یاسر شالی

نام و نام خانوادگی:		نام درس: ریاضی ۳
نام کلاس: پایه:	دبیرستان فرزانگان رشت (دوره دوم)	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲
نام دبیر:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
شماره:		تعداد صفحه سوالات: ۳

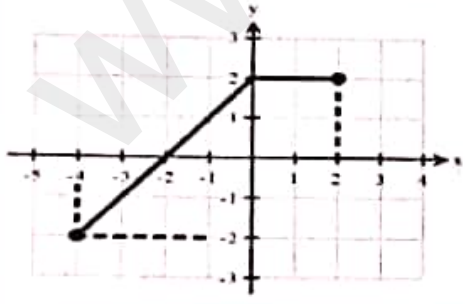
ردیف	سوالات – صفحه ۱	بارم
الف	درستی و نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.	۱
	۱) در بازه $(0,1)$ نمودار تابع $f(x)=x^{3}$ بالاتر از نمودار $g(x)=x^{2}$ قرار می‌گیرد.	
	۲) تابع $f(x)=-\tan x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ اکیداً صعودی است.	
	۳) دوره تناوب $f(x)=\cos(\sin x)$ برابر π می‌باشد.	
	۴) در تابع $f(x)=x^{2}$ عبارت حد نامتناهی در بی نهایت برقرار است.	
ب	«گزینه درست را انتخاب کنید. (با راه حل کوتاه)»	۱/۲۵
	۱) نمودار تابع $f(x)=(ax+b)(3+4x^{2})+9$ به صورت زیر است. کدام تابع زیر اکیداً نزولی می‌باشد؟	
	الف) $y=(b+2)x^{3}-a$	
	ب) $y=(a+1)x^{3}+b$	
	ج) $y=(3-a)x^{3}-b$	
	د) $y=(2-b)x^{3}+a$	
	۲) اگر تابع f با ضابطه $f(x)=(a-1)x^{3}+(b+2)x+3$ در بازه $[-1,5]$ هم صعودی و هم نزولی باشد، $a-b$ کدام است؟	
	الف) ۱- ب) ۱ ج) ۳ د) ۳-	
	۳) اگر $f(x)=\frac{1}{3}x-5$ و $g(x)=x^{2}$، حاصل $(f\circ g)^{-1}(4)$ کدام است؟	
	الف) ۴ ب) ۳ ج) $\sqrt[3]{3}$ د) ۲۷	
	۴) اگر $f(x)=\cos^{2}x-\sin^{2}x$ مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟	
	الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د) $-\frac{1}{2}$	
	۵) حاصل $\lim\limits_{x\to 0^{+}}\frac{x-1}{\sin x}$ کدام است؟	
	الف) $-\infty$ ب) صفر ج) ۱ د) $+\infty$	
	«ادامه در صفحه بعد»	

www.kanoon.ir

Scanned by CamScanner

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: نام کلاس: پایه: نام دبیر: شماره:	دبیرستان فرزانگان رشت (دوره دوم)	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد صفحه سوالات: ۳

ردیف	سوالات – صفحه ۲	بارم
پ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.	۱/۲۵
	۱) نقطه $A\left(۲,-۳\right)$ روی نمودار تابع f قرار دارد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y=-۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)+۱$ برابر نقطه ..... می‌باشد.	
	۲) دامنه تابع $f\left(x\right)=۲\tan\left(۲x\right)$ برابر ..... است.	
	۳) باقیمانده تقسیم $f\left(x\right)=۲x^{۲}+۳x-۶$ بر $x-۲$ برابر ..... می‌شود.	
	۴) حاصل $\lim_{x\to\infty}\frac{۲x\left(x^{۲}-۱\right)+\frac{۳}{x^{۵}}}{x^{۴}\left(\frac{۱}{x^{۳}}-۱\right)}$ برابر ..... است.	
ت	«به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید»	
۱	نمودار تابع $f\left(x\right)=x-\lvert x\rvert$ را رسم کرده و وضعیت یکنوایی آن را بررسی کنید.	۱
۲	توابع $f\left(x\right)=\sqrt{x-۱}$ و $g\left(x\right)=\frac{x+۱}{x-۲}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع $g\circ f$ را با تعریف محاسبه کنید. ب) مقدار $\left(f\circ g\right)(۳)$ را بنویسید.	۱/۵
۳	تابع $f\left(x\right)=\sqrt{x+۳}+۱$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه و برد f و $f^{-۱}$ را بنویسید. ب) ضابطه $f^{-۱}$ را محاسبه کنید. پ) نمودار f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه رسم کنید.	۱/۷۵
۴	نمودار تابع $y=f\left(x\right)$ به صورت زیر رسم شده است. نمودار $g\left(x\right)=f\left(x-۱\right)+۲$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد g را بنویسید. 	۱
۵	الف) دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم تابع $f\left(x\right)=۳+۸\sin x\cos^{۲}x-۴\sin x\cos x$ را محاسبه نمایید.	۱
	ب) نسبت مثلثاتی سینوس زاویه $۲۲/۵^{\circ}$ را بنویسید.	۰/۵

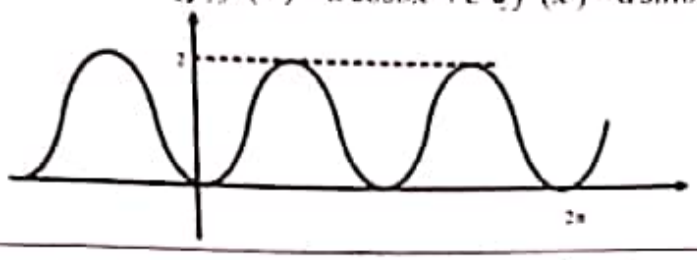
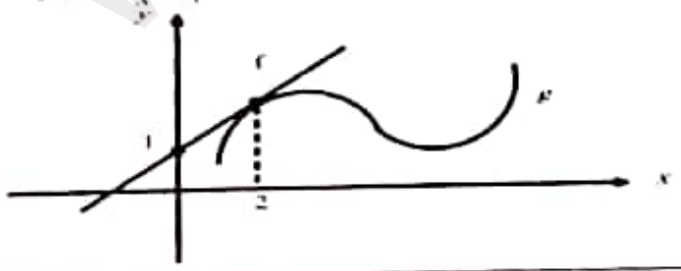
«ادامه در صفحه بعد»

www-kamoon.ir

Scanned by CamScanner

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: نام کلاس: پایه: نام دبیر: شماره:	دبیرستان فرزانگان رشت (مورد دوم)	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد صفحه سوالات: ۳

ردیف	سوالات – صفحه ۳	بارم
۶	برای نمودار زیر، یک تابع مثلثاتی به صورت $f(x)=a\cos bx+c$ یا $f(x)=a\sin bx+c$ بنویسید. 	۱
۷	جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x+\cos x+1=0$ را بنویسید.	۱/۵
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-4x^2-4x-5}{x^2-25}=$ ب) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{2x+16}{\sqrt[3]{x}+2}=$ پ) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{[x]-2}{x-2}=$ ت) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3\sqrt{x}-\sqrt{2x+2}}{\sqrt{9x+2}+\sqrt{x}}=$	۳/۵
۹	اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)(x^2+1)(x^3+1)\cdots(x^n+1)}{(ax^n+1)^5}$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد، a و n را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ را در نقطه‌ای به طول ۵ محاسبه کرده و سپس معادله خط مماس بر تابع f را در $x=5$ واقع بر آن بنویسید.	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، تابع خطی f در نقطه $x=2$ بر نمودار تابع g مماس شده است. اگر $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}=4$ باشد، حاصل $f(1)+g(2)+g'(2)$ را بنویسید. 	۱/۵
	جمع نمرات	۲۰

تلاش شما قابل تقدیر است. «موفق باشید.»

www-kanoon-ir

Scanned by CamScanner

سرزانگان رشت — پاسخنامه — ریاضی ۳ — ۱۲ تیرماه
دوره دوم

الف) ۱) درست ۲) نادرست ۳) درست ۴) درست

هر گزینه (۰/۲۵)

ب) ۱) گزینه الف $f(0) = 3b + 9 = 0 \quad b = -3$

۲) گزینه ج $a - b = +3 \quad a = 1 \; , b = -2$

۳) گزینه ب $(g^{-1} \circ f^{-1})(6) = g^{-1}(27) = 3$

۴) گزینه ج $f(x) = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$

هر گزینه (۰/۲۵) $\cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

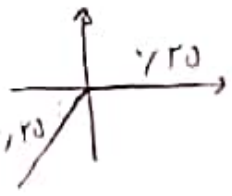
۵) گزینه د $\frac{-1}{0^-} = +\infty$

پ) ۱) (۰/۵) $(4, \frac{1}{4})$ ۲) (۰/۲۵) $\mathbb{R} - \left\{x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

۳) ۸ (۰/۲۵) ۴) صفر (۰/۲۵)

ت) ۱)

$$f(x) = x - |x| = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$



۰/۲۵ در $\mathbb{R}$ نزولی

۰/۲۵ در $[0, +\infty)$ هم نزولی هم صعودی

۲) الف) $D_f = [1, +\infty) \qquad D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

$$D_{g \circ f} = \left\{x \mid x \in [1, +\infty), \sqrt{x-1} \neq 2, x - 1 \neq 4, x \neq 5\right\} = [1, +\infty) - \{5\}$$

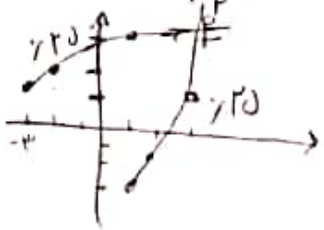
۰/۵

ب) $f(4) = \sqrt{3}$ (۰/۲۵) $\qquad g(3) = 4$ (۰/۲۵)

۳) الف) $D_f = [-2, +\infty) = R_{f^{-1}}$ (۰/۲۵) ، $R_f = [1, +\infty) = D_{f^{-1}}$ (۰/۲۵)

ب) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 3$ (۰/۵)

پ)



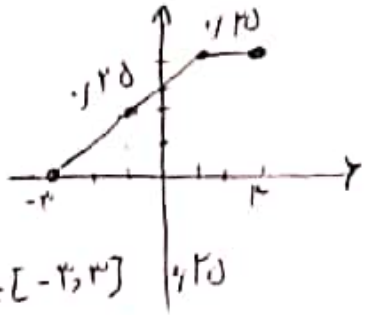
www-kanoon-ir

Scanned by CamScanner

۴)

$y = f(x) \longrightarrow y(x) = \frac{1}{2}f(x-1) + 2$

$(-3,-2) \longrightarrow$	$(-2, 0)$
$(-2, 0)$	$(-1, 2)$
$(0, 2)$	$(1, 4)$
$(2, 2)$	$(3, 4)$



$D = [-2, 3]$ ۱/۲۵

$R = [0, 4]$ ۱/۲۵

۵) الف)

$f(x) = 2 + 4\sin x\cos x(2\cos^2 x - 1) =$ (۱/۲۵)

$2 + 2\sin 2x \cos 2x = 2 + \sin 4x$

$\max = 3$ $\min = 1$ (۱/۲۵) $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ (۱/۲۵)

ب) $\sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ (۱/۲۵)

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 22.5^\circ = \frac{1-\cos 45^\circ}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$ (۱/۲۵)

۶) $f(x) = a\cos bx + c$ $\max = 2$ $\min = 0$ $2T = 2\pi$ $T = \pi$

(۱/۲۵) $a = -1$ (۱/۲۵) $b = 2$ $c = 1$ (۱/۲۵)

(۱/۲۵) $f(x) = -\cos(2x) + 1$

۷)

$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0$ (۱/۲۵)

$\cos x = t \quad 2t^2 + t = 0 \quad t(2t+1) = 0$

$t = 0 \quad t = -\frac{1}{2}$

$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}$ (۱/۲۵)

$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{2\pi}{3})$ (۱/۲۵)

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$

۸) الف) $\lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x^2+x+1)}{(x-3)(x+3)} = \frac{13}{10} = 1/3$ (۱/۲۵)

ب) $\lim_{x \to -8} \frac{12x+12}{\sqrt[3]{x}+2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \to -8} \frac{12(x+1)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{x+8} = 36$ (۱/۲۵)

پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{3\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$ (۱/۲۵)

ت) $\begin{cases} \frac{2+(-2)}{2^2-2} = \frac{0}{0^+} = 0 & (1) \\ \frac{1-2}{2^--2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$

www.kanoon.ir

Scanned by CamScanner

ریاضی ۳ تجربی — پاسخنامه

۹)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\,x^{2}\cdot x^{4}\cdots x^{2n}}{a^{2}x^{2n}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{1+2+\cdots+2n}}{a^{2}x^{2n}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{n(n+1)}}{a^{2}x^{2n}}=\frac{1}{4}$$

(۰/۲۵)

$$\frac{n(n+1)}{2}=4n \Rightarrow n=7 \quad (۰/۲۵)$$

$$a^{2}=16 \Rightarrow a=\pm\sqrt{16} \quad (۰/۵)$$

۱۰)

$$f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-3}\times\frac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+2}$$

$$=\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$y-2=\frac{1}{4}(x-3) \Rightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4} \quad (۰/۲۵)$$

۱۱)

$$g'(2)=4 \quad (۰/۲۵)$$

$$f(x)=4x+1 \quad (۰/۲۵)$$

$$f(1)=5 \quad (۰/۲۵)$$

$$f(2)=g(2)=9 \quad (۰/۲۵)\ (۰/۲۵)$$

$$5+9+4=18 \quad (۰/۲۵)$$

Scanned by CamScanner