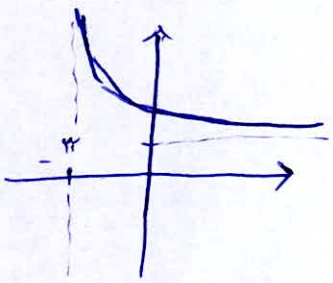
۱۲- الف) $\lim_{x\to 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x^2 - 9x + 8} \Rightarrow$ رویکرد هوپیتال $\lim_{x\to 8} \frac{x^{\frac{1}{3}} - 2}{x^2 - 9x + 8} \sim \lim_{x\to 8} \frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}}{2x - 9} = \frac{\frac{1}{3} \times 2^{(3)^{-\frac{2}{3}}}}{16 - 9} = \frac{1}{21} \times 2^{-2}$

رویکرد دوم $\lim_{x\to 8} \frac{x^{\frac{1}{3}} - 2}{(x-8)(x-1)} \times \frac{(x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 4)}{(x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 4)} = \lim_{x\to 8} \frac{x - 8}{(x-8)(x-1) \times (x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 4)} = \frac{1}{7 \times (4+4+4)} = \frac{1}{84} = \frac{1}{28}$

ب) $\lim_{x\to \pi^+} \frac{\sin\frac{x}{2}}{1 + \cos x} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2})^+}{1 + (-1)^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۱۳- $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{(2a+4)x^3 + 4x^2 - 1}{-x + bx^2 + 4} = 5$ $\quad \begin{cases} 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -3 \\ \frac{4}{b} = 5 \Rightarrow b = \frac{4}{5} \end{cases}$ $\quad a + b = \frac{-11}{5}$

۱۴- $\lim_{x\to\infty} f(x)$ اگر برای عدد ثابت L به ازای هر $\varepsilon > 0$ عدد M وجود داشته باشد به طوری که اگر $x > M$ آنگاه $|f(x) - L| < \varepsilon$ آن خط $y = L$ را یک مجانب افقی نامیم.



۱۵- تعریف مشتق

$\lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x\to -1} \frac{(3x^2 - 4x + 1) - (3(-1)^2 - 4(-1) + 1)}{x + 1}$

$= \lim_{x\to -1} \frac{(3x^2 - 4x + 1) - (8)}{x + 1} = \lim_{x\to -1} \frac{3x^2 - 4x + 7}{x + 1} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(3x-7)}{(x+1)} = -3 - 7 = -10$

$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - f(-1) = -10(x+1) \Rightarrow y = -10(x+1) + 8 \rightarrow y = -10x - 2$

$m = f'(x_A)$

۱۶- الف) نقطه B نقطه‌ای است

$\lim_{x\to 2} \frac{f(x) - 5}{2x - 4} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'_{(2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{5 - y_A}{2 - x_A}\right) = +1$

ب)