ریاضی " بسمه تعالی"	سوالات پایانی نوبت اول درس : ریاضی ۳	سال تحصیلی۱۴۰۳-۱۴۰۲
نام و نام خانوادگی :	نام پدر:	ساعت شروع امتحان : ۸/۵
پایه و رشته تحصیلی : دوازدهم تجربی	شماره کلاس:	مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه
تعداد صفحه سوال: ۳	تعداد سوال:۱۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲
اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان	آموزش و پرورش شهرستان ملایر	
دبیرستان قرزانگان دوره دوم		

استفاده از ماشین حساب مجاز است . پاسخنامه نیاز دارد

ردیف	سوالات	نمره
۱	جاهای خالی را کامل کنید **الف) اگر برد تابع f(x) به صورت $[-۵,۳]$ باشد، آنگاه برد تابع $y=\|f(x)\|$ برابر..... است.** ب) **اگرچند جمله ی** $f(x)=۳x^{۴}-۵ax^{۲}+۸$ **بر** $x^{۲}+۲$ **بخشپذیرباشد، آنگاه..... a= است** پ) اگر $۰<k<۱$ باشد آنگاه تابع $y=kf(\frac{x}{k})$ روی محور y ها ..... و روی محور x ها ..... از روی تابع $y=f(x)$ رسم می شود .	۱
۲	**درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.** **الف)نمودار تابع** $y=x^{۳}$ **به ازای تمام xهای نامنفی بالاتر ازنمودار** $y=x^{۲}$ **است.** **ب) بازه ی (۶و۱-)یک همسایگی چپ برای عدد ۶ است.** **پ)اگر f(x) تابعی اکیدا نزولی و g(x) تابعی صعودی باشد، آنگاه تابع(f-g)(x) ثابت است.** ت) تابع $f=\{(۳,۲),(۱,۰),(-۱,۰),(-۲,-۱)\}$ صعودی است .	۱
۳	*پرسش های دو گزینه ای* الف) تابع $h(x)=\frac{۱}{(۳x+۱)^{۵}}$ می توان به صورت ترکیب دو تابع $f(x)=۳x+۱$ و.....نوشت . □ $g(x)=\frac{۱}{x^{۵}}$ □ $g(x)=x^{۵}$ ب) دوره تناوب تابع $y=-\frac{۱}{۴}\tan(-\pi x)$ برابر است با : □ ۱ □ -۱	۱
۴	اگر $f(g(x))=۳x^{۲}-۶x+۱۴$ و $f(x)=۳x-۴$، ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به دست آورید.	۱/۵

www.kanoon.ir

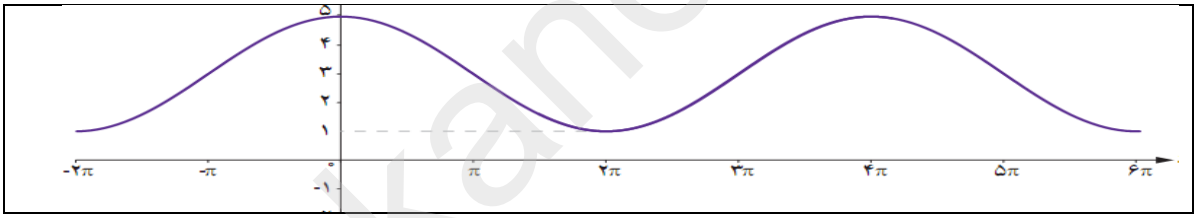
۵ (۱/۵) **با کمک تعریف دامنه ترکیب دامنهء $(fog)(x)$ و ضابطه $(gof)(x)$ را بدست آورید .**

$$f(x)=\sqrt{x+۲} \quad ; \quad g(x)=\sqrt{x^{۲}-۱۶}$$

۶ (۲) **الف) با توجه به تابع زیر مقدار ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع را بدست آورید .**

$$y=\pi \sin(-x)+۱$$

ب) برای نمودار زیر یک تابع مثلثاتی به صورت $y=a\cos bx+c$ بنویسید .



۷ (۲) معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید .

الف)

$$\cos x\,(۲\cos x-۹)=۵$$

ب)

$$\sin x-\cos ۲x=۰$$

۸ (۱) نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $۲۲/۵^{\circ}$ به‌دست آورید.

۹ (۱/۵) اگر $f(x)=\frac{۱}{۸}x-۳$ و $g(x)=x^{۳}$ ، مقادیر زیر را به‌دست آورید.

الف) $(fog)^{-۱}(۵)$ ب) $(f^{-۱}of^{-۱})(۶)$ پ) $(g^{-۱}of^{-۱})(۵)$

www-kanoon-ir

۱۰ حاصل حدهای زیر را بدست آورید . ۳

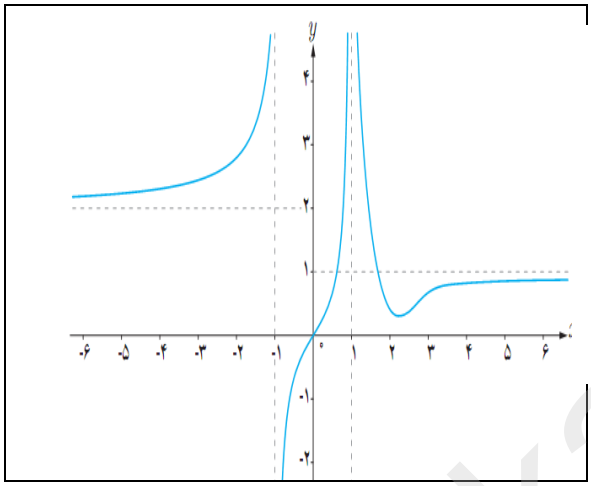
الف) $\lim_{x\to -۱} \frac{x^۲ - ۱}{x + \sqrt{۲x + ۳}}$

ب) $\lim_{x\to (-۲)^-} \frac{-۳x}{x^۲ - ۴}$

پ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \tan x$

ت) $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{۲x - \sqrt{۹x^۲ - x + ۵}}{۴x + \sqrt{۲ - x}} \right)$

۱۱ با کمک نمودار حاصل حدهای زیر را بدست آورید . ۱/۵



الف) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x\to (-۱)^-} f(x)$

پ) $\lim_{x\to (-۱)^+} f(x)$

ت) $\lim_{x\to ۱^-} f(x)$

ث) $\lim_{x\to ۱^+} f(x)$

ج) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

۱۲ نمودار تابعی را رسم کنید که حد آن در مثبت بینهایت ۱ و در منفی بینهایت برابر ۱- باشد. در x=1 حدی برابر مثبت بینهایت داشته و حد چپ در ۲- برابر منفی بینهایت و حد راست در ۲- برابر با مثبت بینهایت شود. ۱/۵

۱۳ الف) با کمک تعریف مشتق برای تابع $f(x) = \sqrt{x + ۳}$ مشتق را بیابید . ۱/۵

ب) با کمک قسمت ال مقدار مشتق تابع $f(x)$ را در x=۱ بدست آورید.

طراح سوال : فتاحی	موفق باشید.	جمع نمرات ۲۰

www-karnoon-ir

ریاضی " بسمه تعالی"	پاسخنامه پایانی نوبت اول درس : ریاضی ۳	سال تحصیلی۱۴۰۳-۱۴۰۲

نام و نام خانوادگی :	نام پدر:	ساعت شروع امتحان : ۸/۵
پایه و رشته تحصیلی : دوازدهم تجربی	شماره کلاس:	مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه
تعداد صفحه سوال: ۳	تعداد سوال:۱۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲
اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان	آموزش و پرورش شهرستان ملایر	
دبیرستان قرزانگان دوره دوم		

نمره با عدد: نمره با حروف: مصحح: فاطمه فتاحی تاریخ و امضا: ۱۴۰۲/۱۰/۱۵

ردیف	پاسخنامه	نمره
۱	جاهای خالی را کامل کنید **الف)** $[0,5]$ ب) $a=1$ پ) انقباض و انقباض	۱
۲	**درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.** **الف)** نادرست ب) درست **پ)** نادرست ت) درست	۱
۳	پرسش های دو گزینه ای الف) ☒ $g(x)=\frac{1}{x^5}$ ☐ $g(x)=x^5$ ب) ☒ ۱ ☐ -۱	۱
۴	$f(g(x))=3x^2-6x+14$ $3g(x)-4=3x^2-6x+14$ $3g(x)=3x^2-6x+18$ $g(x)=x^2-2x+6$	۱/۵

www-kanoon-ir

۵ — ۱/۵

$D_f = [-۲, +\infty)$ $\quad D_g = (-\infty, -۴] \cup [۴, +\infty)$

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f = \{x \in (-\infty, -۴] \cup [۴, +\infty) \mid \sqrt{x^۲ - ۱۶} \geq -۲\}$

$= (-\infty, -۴] \cup [۴, +\infty)$

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x+۲}) = \sqrt{(\sqrt{x+۲})^۲ - ۱۶} = \sqrt{x+۲-۱۶}$

$= \sqrt{x-۱۴}$

۶ — ۲

الف)

$y = \pi \sin(-x) + ۱$

$\begin{cases} Max = |\pi| + ۱ = \pi + ۱ \\ Min = -|\pi| + ۱ = -\pi + ۱ \\ T = \frac{۲\pi}{|-۱|} = \frac{۲\pi}{۱} = ۲\pi \end{cases}$

ب)

$a = \frac{۵-۱}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$

$c = \frac{۵+۱}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$

$T = ۴\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = \pm \frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow y = ۲\cos(\pm \frac{۱}{۲} x) + ۳$

۷ — ۲

الف)

$\cos x (۲\cos x - ۹) = ۵$

$۲\cos^۲ x - ۹\cos x - ۵ = ۰$

$\Delta = ۸۱ + ۴۰ = ۱۲۱$

$\cos x = \frac{۹ \pm ۱۱}{۴} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۵ \\ \cos x = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$

$\alpha = \pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۳}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \end{cases}$

ب)

$\sin x - \cos ۲x = ۰$

$\cos ۲x = \sin x = \cos(\frac{\pi}{۲} - x)$

$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} \\ ۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} + x \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$

$\sin x - (۱ - ۲\sin^۲ x) = ۰$

$۲\sin^۲ x + \sin x - ۱ = ۰$

$\begin{cases} \sin x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \\ \sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$

۸ — ۱

$\sin^۲ ۲۲/۵ = \frac{۱ - \cos ۴۵}{۲} = \frac{۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲} = \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \sin ۲۲/۵ = \frac{\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}}{۲}$

$\cos^۲ ۲۲/۵ = \frac{۱ + \cos ۴۵}{۲} = \frac{۱ + \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲} = \frac{۲ + \sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \cos ۲۲/۵ = \frac{\sqrt{۲ + \sqrt{۲}}}{۲}$

www.kanoon.ir

۹ — ۱/۵

الف)

$(fog)^{-1}(a)=a$

$\Rightarrow f(g(a))=a$

$f(x)=a \Rightarrow \frac{1}{8}x-3=a$

$\Rightarrow \boxed{x=44}$

$\Rightarrow g(a)=44$

$a^3=64 \Rightarrow \boxed{a=4}$

ب)

$f(x)=\frac{1}{8}x-3=y$

$\frac{1}{8}x=y+3 \Rightarrow x=8y+24$

$f^{-1}(x)=8x+24$

$f^{-1}(f^{-1}(4))=f^{-1}(8\times 7+24)$

$=f^{-1}(56+24)=f^{-1}(72)$

$=8\times 72+24=600$

پ)

$(g^{-1}of^{-1})(a)$

$=(fog)^{-1}(a)$

$=4$

۱۰ — ۳

حاصل حدهای زیر را بدست آورید .

الف)

$\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}} \times \frac{x-\sqrt{2x+3}}{x-\sqrt{2x+3}}$

$=\lim_{x\to -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{x^2-2x-3}$

$=\lim_{x\to -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{(x+1)(x-3)}$

$=\frac{(-1-1)(-1-1)}{-1-3}=\frac{4}{-4}=-1$

ب)

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
x^2-4	$+$	0	$-$	0 $+$

$\lim_{x\to -2^-} \frac{-3x}{x^2-4}=\frac{-3(-2)}{(-2)^2-4}$

$=\frac{6}{4-4}=\frac{6}{0^+}=+\infty$

پ)

$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \tan x=\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x}$

$=\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\frac{\pi}{2}}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$

از ربع دوم کسینوس منفی است.

ت)

$\lim_{x\to -\infty} \frac{2x-\sqrt{9x^2}}{4x}$

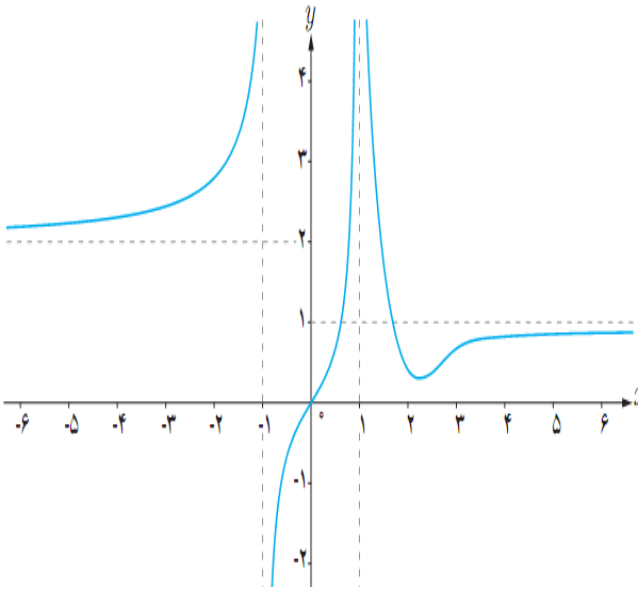
$=\lim_{x\to -\infty} \frac{2x-|3x|}{4x}=\lim_{x\to -\infty} \frac{2x+3x}{4x}$

$=\lim_{x\to -\infty} \frac{5x}{4x}=\frac{5}{4}$

www-kanoon.ir

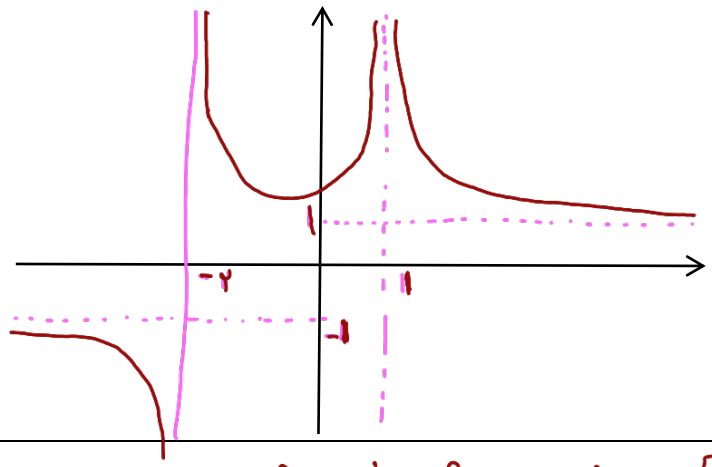
۱۱ — ۱/۵

با کمک نمودار حاصل حدهای زیر را بدست آورید .



الف) ۲	ب) $+\infty$
پ) $-\infty$	ت) $+\infty$
ث) $+\infty$	ج) ۱

۱۲ — ۱/۵



۱۳ — ۱/۵

الف)

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+۳}-\sqrt{x+۳}}{h}\times\frac{\sqrt{x+h+۳}+\sqrt{x+۳}}{\sqrt{x+h+۳}+\sqrt{x+۳}}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{x+h+۳-x-۳}{h(\sqrt{x+h+۳}+\sqrt{x+۳})}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{x+h+۳}+\sqrt{x+۳})}=\frac{۱}{۲\sqrt{x+۳}}$$

ب)

$$f'(۱)=\frac{۱}{۲\sqrt{۱+۳}}=\frac{۱}{۲\sqrt{۴}}=\frac{۱}{۲\times ۲}=\frac{۱}{۴}$$