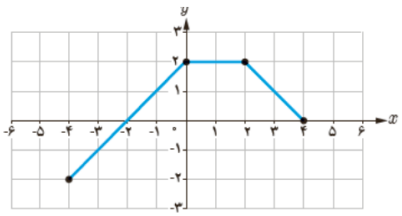
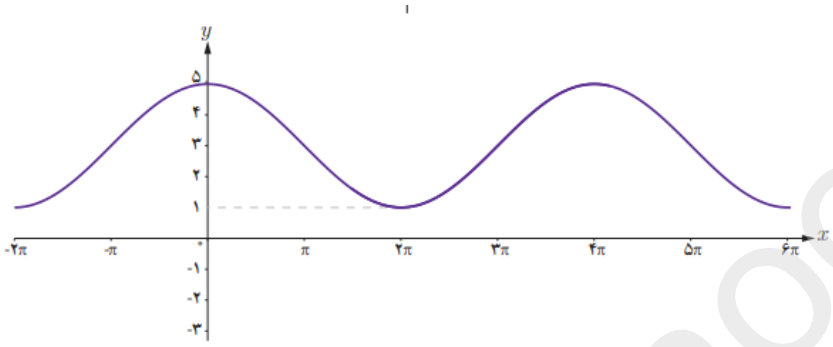
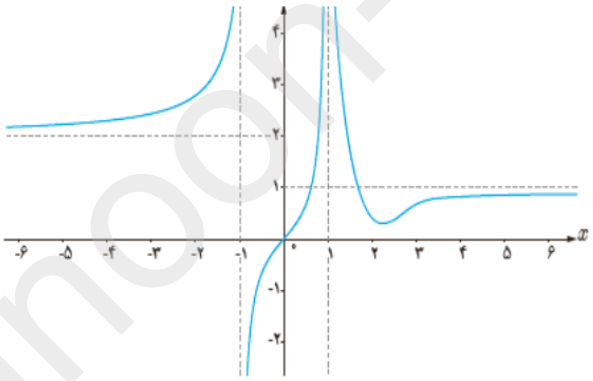
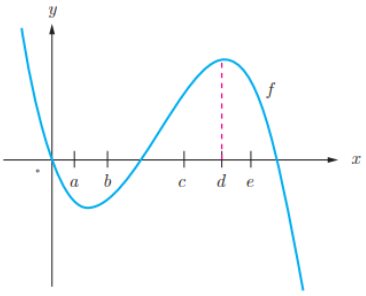
نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی وزارت آموزش و پرورش کشور اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان غربی مدیریت آموزش و پرورش شهرستان چایپاره مدرسه غیر دولتی بهنام آزمون پایانی نیمسال اول سالتحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴ ساعت شروع امتحان: ۸:۳۰ صبح
نام درس:ریاضی پایه: دوازدهم		تعداد صفحات: ۳ مدت زمان پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه
نام دبیر:		نمره به عدد: نمره به حروف:

ردیف	سوالات	
۱	در جاهای خالی عبارات مناسب بنویسید: الف) تابع ..... در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. ب) در بازه (۰،۱) تابع $y = x^3$ ، ..... نمودار تابع $y = x^2$ است. ج) چند جمله ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای ..... بخش پذیر است. (x-۱) , (x+۱) د) برد تابع $y = tanx$ برابر ..... است.	۱
۲	کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است. الف) هر تابع یکنوا، یک به یک است. ب) دو تابع $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ معکوس یکدیگر هستند. ج) حد تابع $f(x) = \frac{x^3+x-3}{-2x^2+3}$ وقتی $x \to -\infty$ برابر ..... است.	۱
۳	نمودار توابع زیر را رسم نموده و تعیین در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است. $f(x) = x\|x+2\| + \|x+2\|$	۱,۵
٤	اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ باشند، دامنه تابع $fog(x)$ و ضابطه آن را بدست آورید.	۱,۵
۵	الف) وارون تابع $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ $x \geq 3$ را بیابید.	۱
	ب)در تابع $x > 0$ و $f(x) = x - \frac{1}{x}$ مقدار $f^{-1}(\frac{5}{2})$ کدام است؟	۰,۵
٦	اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = -f(-2x+4) + 1$ را به کمک انتقال رسم کرده و دامنه و برد آن را بدست آورید. 	۱,۵

www-kanoon.ir

۷	مقدار $\sin(\frac{۵\pi}{۱۲})$ را بدست آورید.	۰,۷۵
۸	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos(۲x) + ۲cos^{۲}(x) = ۰$	۱.۲۵
۹	با توجه به نمودار به سوالات زیر جواب دهید: الف) نمودار تابع مثلثاتی به صورت $f(x) = a\cos(bx) + c$ یا $f(x) = a\sin(bx) + c$ است؟  ب) ضابطه تابع را بنویسید.	۱,۲۵
۱۰	هر یک از حدود زیر را محاسبه نمایید: $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{x} - ۱}{۱ - \sqrt{۲x - ۱}}$ $\lim_{x\to (-۱)^{-}} \frac{[-x] + x}{x^{۳} + ۵x^{۲} + ۷x + ۳}$ $\lim_{x\to (۲)^{-}} \frac{\lvert x^{۲} - x - ۲\rvert}{۲x - \sqrt{x^{۲} + ۱۲}}$	۳,۷۵

www-kanoon.ir

	$\lim_{x\to(\frac{۲\pi}{۳})^+} \frac{۲x}{\sin(x)-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^۲-۲x+۳}+x+۲$	
۱	$\lim_{x\to+\infty} \frac{-۲}{۱-f(x)}$ $\lim_{x\to(-۱)^-} fof(x)$	۱۱ با توجه به نمودار f(X) به هر کدام از حدود زیر جواب دهید: 
۱		۱۲ اگر عبارت $p(x)=x^۳+ax^۲+bx+۳$ بر عبارت $x^۲-۳x+۲$ بخش پذیر باشد، $p(a)$ را بیابید.
۱ ۱		۱۳ مقدار مشتق تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ در نقطه $x=۱$ را با استفاده از تعریف مشتق بیابید. معادله خط مماس بر تابع f(x) را در نقطه به طول ۱ واقع بر نمودار تابع را بدست آورید.
۱	 	۱٤ با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر، نقاط به طول های a, b,c,d, e را با مشتق های داده شده در جدول زیر نظیر کنید. x | $f'(x)$ ۰ ۰/۵ ۲ -۰/۵ -۲

www-kanoon-ir

www-kanoon-ir

۱. الف) تابع ثابت ب) پایین‌تر

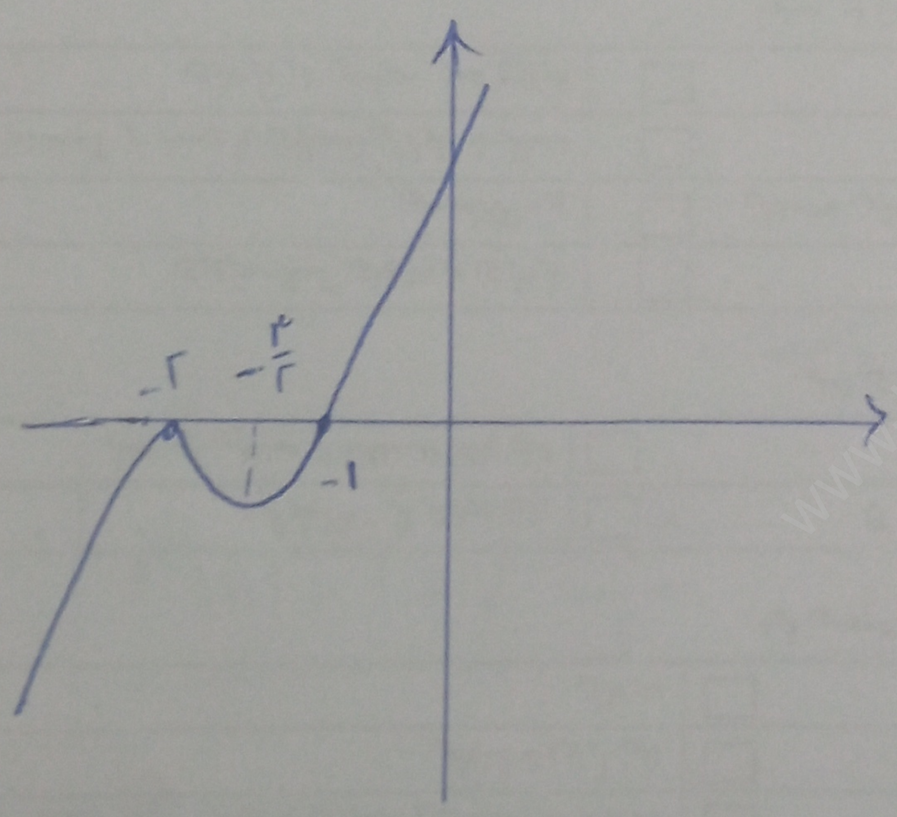
ج) $(1+\aleph)$ د) $R = (-\infty, +\infty)$

---

۲. الف) نادرست ب) درست ج) $+\infty$

۳.

$$f(x) = 2|x+2| + |x+2| = (x+1)|x+2| = \begin{cases} (x+1)(x+2) & ; x \geq -2 \\ -(x+1)(x+2) & ; x < -2 \end{cases}$$



بازه صعودی: $(-\infty, -2) \cup (-\frac{3}{2}, +\infty)$

بازه نزولی: $(-2, -\frac{3}{2})$

۴.

$D_f = R - \{1\}$ $\quad D_g = [2, +\infty)$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in (R - \{1\})\} = [2, +\infty) - \{3\}$$

$\sqrt{x-2} \neq 1$

$x - 2 \neq 1 \quad \Rightarrow \boxed{x \neq 3}$

$$fog(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2} - 1}$$

الف)

۵۰ ابتدا برد تابع f را می‌یابیم. چون برد تابع f برابر با دامنه f^{-1} است.

$$R_f = D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

حال ضابطه f^{-1} را حساب می‌کنیم.

$$f(x) = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3$$

$$f(x) = 2(x-2)^2 - 5 \quad \Longrightarrow \quad x = 2(y-2)^2 - 5$$

$$y = 2 \pm \sqrt{\frac{x+5}{2}}$$

با توجه به دامنه f باید $+$ را انتخاب کنیم.

$$\boxed{f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{\frac{x+5}{2}} \quad ; x \geq -1}$$

ب)

$$f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = \alpha \quad \Rightarrow f(\alpha) = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \alpha - \frac{1}{\alpha} = \frac{5}{4}$$

از حل معادله α را بدست می‌آوریم.

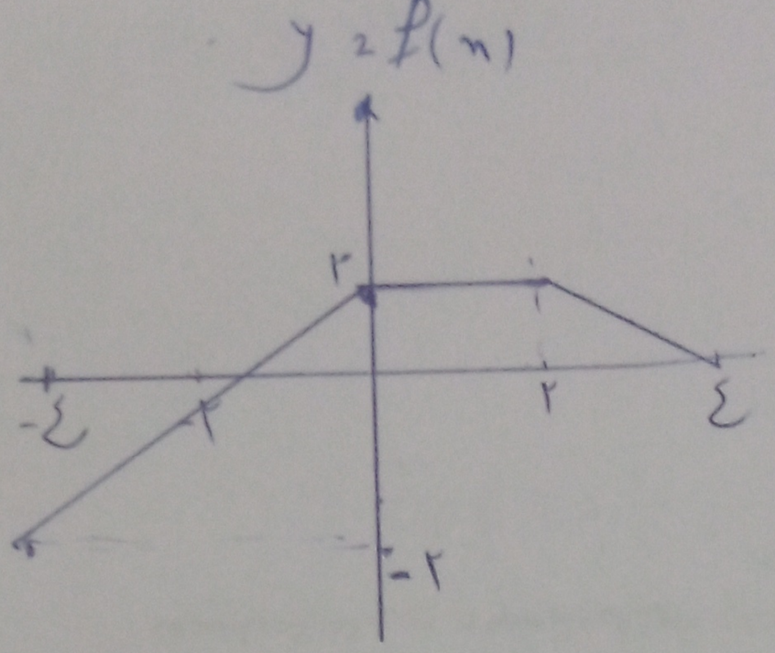
$$4\alpha^2 - 5\alpha - 4 = 0$$

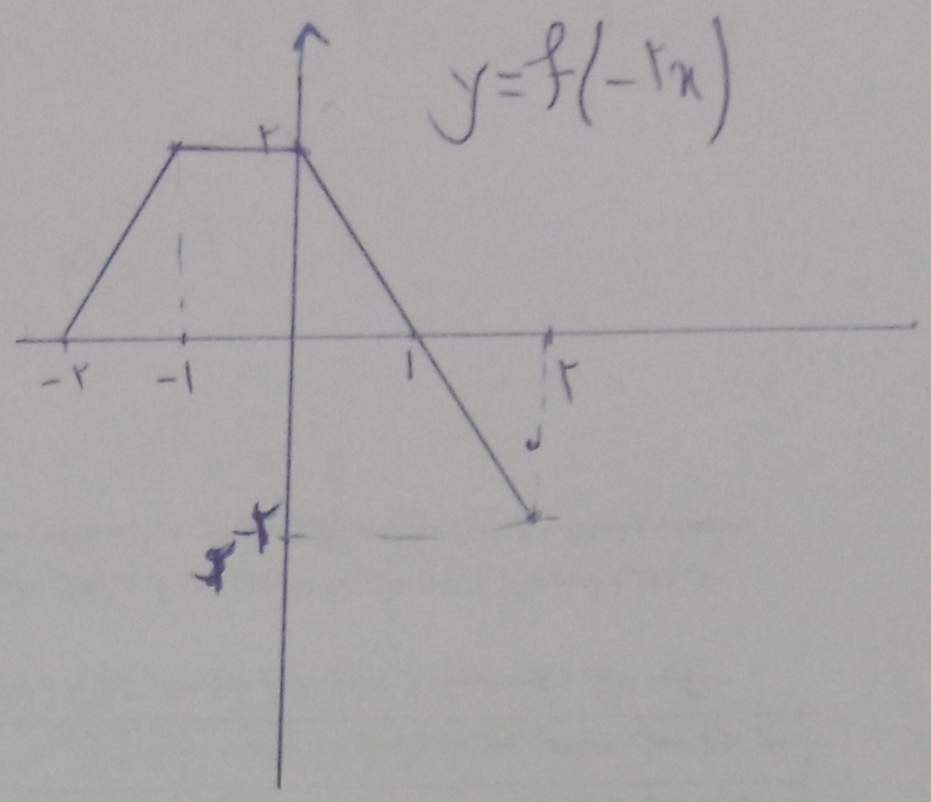
$$\Delta = 149$$

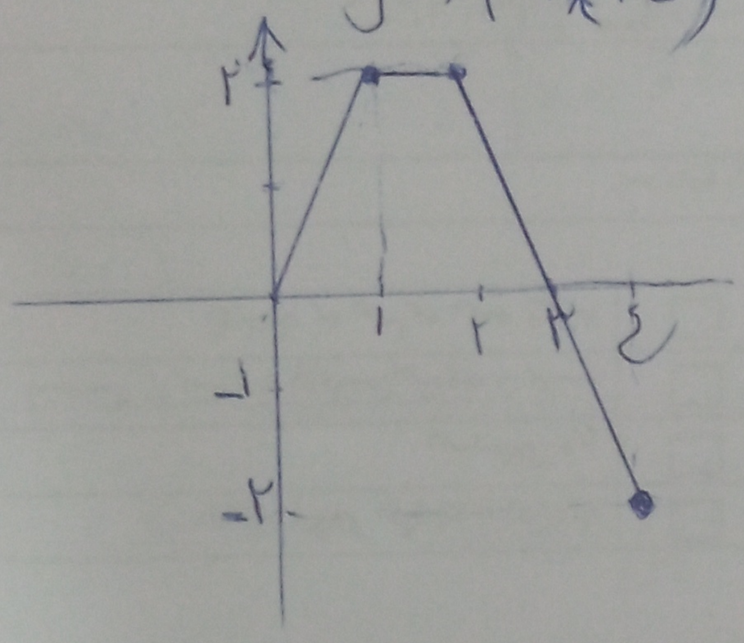
$$\alpha = \frac{5 \pm \sqrt{149}}{12} = \frac{4}{3}, -\frac{3}{4}$$

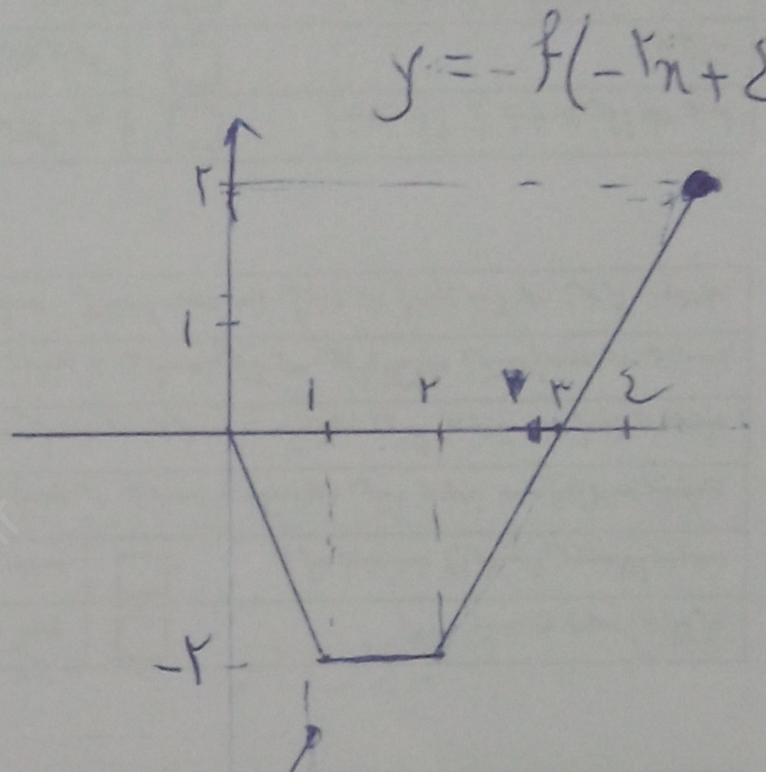
$$\boxed{f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{4}{3}} \quad \Leftarrow \quad \alpha = \frac{4}{3} \quad \text{چرا؟} \quad \alpha > 0$$

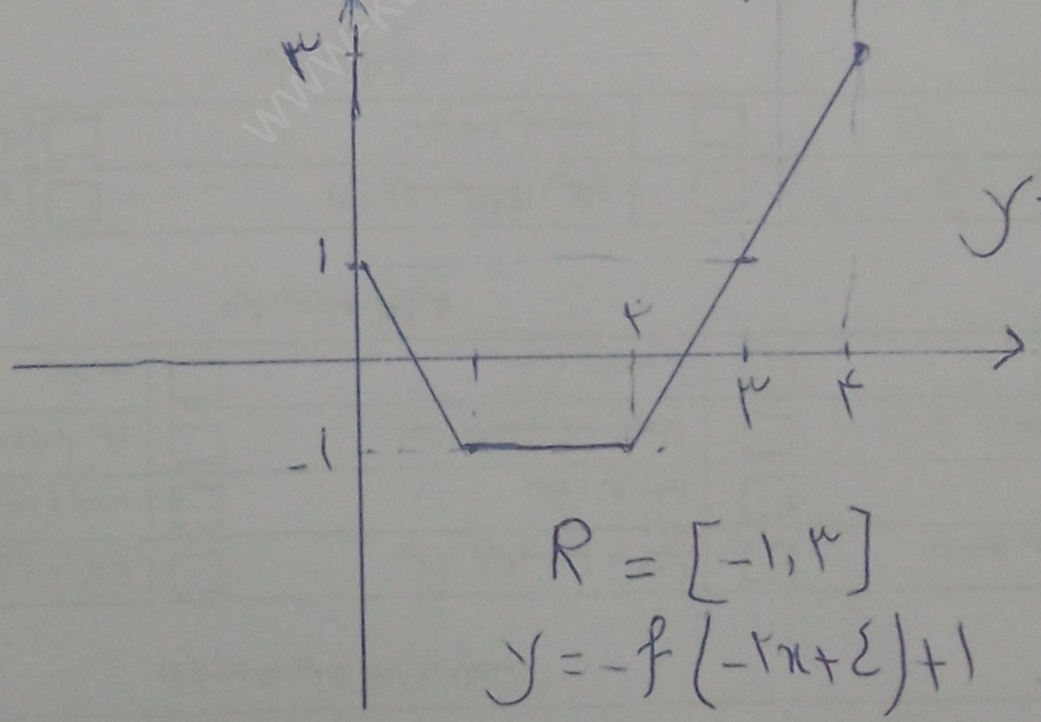
۶.











$D = [0, 4]$

$y = -f(-2x+4)+1$

$R = [-1, 3]$

$y = -f(-2x+4)+1$

۷- $\frac{5\pi}{12} = 75^\circ$ مضرب هستند $15^\circ, 75^\circ$ متمم

$\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

از طرفی $\cos 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha - 1}{2}$

حال با فرض $\alpha = \frac{\pi}{12}$ داریم:

$\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-1}{2} \Rightarrow$

$\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \pm\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{2}$

۸.

$$\cos(2x) + 2\cos^2 x = 0 \implies 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 1$$

$$4\cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \iff \cos x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \implies \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \implies \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}} \end{cases}$$

جواب نهایی: $\boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$

---

۹. الف) چون در $x=0$ از max شروع شده است ضابطه‌ی $f(x) = a\cos bx + c$ است.

ب) از روی نمودار داریم:

$$\begin{cases} T = 4\pi \\ y_{max} = 3 \\ y_{min} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \implies |b| = \frac{1}{2} \implies \boxed{b = \frac{1}{2}} \\ |a| = \frac{y_{max} - y_{min}}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \implies |a| = 1 \implies \boxed{a = 1} \\ c = \frac{y_{max} + y_{min}}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \implies \boxed{c = 2} \end{cases}$$

$$\boxed{f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{1-\sqrt{2x-1}} \overset{\div}{=} \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{1-\sqrt{2x-1}}\times\frac{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}\times\frac{1+\sqrt{2x-1}}{1+\sqrt{2x-1}} =$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(1+\sqrt{2x-1})}{-2(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{-1}{3}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-}\frac{[-x]+x}{x^3+3x^2+2x+2} = \lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+x}{x^3+3x^2+2x+2} = \lim_{x\to(-1)^-}\frac{(x+1)}{(x+1)(x^2+2x+2)}$$

$$= \frac{1}{0^+} = +\infty$$

x	-2	-1	
x^2+2x+2	$+$	$+$	$+$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{|x^2-x-2|}{2x-\sqrt{x^2+12}} = \lim_{x\to 2^-}\frac{-(x^2-x-2)}{2x-\sqrt{x^2+12}}\times\frac{2x+\sqrt{x^2+12}}{2x+\sqrt{x^2+12}}$$

x	-1	2	
x^2-x-2	$+$	$-$	$+$

$$= \lim_{x\to 2^-}\frac{-(x^2-x-2)(2x+\sqrt{x^2+12})}{4x^2-(x^2+12)}$$

$$= \lim_{x\to 2^-}\frac{-(x+1)(x-2)(2x+\sqrt{x^2+12})}{4(x-2)(x+2)} = \frac{-24}{12}$$

$$= -4$$

$$\lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}^+\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$\lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\frac{\pi}{2}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^- - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 2} + x + 2 = \lim_{x \to -\infty} \sqrt{\underline{x^2 - 2x + 1} + 1} + x + 2 =$$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{(x-1)^2 \left(1 + \frac{2}{(x-1)^2}\right)} + x + 2 =$$

$$\lim_{x \to -\infty} |x-1| \sqrt{1 + \frac{2}{(x-1)^2}} + x + 2 =$$

$$\lim_{x \to -\infty} -x + 1 + x + 2 = 3$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{-۲}{۱-f(x)} = \frac{-۲}{۱-(۱)^-} = \frac{-۲}{۰^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \to (-۱)^-} fof(x) = f(+\infty) = ۱$$

$$x^۳ - ۲x + ۲ = (x-۱)(x-۲)$$

$$\begin{cases} p(۱)=۰ \Longrightarrow ۱ + a + b + ۲ = ۰ \Rightarrow a + b = -۴ \\ p(۲)=۰ \Rightarrow ۸ + ۴a + ۲b + ۲ = ۰ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۱۱ \end{cases}$$

$$b = -\frac{۵}{۲} \qquad a = -\frac{۳}{۲}$$

$$f(x) = x^۳ - \frac{۳}{۲}x^۲ - \frac{۵}{۲}x + ۲$$

حال

$$p(a) = p\left(-\frac{۳}{۲}\right) = \text{صفر}$$

(۱۳) الف.

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} =$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{(x-1)} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{3}$$

(۱۴) ب.

$$y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

معادله خط مماس در $x=1$ به صورت روبرو است:

$$\boxed{y-1 = \frac{1}{3}(x-1)}$$

(۱۴)

x	$f'(x)$
d	۰
b	۰٫۵
c	۲
a	-۰٫۵
e	-۲

www.kanoon

۱. الف) تابع ثابت ب) پایین‌تر

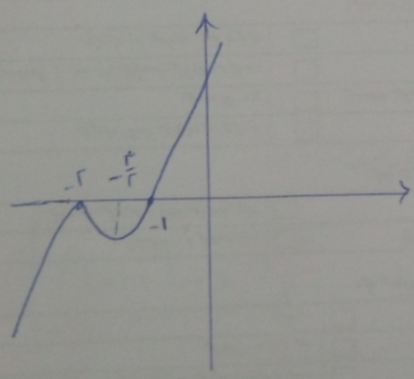
ج) $(x+1)$ د) $R=(-\infty,+\infty)$

---

۲. الف) نادرست ب) درست ج) $+\infty$

---

۳. $f(x)=x|x+2|+|x+2|=(x+1)|x+2|=\begin{cases}(x+1)(x+2) & ; x\geq -2\\ -(x+1)(x+2) & ; x<-2\end{cases}$



بازه صعودی: $(-\infty,-2)\cup(-\frac{3}{2},+\infty)$

بازه نزولی: $(-2,-\frac{3}{2})$

۴.

$D_f=R-\{1\}$ $D_g=[2,+\infty)$

$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in[2,+\infty) \mid \sqrt{x-2}\in(R-\{1\})\}=[2,+\infty)-\{3\}$

$\sqrt{x-2}\neq 1$

$x-2\neq 1 \Rightarrow \boxed{x\neq 3}$

$fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}-1}$