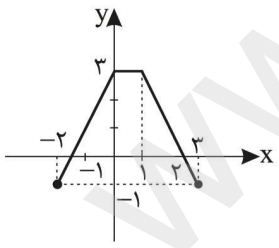
باسمه تعالی

پایه: **دوازدهم** (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی: (دورهٔ دوم متوسطه)

مدرسه: کلاس: مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** تاریخ آزمون:

نام درس: **ریاضی تجربی**

ردیف	سؤال	بارم
۱	**درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.** الف) تابع $f(x)=۲-(۳-x)^{۳}$ در دامنهٔ خود نزولی اکید است. درست ☐ نادرست ☐ ب) چندجمله‌ای $f(x)=۲x^{۳}-۶x^{۲}-۸x+۶$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است. درست ☐ نادرست ☐ ج) اگر تابع f در $x=a$ پیوسته باشد، آنگاه در a مشتق‌پذیر است. درست ☐ نادرست ☐ د) دورهٔ تناوب تابع $y=\cos\frac{\pi}{۳}x$ برابر ۶ است. درست ☐ نادرست ☐	۱
۲	**با رسم نمودار تابع** $f(x)=\begin{cases}۲x-x^{۲} & x\le ۲\\ ۴-۳x & x>۲\end{cases}$ **مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در چه بازه‌ای نزولی اکید است؟**	۱/۷۵
۳	**توابع** $f(x)=\sqrt{x-۲}$ **و** $g(x)=۲+\sqrt{۴-x}$ **مفروض هستند. به کمک تعریف ترکیب دو تابع، دامنهٔ تابع gof را بیابید، سپس ضابطهٔ fog را مشخص کنید.**	۲
۴	**اگر** $gof(x)=\frac{۱}{x+۱}$ **و** $g(x)=۲-\frac{۱}{x}$ **باشد، مقدار** $f^{-۱}(\frac{۳}{۲})$ **چه عددی است؟**	۱/۵
۵	**در شکل زیر، نمودار تابع f رسم شده است. نمودار تابع** $y=-۲f(\frac{x}{۲})$ **را مرحله به مرحله رسم کنید.** 	۱/۵
۶	**دورهٔ تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع** $f(x)=۳-۲\sin\frac{\pi}{۲}x$ **را مشخص کنید. اگر دورهٔ تناوب تابع، T باشد، نمودار تابع را در بازهٔ** $[۰\ ,\ T]$ **رسم کنید.**	۱/۲۵
۷	**اگر** $\frac{\pi}{۲}<x<\pi$ **و** $\cos x=-\frac{\sqrt{۵}}{۳}$**، مقدار** $\sin ۲x$ **و** $\cos ۲x$ **را بیابید.**	۱/۵
۸	**جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی** $\sin x+\cos ۲x=۰$ **را بیابید.**	۱

www-kanoon-ir

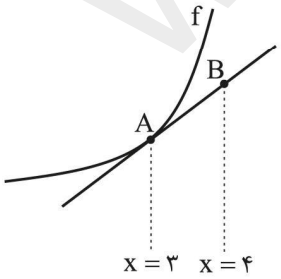
باسمه تعالی

پایه: **دوازدهم** (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی: (دورهٔ دوم متوسطه)

مدرسه: کلاس: مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه** تاریخ آزمون:

نام درس: **ریاضی تجربی** صفحه **۲** از **۲**

ردیف	سؤال	بارم
۹	جمع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin x(2\sin x + 1) = 1$ را در بازهٔ $[0 , 2\pi]$ بیابید.	۱
۱۰	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1}$ ب) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2}$ ج) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{(2x-1)^2 - 4x^2}{3x - 2}$	۲/۵
۱۱	اگر $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty$ ، مقادیر a و b را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	نمودار تابعی را رسم کنید که تمام شرایط $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -2$ را هم‌زمان داشته باشد.	۱
۱۳	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را در $x = 2$ به دست آورید و معادلهٔ خط مماس بر نمودار $y = f(x)$ در $x = 2$ را بنویسید.	۱/۵
۱۴	در نمودار زیر، خط مماس بر نمودار f در نقطه‌ای به طول $x = 3$ رسم شده است. اگر $f(3) = 7$ و $f'(3) = 6$، مختصات نقطهٔ B را مشخص کنید. 	۰/۷۵
۱۵	هرگاه $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$، مقدار $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ را بیابید.	۰/۵
	جمع بارم	۲۰

www-kanoon-ir

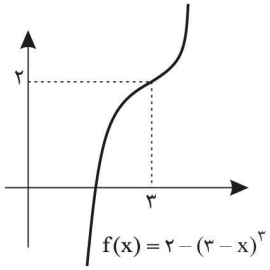
باسمه تعالی

پاسخنامه درس: **ریاضی تجربی** (دورهٔ دوم متوسطه)

پایه: **دوازدهم** (رشته تجربی)

پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست، طبق نمودار تابع، $f(x)$ در دامنه خود صعودی اکید است.



ب) نادرست، برای آنکه چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد، باید $f(-۲)=۰$ باشد:

$$f(-۲)=۲(-۲)^۳-۶(-۲)^۲-۸(-۲)+۶\neq ۰$$

ج) نادرست، پیوستگی تابع در $x=a$ شرط لازم برای مشتق‌پذیری تابع در a است، اما شرط کافی نیست.

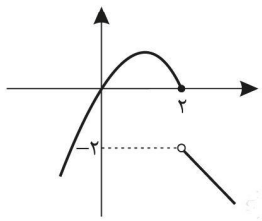
د) درست، دورهٔ تناوب y، برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۳}}=۶$ است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹، ۳۵ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)

تابع در بازهٔ $(-\infty\,,۱]$ صعودی اکید است. (۰/۵ نمره)

تابع در بازهٔ $[۱\,,+\infty)$ نزولی اکید است. (۰/۵ نمره)



(۰/۷۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

$D_{gof}=\{x\mid x\in D_f\,,\ f(x)\in D_g\}$ (۰/۵ نمره)

$D_f=[۲\,,+\infty)$ $\qquad$ $D_g=(-\infty\,,۴]$ (۰/۲۵ نمره)

$x\in D_f\Rightarrow x\geq ۲$

$f(x)\in D_g\Rightarrow \sqrt{x-۲}\leq ۴\Rightarrow x-۲\leq ۱۶\Rightarrow x\leq ۱۸$ (۰/۲۵ نمره)

$D_{gof}=[۲\,,+\infty)\cap(-\infty\,,۱۸]=[۲\,,۱۸]$ (۰/۲۵ نمره)

$$fog=f(g(x))=\sqrt{g(x)-۲}=\sqrt{۲+\sqrt{۴-x}-۲}=\sqrt[۴]{۴-x}$$

(۰/۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$gof(x)=g(f(x))=۲-\frac{۱}{f(x)}$$ (۰/۲۵ نمره)

$$\Rightarrow ۲-\frac{۱}{f(x)}=\frac{۱}{x+۱}\Rightarrow \frac{۱}{f(x)}=۲-\frac{۱}{x+۱}=\frac{۲x+۱}{x+۱}$$ (۰/۲۵ نمره)

$$\frac{۱}{f(x)}=\frac{۲x+۱}{x+۱}\xrightarrow{f(x)\in D_g} f(x)=\frac{x+۱}{۲x+۱}$$ (۰/۲۵ نمره)

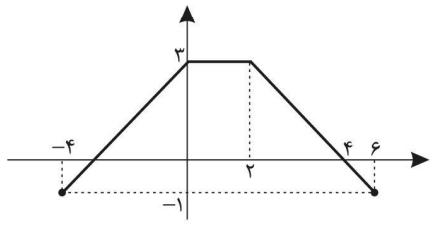
$$f^{-۱}(x)=\frac{-x+۱}{۲x-۱}$$ (۰/۵ نمره) $$\Rightarrow f^{-۱}(\tfrac{۳}{۲})=\frac{-\frac{۳}{۲}+۱}{۲\times\frac{۳}{۲}-۱}=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(\tfrac{۳}{۲})=-\frac{۱}{۴}$$ (۰/۲۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)

www-kanoon.ir

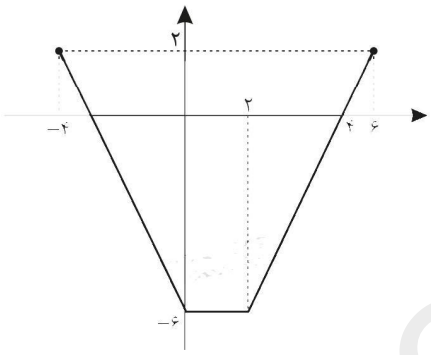
پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$f(x) \xrightarrow{\text{انبساط افقی}} f(\frac{x}{2})$ (۰/۲۵ نمره)



(۰/۵ نمره)

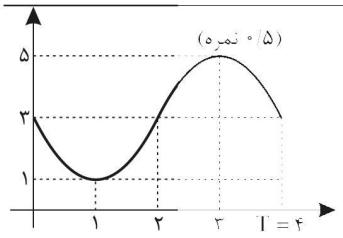
$f(\frac{x}{2}) \xrightarrow[\text{و قرینه نسبت به x‌ها}]{\text{انبساط عمودی}} -2f(\frac{x}{2})$ (۰/۲۵ نمره)



(۰/۵ نمره)

*(ریاضی تجربی دوازدهم، **صفحه‌های ۱۷ و ۱۹**)*

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)



$y = 3 - 2\sin\frac{\pi}{2}x \Rightarrow \begin{cases} \max = 5 \text{ (۰/۲۵ نمره)} \\ \min = 1 \text{ (۰/۲۵ نمره)} \\ T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \text{ (۰/۲۵ نمره)} \end{cases}$

*(ریاضی تجربی **دوازدهم، صفحهٔ ۴۱**)*

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}$ (۰/۲۵ نمره)

$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{1-\frac{5}{9}} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵ نمره)

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{9}$ (۰/۵ نمره)

$\sin 2x = 2\sin x \cos x = 2\times(-\frac{\sqrt{5}}{3})\times\frac{2}{3} = -\frac{4\sqrt{5}}{9}$ (۰/۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۴۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

روش اول:

$\sin x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} + x)$ (۰/۲۵ نمره)

$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (۰/۲۵ نمره)} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \text{ (۰/۲۵ نمره)} \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$ جواب کلی (۰/۲۵ نمره)

روش دوم:

$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ (۰/۲۵ نمره)

www-kanoon-ir

$$\begin{cases}\sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \\ \sin x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi - \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \end{cases}$$

پس جواب کلی به صورت $x = \frac{۲k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۶}$ است. $k \in \mathbb{Z}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$۲\sin^۲ x + \sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -۱ \xrightarrow{\text{در } [۰, ۲\pi]} x = \frac{۳\pi}{۲} & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \\ \sin x = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{در } [۰, ۲\pi]} x = \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶} & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \end{cases}$$

جمع جواب‌ها $= \frac{۳\pi}{۲} + \frac{\pi}{۶} + \frac{۵\pi}{۶} = \frac{۵\pi}{۲}$ (۰/۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲/۵ نمره)

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x^۲ + x - ۲}{\sqrt{۲x-۱} - ۱} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۲)}{\sqrt{۲x-۱}-۱} \times \frac{\sqrt{۲x-۱}+۱}{\sqrt{۲x-۱}+۱}$ (۰/۵ نمره) $\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۲)(\sqrt{۲x-۱}+۱)}{۲(x-۱)} = \frac{۳\times ۲}{۲} = ۳$ (۰/۲۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)

ب) $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x - ۳(-۱)^{[x]}}{x-۲} \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{x-۳}{x-۲} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \\ \lim\limits_{x\to ۲} \frac{x+۳}{x-۲} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty & (۰/۲۵ \text{ نمره}) \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to ۲} \frac{x - ۳(-۱)^{[x]}}{x-۲} = -\infty$ (۰/۵ نمره)

ج) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۴x^۲ - ۴x + ۱ - ۴x^۲}{۳x - ۲} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{-۴x+۱}{۳x-۲} = -\frac{۴}{۳}$

(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

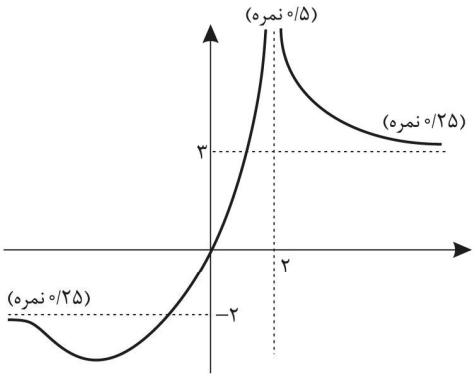
$$\lim_{x\to -۲} \frac{x+۱}{ax^۲ + bx + ۴} = -\infty \Rightarrow ax^۲ + bx + ۴ = a(x+۲)^۲ \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow ax^۲ + bx + ۴ = ax^۲ + ۴ax + ۴a \Rightarrow \begin{cases} ۴a = ۴ \Rightarrow a = ۱ \\ ۴a = b \Rightarrow b = ۴ \end{cases} \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$\lim_{x\to -۲} \frac{x+۱}{(x+۲)^۲} = -\infty \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۴)

www-karnoon-ir

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x^۳-۲)-(۶)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۳-۸}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)}{x-۲}=۱۲$$

(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره) (۰/۵ نمره)

معادلهٔ خط مماس بر $f(x)$ در $x=۲$: $\begin{cases}\text{شیب خط مماس: } f'(۲)=۱۲\to m=۱۲\\ \text{یکی از نقاط روی خط: } f(۲)=۶\Rightarrow A(۲,۶)\end{cases}$

$\Rightarrow y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y=۱۲x-۱۸$ (۰/۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۷۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۰/۷۵ نمره)

خط مماس بر $f(x)$ در نقطهٔ $x=a$: $y-f(a)=f'(a)(x-a)$ (۰/۲۵ نمره)

$$A\begin{vmatrix}a=۳\\ f(a)=۷\end{vmatrix}\qquad m=f'(a)=۶$$

$\Rightarrow y-۷=۶(x-۳)\Rightarrow y=۶x-۱۱$ خط مماس بر $f(x)$ در نقطهٔ $x=۳$ (۰/۲۵ نمره)

$B(x_B,y_B)\Rightarrow x_B=۴\Rightarrow y_B=۲۴-۱۱=۱۳$ (۰/۲۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۰/۵ نمره)

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\sqrt[۳]{۱+h-۱}-۰}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\sqrt[۳]{h}}{h}=+\infty$$

(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحهٔ ۷۱)