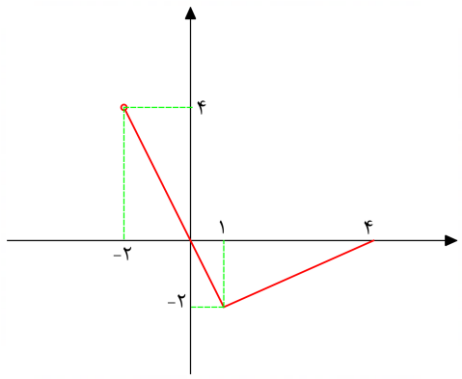
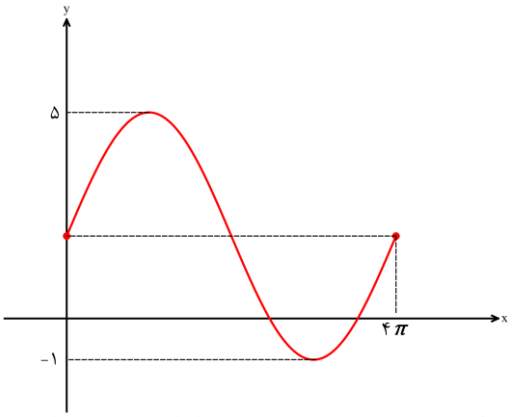
سؤال امتحانی نوبت اول دی ۱۴۰۲ درس : **ریاضی ۳** پایه : **دوازدهم** رشته : **تجربی** نام و نام خانوادگی :	جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش **دبیرستان استعدادهای درخشان** **شهید بهشتی بابل دوره دوم**	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/ ۲۳ مدت امتحان: ۱۰۰دقیقه ساعت امتحان : ۸:۰۰ صبح صفحه : ۱ از ۳ صفحه نمره :

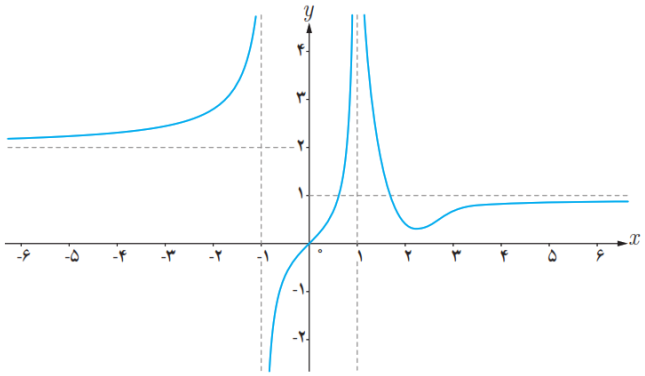
دبیرستان شهید بهشتی بابل دوره دوم

	شـــــرح ســـــــؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. الف- اگر $k>1$ ، نمودار تابع $y=f(kx)$ از انبساط افقی نمودارتابع $y=f(x)$ در راستای محور x ها بدست می آید. درست ◯ نادرست ◯ ب- چند جمله ای $f(x)=(x+1)(x+2)(x+3)-24x^2$ بر $x-1$ بخش پذیر است. درست ◯ نادرست ◯ پ- تابع $y=\tan x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ صعودی اکید است . درست ◯ نادرست ◯ ت – حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x+1}{\tan x}$ برابر صفر است . درست ◯ نادرست ◯	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف – اگر دامنه تابع $y=f(x)$ باشد دامنه تابع $y=2f(3x+1)$ برابر است ..... . ب- نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به ..... است. پ – اگر T,M به ترتیب ماکزیمم و دوره تناوب تابع $y=\frac{-1+3\sin(\pi x)}{4}$ باشد حاصل $M+2T$ برابر است با ..... . ت – دامنه تابع $y=\tan 4x$ برابر است با	۱/۵
۳	نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}2-(x+1)^3 & x\le -1\\ 1 & -1<x<1\\ (x-1)^2+2 & 1<x\end{cases}$ را رسم کرده و معین کنید f در چه بازه ای صعودی ، نزولی و یا ثابت است.	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\sqrt{x-2}$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$ ، اولا دامنه تابع gof را به کمک تعریف بیابید . ثانیا ضابطه تابع fof را بنویسد.	۱/۵
۵	ضابطه وارون تابع $f(x)=x^2-4x$ $(x\le 2)$ را بیابید.	۱

www.kanoon.ir

۶	با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$ نمودار $g(x)=-\frac{۱}{۲}f(-۲x)$ را رسم و دامنه و برد g را بنویسید. 	۱/۵
۷	شکل زیر نمودار تابع $y=a\sin bx+c$ می باشد . ضابطه آن را بنویسید. 	۱/۵
۸	اگر α در ناحیه دوم باشد و $\sin\alpha=\frac{۵}{۱۳}$ حاصل $\cos۲\alpha-\cos(\frac{۳\pi}{۲}-۲\alpha)$ را بدست آورید.	۱/۵
۹	جواب های کلی معادلات زیر را بدست آورید. $I)\quad \cos۲x+۳\sin x+۱=۰$ $II)\quad ۲\cos^۲x-۲\sin^۲x=-\sqrt{۳}$	۲
۱۰	حاصل حد های زیر را بیابید. ([ ] علامت جزء صحیح) ۱) $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{[x]-۲}{۲-x}$ ۲) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(x+۲)^۳-x^۳+x^۲}{-۴x\lvert x\rvert+x-۱}$ ۳) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\tan۳x$ ۴) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\lvert ۲-۳x\rvert+\sqrt{x+۴}}{\sqrt{۹x^۲+۵}+x}$ ۵) $\lim\limits_{x\to-۱}\frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۲+۳x+۲}$	۳

www-kanoon-ir

۱۱	نمودار f به صورت زیر است حاصل عبارات زیر را بیابید. ([ ] علامت جزء صحیح)  ۱) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ۲) $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$ ۳) $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)]$ ۴) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(-\frac{x}{x+1})$	۱/۵
۱۲	اگر $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(2a+b)x^3+(a-2b)x^2+x+1}{2x^2+bx-6}=5$ باشد مقادیر b,a را بیابید.	۱
۱۳	با استفاده از تعریف ، مشتق تابع $f(x)=x^3+3x$ را در $x=-1$ حساب کنید.	۱/۵
	شاد و پیروز باشید	۲۰

www-kanoon-ir

پاسخنامه تشریحی ریاضی ۲ کنید بهشتی

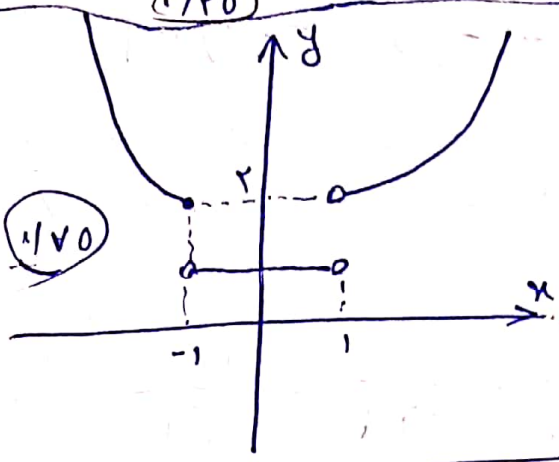
۱) الف) نادرست ب) درست پ) درست ت) درست کدام ۱/۲۵

۲) الف) $[\frac{1}{2}, \frac{1}{e}]$ ۱/۵ ب) محور yها ۱/۲۵ پ) $\frac{9}{2}$ ۱/۵ ت) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}\}$ ۱/۲۵

۳) ۱/۲۵ نزولی $(-\infty, 1)$

۱/۲۵ صعودی $(-1, +\infty)$

۱/۲۵ ثابت $(-1, 1)$



۱/۲۵

۴) $D_f = [2, +\infty)$ ۱/۵ , $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\}$

$= \{x \geq 2, \sqrt{x-2} \neq 1\} = \{x \geq 2, x \neq 3\} = [2, +\infty) - \{3\}$ ۱/۲۵

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x-2} - 2}$ ۱/۲۵

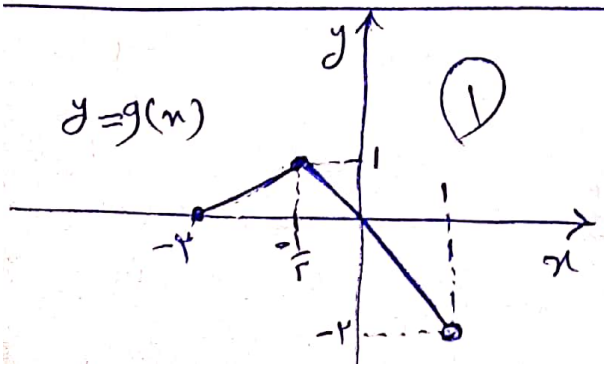
۵) $f(x) = y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \Rightarrow (x-2)^2 = y + 4$

$\xrightarrow{\text{جذر}} |x-2| = \sqrt{y+4} \xrightarrow[۱/۵]{x \leq 2} 2 - x = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y+4}$ ۱/۲۵

$\longrightarrow y = 2 - \sqrt{x+4} = f^{-1}(x) \quad (x \geq -4)$ ۱/۲۵

۶) $D_g = [-2, 1)$ ۱/۲۵

$R_g = (-2, 1]$ ۱/۲۵



www.kanoon.ir
Scanned with CamScanner

۶) $c = \frac{y_{max}+y_{min}}{۲} = \frac{۵-۱}{۲} = ۲$ (۰/۲۵)

$|a| = \frac{y_{max}-y_{min}}{۲} = \frac{۵+۱}{۲} = ۳ \rightarrow a = \pm ۳$ (۰/۵)

$T = \frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \rightarrow b = \pm \frac{۱}{۲}$ (۰/۵)

$ab > ۰$

$y = ۳\sin(\frac{۱}{۲}x) + ۲$ یا $y = -۳\sin(-\frac{۱}{۲}x) + ۲$ (۰/۲۵)

---

۸) $\sin\alpha = \frac{۵}{۱۳} \rightarrow \cos\alpha = \frac{-۱۲}{۱۳}$ (۰/۲۵)

$\cos ۲\alpha = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = \frac{۱۴۴}{۱۶۹} - \frac{۲۵}{۱۶۹} = \frac{۱۱۹}{۱۶۹}$ (۰/۵)

$\cos(\frac{۵\pi}{۲} - ۲\alpha) = -\sin ۲\alpha = -۲\sin\alpha\cos\alpha = -۲(\frac{۵}{۱۳})(\frac{-۱۲}{۱۳}) = \frac{۱۲۰}{۱۶۹}$ (۰/۵)

$\cos ۲\alpha - \cos(\frac{۵\pi}{۲} - ۲\alpha) = \frac{۱۱۹}{۱۶۹} - (\frac{۱۲۰}{۱۶۹}) = \frac{-۱}{۱۶۹}$ (۰/۵)

$= \cos ۲\alpha + \sin ۲\alpha$

---

۹) I) $۱ - ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\sin^۲ x - ۳\sin x - ۲ = ۰$

$\Delta = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow \sin x = \frac{۳ \pm ۵}{۴}$ (۰/۵)

$+۲$ ق ج ق

$-\frac{۱}{۲} = \sin(\frac{-\pi}{۶}) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \end{cases}$ (۰/۵)

II) $۲(\cos^۲ x - \sin^۲ x) = -\sqrt{۲} \Rightarrow$

$۲\cos ۲x = -\sqrt{۲}$ (۰/۵) $\rightarrow \cos ۲x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \cos(\frac{۳\pi}{۴})$

$\Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \\ ۲x = ۲k\pi - \frac{۳\pi}{۴} \end{cases} \rightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{۳\pi}{۸}}$ (۰/۵)

---

۱۰) ۱) $\frac{(۲^-)^۲ - ۲}{۲ - ۲^-} = \frac{۱-۲}{۰^+} = \frac{-۱}{۰^+} \rightarrow +\infty$ (۰/۵)

۲) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^۲ + ۷x^۲ + ۱۲x + ۸ - x^۲ + x^۲}{-۲x|x| + x - ۱}$ (۰/۵) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۷x^۲}{۴x^۲} = \frac{۷}{۴}$ (۰/۵)

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

ادامه ۱۰)

۳) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan 5x = \tan\left(5\cdot\frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow +\infty$ (۰/۵)

۴) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2-5x+\sqrt{x+1^2}}{|5x|+5+x}$ برابر $\lim_{x \to -\infty} \frac{-5x}{-5x+x} = \frac{-5x}{-4x} = \frac{5}{4}$ (۰/۷۵)

۵) $\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt[5]{x^2}-\sqrt[5]{x}+1}{\sqrt[5]{x^2}-\sqrt[5]{x}+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x+2)\left(\sqrt[5]{x^2}-\sqrt[5]{x}+1\right)}$

$= \frac{1}{(1)(5)} = \frac{1}{5}$ (۰/۷۵)

---

۱۱) ۱) ۲ (۰/۲۵) ۲) $+\infty$ (۰/۲۵) ۳) $[\bar{1}] = 0$ (۰/۵)

۴) $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x}{x+1} = (-1)^+$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{x \to (-1)^+} f(x) = -\infty$ (۰/۲۵)

---

۱۲) $\begin{cases} 2a+b=0 \\ \frac{a-2b}{2}=5 \end{cases}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} 4a+2b=0 \\ a-2b=10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$ (۰/۵)

---

۱۳) $f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ (۰/۵) $= \lim_{x \to -1} \frac{x^3+5x+4}{x+1}$ (۰/۵)

$= \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x^2-x+4)}{(x+1)} = 6$ (۰/۵)

با آرزوی موفقیت برای عزیزان

Scanned with CamScanner