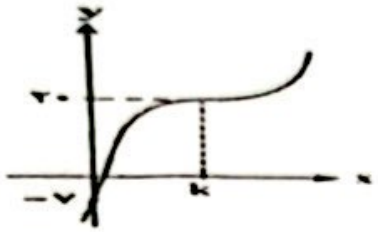
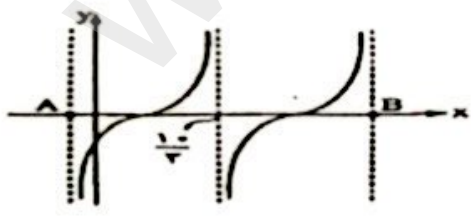
سوالات امتحان درس: ریاضی ۳	سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان اداره استعدادهای درخشان استان اردبیل مرکز آموزشی فرزانگان ۱ اردبیل	
نام و نام خانوادگی:		شماره صندلی:
تعداد صفحات سوال: ۱۵	پایه و رشته: دوازدهم تجربی — سال تحصیلی: ۴۰۳-۴۰۲	تاریخ آزمون: ۴۰۳/۱۰/۲
شماره صفحه: ۱	طراح سوال: — مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۳۰

ردیف	«سوالات»	بارم
۱	اگر $f(x)=\sqrt{۳-۲x}$, $g(x)=\frac{۶}{۳x-۵}$ باشد. ضابطه تابع gof را تعیین کرده دامنه تابع fog را به کمک تعریف تعیین کنید.	۲
۲	نقطه $A\left\|\begin{matrix}۳\\-۲\end{matrix}\right.$ متعلق به تابع $y=f(x-۱)+۳$ می‌باشد.نقطه متناظرآن درتابع $y=۲f\left(\frac{-x}{۲}\right)+۱$ را بیابید.	۱۵
۳	نمودارتابع $y=x^۳-۹x^۲+ax+b$ به صورت مقابل است $a+b$ را بیابید 	۱
۴	اگر f و g توابع وارون پذیر با دامنه و برد R باشند $f^{-۱}(g(m))=۵$ و $g^{-۱}(f^{-۱}(۳))=۴$ و $f(f(۵))=۳$ مقدار m را بیابید	۱۵
۵	اگر f تابعی پیوسته و نزولی اکید باشد. به طوری که $f(۳)=۱$ باشد دامنه $g(x)=\log_{x+۲}(f(x)-۱)$ را بیابید.	۱
۶	اگر $tan\beta=\frac{۱}{۲}$, $\alpha-\beta=\frac{\pi}{۴}$ باشند مقدار $sin۲\alpha$ را بیابید	۱
۷	معادله یک موج سینوسی را بنویسید که دوره تناوب آن ۵ باشدو برد آن بازه $[-۸,۱۴]$ باشد	۱
۸	قسمتی از نمودار تابع $y=\tan(ax-\frac{\pi}{۳})$ به شکل مقابل است . مختصات نقطه B را بیابید 	۱۵
۹	معادله مثلثاتی $cos۲x=۳sinx-۱$ در بازه $[۰,\pi]$ چند جواب دارد.	۱.۵
۱۰	باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x-۵$ برابر ۳ و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x+۳$ برابر ۱۳- است. باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^۲-۲x-۱۵$ را بدست آورید.	۱

ادامه سوالات صفحه بعد

www.kanoon.ir
Scanned with CamScanner

ت امتحان درس: ریاضی ۳	سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان اداره استعدادهای درخشان استان اردبیل مرکز آموزشی فرزانگان ۱ اردبیل		
م و نام خانوادگی:			شماره صندلی:
تعداد صفحات سوال:۱۵	پایه و رشته:	سال تحصیلی:۴۰۴-۴۰۳	تاریخ آزمون:۴۰۳/۱۰/۲
شماره صفحه:۲	طراح سوال:	مدت امتحان:۱۲۰	ساعت شروع:۸.۳۰

۱۱	باتوجه به حد زیر حاصل $۳a - ۲b$ را بیابید $\lim_{x\to -۱} \frac{x^۳ + ۳x + ٤}{x^۲ + ax + b} = ۲$	۱.۵
۱۲	حاصل حدهایی زیر را بیابید. ۱) $\lim_{x\to ۰^-} \frac{۱}{sinx - tanx}$ ۲) $\lim_{x\to ۰^+} \frac{۱}{x - \sqrt{x}}$ ۳) $\lim_{x\to ۰^-} \frac{۲}{\lvert x\rvert - x}$	۵
۱۳	اگر f تابعی خطی با شیب منفی باشدو $\lim_{x\to +\infty} \frac{f^{-۱}(x)}{f(x)} = ۱۶$ ، $f(۳) = ۲$ ، حاصل $f(-۱)$ را بیابید	۱
۱۴	مشتق تابع $y = \frac{۱}{x+۲}$ رادر نقطه $x = ۳$ به کمک تعریف تعیین کنید؟	۵
۱۵	به کمک تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) = \lvert x - ۱\rvert$ درنقطه $x = ۱$ بررسی کنید.	۵

موفق باشید

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

به نام خدا - نام مؤلف: اکبر عتی‌زاده - دانشجوی سال آخر داروسازی غنبلن
رتبه‌ی ۱۶۳۷ منطقه ۲ و ۳۴۵۱ کشوری - مؤلف کتاب‌های تانون - طراح و ویراستار

۱ اگر $f(x)=\sqrt{3-2x}$ ، $g(x)=\frac{6}{2x-5}$ باشد. ضابطه تابع gof را تعیین کرده دامنه تابع fog را به کمک تعریف تعیین کنید.

$$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(\sqrt{3-2x})=\frac{6}{2\sqrt{3-2x}-5}$$

$$D_{g\circ f}=\{x \mid x\in D_f,\ f(x)\in D_g\}$$

$$D_g: 2x-5\neq 0 \rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{\tfrac{5}{2}\}$$

$$D_f: 3-2x\geq 0 \rightarrow x\leq \tfrac{3}{2}$$

$$\rightarrow D_{g\circ f}=\{x \mid x\leq \tfrac{3}{2},\ \sqrt{3-2x}\neq \tfrac{5}{2}\}$$

$$3-2x\neq \tfrac{25}{9}\rightarrow x\neq -\tfrac{1}{9} \quad (1)$$

$$(2)\cap(1) \longrightarrow (-\infty,\tfrac{3}{2}]-\{-\tfrac{1}{9}\}$$

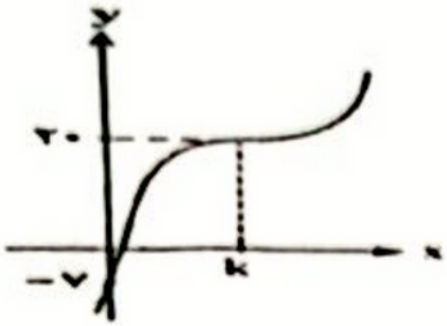
۲ نقطه $A\left|\begin{matrix}3\\-2\end{matrix}\right.$ متعلق به تابع $y=f(x-1)+3$ می‌باشد. نقطه متناظر آن در تابع $y=2f\left(\frac{-x}{2}\right)+1$ را بیابید.

$$\xrightarrow[y=-2]{x=3} f(2)+3=-2 \longrightarrow f(2)=-5$$

$$\xrightarrow[y=-5]{x=2} -5=2f(\tfrac{-2}{2})+1 \rightarrow 2f(-1)+1=-5$$

$$\rightarrow f(-1)=-3 \longrightarrow A^{-1}\left|\begin{matrix}-1\\-3\end{matrix}\right.$$

نمودار تابع $y = x^3 - 9x^2 + ax + b$ به صورت مقابل است $a + b$ را بیابید



$x_S = \frac{-b}{3a} = \frac{9}{3} = 3$

$k = 3$

$\rightarrow y = (x-3)^3 + 20$

$y = (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) + 20 = x^3 - 9x^2 + 27x - 7$

$\rightarrow a = 27, b = -7 \rightarrow a + b = 27 - 7 = 20$

۴ اگر f و g توابع وارون پذیر با دامنه و برد $\mathbb{R}$ باشند $f^{-1}(g(m)) = 5$ ، $g^{-1}(f^{-1}(3)) = 4$ ، $f(f(f(5))) = 3$ مقدار m را بیابید

$g(4) = f^{-1}(3)$

$f^{-1}(3) = f(5)$

$f(5) = g(m) \rightarrow$

$\rightarrow g(4) = f(5) \rightarrow m = 4$

۵ اگر f تابعی پیوسته و نزولی اکید باشد. به طوری که $f(3) = 1$ باشد دامنه $g(x) = \log_{x+2}(f(x) - 1)$ را بیابید.

$D_g: \begin{cases} f(x) - 1 > 0 \rightarrow f(x) > 1 \rightarrow x < 3 \ ① \\ x + 2 > 0 \rightarrow x > -2 \ ② \\ x + 2 \neq 1 \rightarrow x \neq -1 \ ③ \end{cases}$

$① \cap ② \cap ③ \rightarrow (-2, 3) - \{-1\}$

www.kanoon.ir

۶ اگر $\tan\beta=\frac{1}{2}$, $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$ باشند مقدار $\sin 2\alpha$ را بیابید

$\alpha=\frac{\pi}{2}+\beta \longrightarrow \sin 2\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\beta\right)=\cos 2\beta$

$\longrightarrow \cos 2\beta=2\cos^2\beta-1$

$\tan\beta=\frac{1}{2} \longrightarrow 1+\tan^2\beta=\frac{1}{\cos^2\beta} \Rightarrow 1+\frac{1}{4}=\frac{1}{\cos^2\beta}$

$\longrightarrow \cos^2\beta=\frac{4}{5} \Rightarrow \cos 2\beta=2\left(\frac{4}{5}\right)-1=\frac{8}{5}-1=\frac{3}{5}$

۷ معادله یک موج سینوسی را بنویسید که دوره تناوب آن ۵ باشد و برد آن بازه $[-8,14]$ باشد

$y=a\sin bx+c \qquad T=\frac{2\pi}{|b|}=5$

$\min=-8$

$\max=14$

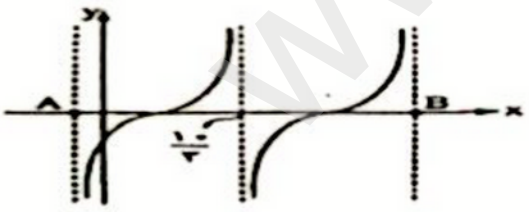
$\longrightarrow \begin{cases} -|a|+c=-8 \\ |a|+c=14 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 2c=6 \to c=3$

$\Rightarrow |b|=\frac{2\pi}{5}$

$|a|=11 \to a=\pm 11$

$y=11\sin\frac{2\pi}{5}x+3$

۸ قسمتی از نمودار تابع $y=\tan(ax-\frac{\pi}{3})$ به شکل مقابل است. مختصات نقطه B را بیابید



$\frac{10}{3}a-\frac{\pi}{3}=0 \to a=\frac{\pi}{10}$

$\longrightarrow y=\tan\left(\frac{\pi}{10}x-\frac{\pi}{3}\right)$

$\longrightarrow x_B=\frac{11}{3}$

www.karnoon.ir

۹ | معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3\sin x - 1$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد.

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

$1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1 \longrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$\sin x = k \longrightarrow 2k^2 + 3k - 2 = 0 \longrightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-2) = 25$

$\longrightarrow k = \frac{-3 \pm 5}{4}$ ⟨ $k = \frac{1}{2} \longrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{[0,\pi]} \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$; $k = -2$ جواب نمی‌دهد.

فقط ۲ جواب دارد.

۷ | باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x - 5$ برابر ۳ و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x + 3$ برابر ۱۳- است. باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 - 2x - 15$ را بدست آورید.

۱۰

$$\begin{cases} p(x) = (x-5)Q(x) + 3 \longrightarrow p(5) = 3 \\ p(x) = (x+3)Q'(x) - 13 \longrightarrow p(-3) = -13 \end{cases}$$

$p(x) = (x-5)(x+3)Q''(x) + ax + b$

$$\begin{cases} p(5) = 3 \longrightarrow 5a + b = 3 \longrightarrow 10 + b = 3 \longrightarrow b = -7 \\ p(-3) = -13 \longrightarrow -3a + b = -13 \end{cases} \ominus$$

$8a = 16 \longrightarrow a = 2$

$\Rightarrow$ باقی‌مانده $= 2x - 7$

www.konkoor.ir

باتوجه به حد زیر حاصل $3a-2b$ را بیابید

۱۱

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+3x+4}{x^2+ax+b}=2$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x^2-x+1)+3(x+1)}{(x+1)(x+4)}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x^2-x+4)}{(x+1)(x+4)}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x+4}{x+4}=\frac{6}{3}=2$$

$$\Rightarrow a=4,\ b=0$$

حاصل حدهایی زیر را بیابید.

۱۲

۱) $\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{\sin x-\tan x}$ ۲) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x-\sqrt{x}}$ ۳) $\lim_{x\to 0^-}\frac{2}{|x|-x}$

۱) $\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{\sin x-\tan x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

۲) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x-\sqrt{x}}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

۳) $\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{|x|-x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{-x-x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-1}{2x}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$

www.konoon.ir

۱۳ | اگر f تابعی خطی با شیب منفی باشدو $\lim_{x\to+\infty}\frac{f^{-1}(x)}{f(x)}=۱۶$ ، $f(۳)=۲$، حاصل $f(-۱)$ را بیابید

$f(x)=ax+b \quad (a<0) \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{a}-\frac{b}{a}$

$\to \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{x}{a}-\frac{b}{a}}{ax+b}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{x}{a}}{a^{۲}x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{a^{۳}x}=\frac{۱}{a^{۳}}=۱۶$

$\to a^{۳}=\frac{۱}{۱۶} \to a=\pm\frac{۱}{۴} \xrightarrow{a<0} a=-\frac{۱}{۴} \to f(x)=-\frac{۱}{۴}x+b$

$\xrightarrow{f(۳)=۲} ۲=-\frac{۳}{۴}+b \to b=۲+\frac{۳}{۴}=\frac{۱۱}{۴} \to f(x)=-\frac{۱}{۴}x+\frac{۱۱}{۴}$

$\to f(-۱)=\frac{۱}{۴}+\frac{۱۱}{۴}=۳$

۱۴ | مشتق تابع $y=\frac{۱}{x+۲}$ را در نقطه $x=۳$ به کمک تعریف تعیین کنید؟

$y'(۳)=\lim_{x\to۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x-۳}=\lim_{x\to۳}\frac{\frac{۱}{x+۲}-\frac{۱}{۵}}{x-۳}=\frac{۰}{۰}$

رفع ابهام $\to \lim_{x\to۳}\frac{\frac{۵-x-۲}{۵(x+۲)}}{x-۳}=\lim_{x\to۳}\frac{-(x-۳)}{۵(x+۲)(x-۳)}=\frac{-۱}{۲۵}$

۱۵ | به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x)=|x-۱|$ درنقطه $x=۱$ بررسی کنید.

$f'_{+}(۱)=\lim_{x\to۱^{+}}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to۱^{+}}\frac{x-۱}{x-۱}=۱$

$f'_{-}(۱)=\lim_{x\to۱^{-}}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to۱^{-}}\frac{-(x-۱)}{x-۱}=-۱$

مشتق پذیر نیست $\to$ در $x=۱$