به نام خداوند جان و خرد

مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان
دبیرستان علامه حلی (۷) تهران

نام:
نام خانوادگی: **شماره:**
کلاس: دوازدهم **رشته: علوم تجربی**

تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰
درس: ریاضی ۳
نام دبیر : بهروز فراتی
زمان: ۱۰۰دقیقه

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود. ب) تابع $f(x)=\sqrt[3]{x}$ تابعی اکیداً صعودی است. پ) دامنه تابع $y=f(kx)$ با دامنه تابع $y=f(x)$ برابر است. ت) برای دو تابع f و g که $f\neq g$، تساوی $fog(x)=gof(x)$ هیچ وقت برقرار نیست. ث) در تابع $y=kf(x)$، اگر $0<k<1$ باشد، نمودار $f(x)$ به طور عمودی منبسط می شود. ج) دوره تناوب تابع $f(x)=\tan x$ برابر π است. چ) می توان بازه ای یافت که تابع $f(x)=\tan x$ در آن نزولی باشد. ح) اگر α زاویه ای در ربع چهارم باشد، آنگاه $\sin\alpha>\tan\alpha$ می باشد.	۲
۲	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) در بازه $(0\text{ و }1)$ نمودار تابع $f(x)=x^2$ ..... از نمودار تابع $f(x)=x^3$ قرار می گیرد. (بالاتر / پایین تر) ب) تابع $y=-\log_2 x$، تابعی ..... است. (اکیداً صعودی / اکیداً نزولی / نه صعودی و نه نزولی)	۰/۵
۳	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) بزرگترین بازه ای که تابع $f(x)=-x^2+4x$ در آن اکیداً صعودی باشد، بازه ..... است. ب) تابع $h(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$ ترکیب دو تابع $f(x)=\sqrt[3]{x}$ و تابع $g(x)=\cdots\cdots$ است. پ) نقطه $A(-3\text{ و }2)$ روی نمودار f مفروض است. نقطه متناظر با آن روی نمودار $y=-2f\left(\frac{1}{2}x\right)+1$ برابر نقطه ..... است. ت) تابع وارون $f(x)=\frac{x}{2}-3$ برابر $f^{-1}(x)=\cdots\cdots$ است. ث) باقیمانده تقسیم چند جمله ای x^3+x+4 بر $x+1$ برابر ..... است.	۲/۵
۴	ابتدا نمودار توابع زیر را رسم کنید و سپس وضعیت یکنوایی آن ها را مشخص کنید. الف) $f(x)=x-\lvert x\rvert$ ب) $g(x)=-(x+2)^3$	۱/۷۵
۵	تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ و تابع $g(x)=\frac{x+1}{x-2}$ را در نظر بگیرید.	۱/۷۵

www.kanoonir

به نام خداوند جان و خرد

مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

دبیرستان علامه حلی (۷) تهران

نام:

نام خانوادگی: شماره:

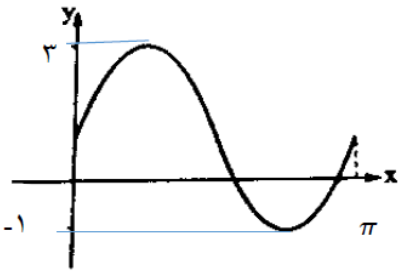
کلاس: دوازدهم رشته: علوم تجربی

تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰

درس: ریاضی ۳

نام دبیر : بهروز فراتی

زمان: ۱۰۰دقیقه

	الف) دامنه تابع gof را تعیین نمایید. ب) مقدار $fog(۳)$ را محاسبه کنید.	
۶	تابع $f(x)=\frac{۱}{۲}x-۳$ و $g(x)=x^۳$ را در نظر بگیرید، مقدار $(fog)^{-۱}(۱)$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۷	اگر نمودار رو به رو متعلق به یک دوره تناوب تابع $y=a\sin bx+c$ باشد مقادیر c و b و a را پیدا کنید. 	۱
۸	مقدار $\sin ۲۲/۵^\circ$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۹	فرض کنید $\cos\alpha=-\frac{۵}{۱۳}$ و زاویه α زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\sin ۲\alpha$ را بدست آورید.	۱
۱۰	معادلات مثلثاتی زیر را حل نمایید.	
	الف) $۲\sin ۳x+\sqrt{۲}=۰$	۱/۲۵
	ب) $\cos ۲x+۴\cos x+۱=۰$	۱/۲۵

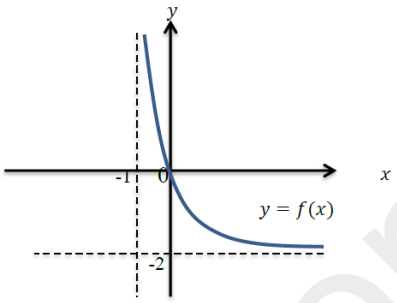
www-kanoon-ir

نام:	به نام خداوند جان و خرد	تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰
نام خانوادگی: شماره:	مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان علامه حلی (۷) تهران	درس: ریاضی ۳
کلاس: دوازدهم رشته: علوم تجربی		نام دبیر : بهروز فراتی
		زمان: ۱۰۰دقیقه

۱۱	حاصل حدهای زیر را بیابید.	
	الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{۲x^۲ - ۷x + ۳}{x^۲ - ۵x + ۶} =$	۱/۲۵
	ب) $\lim_{x\to ۱^-} \frac{[x] + ۳}{x - ۱} =$	۰/۷۵
	پ) $\lim_{x\to ۰^-} \frac{x - ۱}{\sin x} =$	۰/۷۵
	ت) $\lim_{x\to ۲} \frac{x - \sqrt{x + ۲}}{x^۲ - ۴} =$	۱/۲۵
	ث) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^۳ + ۸}{x^۲ - ۴} =$	۰/۵
	ج) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۳ + \frac{۱}{x^۲}}{\frac{۴}{x} - ۲} =$	۰/۵

www-kanoon-ir

نام:	به نام خداوند جان و خرد	تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰
نام خانوادگی: شماره:	مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان علامه حلی (۷) تهران	درس: ریاضی ۳
کلاس: دوازدهم رشته: علوم تجربی		نام دبیر : بهروز فراتی
		زمان: ۱۰۰دقیقه

۱۲	با توجه به نمودار زیر حدهای خواسته شده را بدست آورید.  الف) $\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x) =$	۰/۵
	موفق باشید	
	جمع نمره	۲۰

www-kanoon-ir

محمد حمیدی
رتبه ۲۱ ارشد، ۵۰ کامپیوتر ن
دانشجوی ریاضی کاربردی تربیت مدرس تهران
مولف و ویراستار و مسئول درس ریاضی کانون

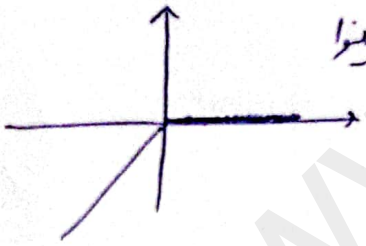
① الف) ص ب) ص ج) ص ت) ص
د) غ ج) ص ج) غ ح) غ

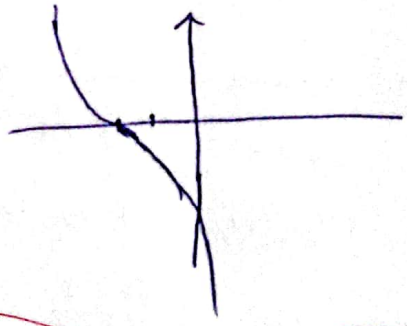
② الف) بالاتر ب) اکیداً نزولی

③ الف) $(2, 4)$ ب) $g(x) = (x^2+1)$
ت) $f^{-1}(x) = 2x + 4$
ث) $(4, -2)$
ج) 2

④ الف) $g(x) = -(x+2)^4$
اکیداً نزولی
مکنوا

ب) غیر مکنوا





⑤ $f(x) = \sqrt{x-1}$ $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$

$D_f = x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
$[1, +\infty)$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$
$= \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{2\}\} \Rightarrow [1, +\infty) - \{2\}$

www.kanoon.ir

$(f\circ g)(x)=f(g(x))$ ۵) ۲

$f(g(x))=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}-1} \xrightarrow{x=3} \sqrt{\frac{3+1}{3-1}-1}=\sqrt{\frac{4}{1}-1}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

۶)

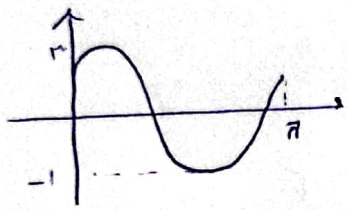
$f(x)=\frac{1}{2}x-2 \qquad g(x)=x^2$

$f(g(x))=\frac{1}{2}x^2-2 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x^2-2 \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای } x,y} x=\frac{1}{2}y^2-2$

$\Rightarrow x+2=\frac{1}{2}y^2 \times 2 \Rightarrow 2x+4=y^2 \xrightarrow{\sqrt{}} \sqrt{2x+4}=y^{-1}$

$\xrightarrow{x=1} \sqrt{2(1)+4}=\sqrt{8}=2$

۷)



$y=a\sin bx+c$

$a=\frac{max-min}{2}=\frac{3-(-1)}{2}=\frac{4}{2}=2$

$c=\frac{max+min}{2}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$

$|b|=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$

۸)

$\sin 22,5^\circ \Rightarrow \cos 2\alpha=2\sin^2\alpha-1$ ✓

$\cos^2\alpha=1-2\cos^2\alpha$

$\cos 2(22,5^\circ)=2\sin^2(22,5)-1 \Rightarrow \cos 45^\circ=2\sin^2 22,5^\circ-1$

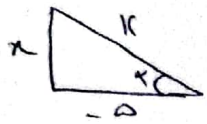
$\frac{\sqrt{2}}{2}+1=2\sin^2 22,5^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{2}+2}{2}=2\sin^2 22,5^\circ \quad \div 2$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}+2}{4}=\sin^2 22,5^\circ \xrightarrow{\sqrt{}} \sin 22,5^\circ=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+2}{4}}=\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$

www.kanoon.ir

(9)

$\cos\alpha = -\frac{5}{13} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$



$(12)^2 = x^2 + (-5)^2 \Rightarrow 144 - 25 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{119}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{119}}{13}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2 \times \frac{\sqrt{119}}{13} \times \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{-10\sqrt{119}}{169}$

---

(10) الف

$2\sin^2 x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sin^2 x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$, $x = 2k\pi + \frac{7\pi}{4}$ $\Rightarrow$ $x^2 = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$, $x^2 = 2k\pi + \frac{7\pi}{4}$ $\Rightarrow$ $x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{5\pi}{8}$, $x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{7\pi}{8}$

$\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x + 4\cos x = 0 \Rightarrow$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ $\leftarrow$ (10 ب

$\cos x = -2$ ق ق ن

---

(11)

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6} \cdot \frac{18 - 12 + x^2}{9 - 10 + x^2} = \frac{0}{0}$ (ابهام)

$\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(2x-3)}{(x-3)(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{2x-3}{x-3} = \frac{1}{-1} = -1$

ب) $\lim_{x\to 1^-} \frac{[x]+2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{[1^-]+2}{(1)^- - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$

ج) $\lim_{x\to 0^-} \frac{x-1}{\sin x} = \frac{(0^-)-1}{\sin(0^-)} \Rightarrow \lim_{x\to 0^-} (\csc x)(x-1) = (-\infty)(-1) = \infty$

www.konoor.ir

(11)

ب) $\lim_{x \to 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} = \frac{2 - \sqrt{2+2}}{(2)^2 - 4} = \frac{0}{0}$ غير معين

$$\lim_{x \to 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 4)(x + \sqrt{x+2})}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{3}{4(2+2)} = \frac{3}{16}$$

ج) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = 0$ ⇐

د) $\lim_{x \to \infty} \frac{2 + 1/x^2}{3/x - 2} \Rightarrow \frac{\lim 2 + 1/x^2}{\lim 3/x - 2} = \frac{2}{-2}$

(12)

ب) $\lim_{x \to \infty} f(x) = -1$

ج) $\lim_{x \to (-1)^+} f(x) = -2$