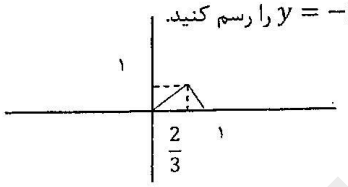
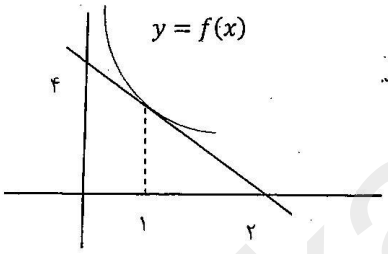
آزمون‌های پایانی نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳			
سوالات آزمون درس ریاضی	تعداد صفحه: ۲	معاونت اداره کل و مدیریت آموزش و پرورش شهرستان گنبدکاووس	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید بهشتی	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۸	نام و نام خانوادگی:		شماره کلاس: .....

ردیف	متن سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) هرتابع وارون پذیر، اکیداً یکنوا می باشد. ب) درناحیه چهارم $\sin \propto < \tan \propto$ می باشد.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. الف) اگر دامنه تابع $y = f_{(x)}$ به صورت بازه $[-1$ و $2]$ باشد دامنه تابع $y = 3 - 2\,f(2\,x - 1)$ برابر ..... است. ب) نمودار وارون تابع $y = f(x) = x^3 - 1$ از ناحیه ..... نمی گذرد.	۱
۳	نمودار تابع $y = f_{(x)}$ به صورت زیر است نمودار $y = -2\,f(x/3) - 1$ را رسم کنید. 	۱/۵
۴	نمودار $y = 1 - \log_2(x + 2)$ را رسم کنید و یکنوائی آن را بیان کنید.	۲
۵	اگر $f_{(x)} = \sqrt{4 - x}$ و $g_{(x)} = \frac{x}{x-2}$ باشد $fog(x)$ و D_{fog} را بدست آورید.	۲
۶	ضابطه وارون تابع $f_{(x)} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۷	اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ باشد $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ را رسم کنید.	۱/۵
۸	معادلات زیر را حل کنید. الف) $\tan x + \cot x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ب) $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$	۲

www.kanoon.ir

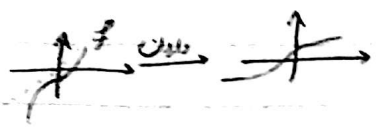
۹	حدهای زیر را حل کنید. الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-1}$ ب) $\lim_{x\to 0^+} \frac{[x^2]-[x]^2}{x^2+x}$ ج) $\lim_{x\to \frac{3\pi^+}{4}} \frac{1}{\sin x+\cos x}$	۳
۱۰	اگر $\lim_{x\to+\infty} \frac{a(2x-1)^2+b(x+3)^2}{8x+10} = -7$ باشد $a.b$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۱	به کمک تعریف، مشتق تابع $f_{(x)} = x^2 + x$ را در نقطه $x = 2$ بدست آورید.	۱/۵
۱۲	در شکل زیر نمودار $y = f_{(x)}$ و خط مماس روی آن مشخص است . الف) $f'(1)$ را محاسبه کنید. ب) اگر $y=f(x^3 - 2x)$ باشد. $y'(1)$ را بدست آورید. 	۱/۵

www-kanoon-ir

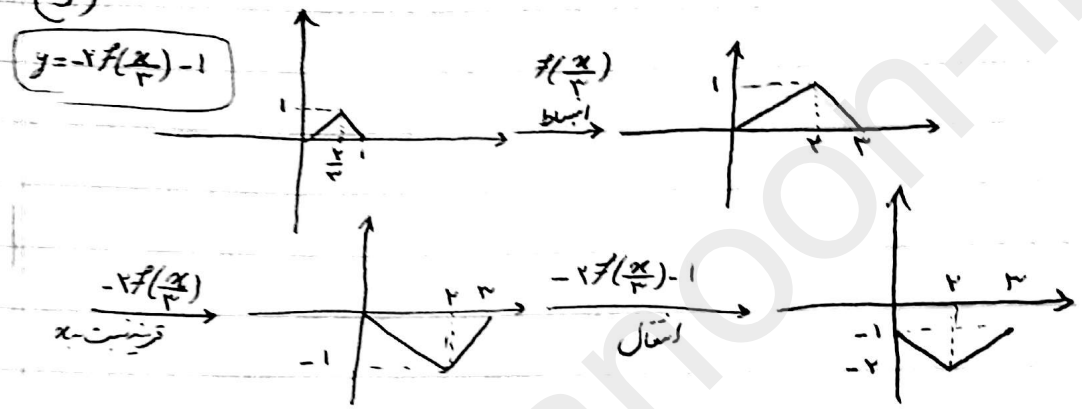
(1) الف) درست ب) نادرست

(2) الف) $x \in [-1,2] \Rightarrow 2x-1 \in [-1,2] \Rightarrow -1 \le 2x-1 \le 2 \Rightarrow 0 \le x \le 1.5$

ب) ناحیه چهارم

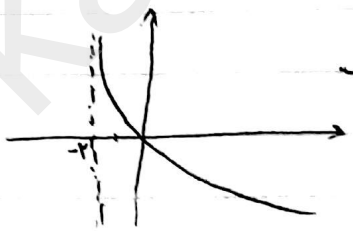


(3) $y=-2f(\frac{x}{2})-1$



(4) $y=1-\log_2(x+2)$ ← (-2) نقطه‌ی برابری با نمایی قائم

نقطه $x=0$ هم در مبدا مختصات قرار می‌گیرد.



اکیدا نزولی است

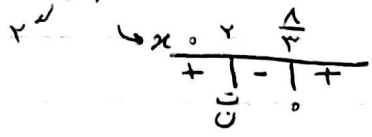
(5) $fog(x) = f(g(x)) = f(\frac{x}{x-2}) = \sqrt{4-\frac{x}{x-2}} = \sqrt{\frac{3x-8}{x-2}}$

$D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \Rightarrow$ $D_g \to x \neq 2$

$D_f \Rightarrow g(x) \le 4 \Rightarrow \frac{x}{x-2} \le 4$

$\Rightarrow \frac{3x-8}{x-2} \ge 0 \Rightarrow (-\infty,2) \cup [\frac{8}{3},+\infty)$

نتیجه $\Rightarrow D_{fog} = (-\infty,2) \cup [\frac{8}{3},+\infty)$



www.karnoon.ir

Scanned with CamScanner

(6) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow y=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow y^2=\frac{x^2}{1+x^2} \Rightarrow \frac{1}{y^2}=\frac{1+x^2}{x^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{y^2}=\frac{1}{x^2}+1 \Rightarrow \frac{1}{x^2}=-1+\frac{1}{y^2} \Rightarrow x^2=\frac{y^2}{1-y^2} \Rightarrow x=\frac{\pm y}{\sqrt{1-y^2}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

---

(7) $\sin x-\cos x=\frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x=\frac{1}{9} \Rightarrow \sin x\cos x=\frac{4}{9}$

$(\sin^2 x+\cos^2 x)^2=\sin^4 x+\cos^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x \Rightarrow 1-2\sin^2 x\cos^2 x=\sin^4 x+\cos^4 x$

$=1-2\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{81-32}{81}=\frac{49}{81}$

$\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin^3 x+\cos^3 x}=\frac{(\sin^2 x+\cos^2 x)(\sin^2 x+\cos^2 x-\sin^2 x\cos^2 x)}{\sin^3 x+\cos^3 x}=\frac{\frac{49}{81}-\frac{16}{81}}{\frac{49}{81}}=\frac{33}{49}$

---

(8) $\tan x+\cot x=\frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan x+\frac{1}{\tan x}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (الف

$\times\tan x \Rightarrow \tan^2 x-\frac{4\sqrt{3}}{3}\tan x+1=0 \Rightarrow \tan x=\frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}\pm\sqrt{\frac{16}{3}-4}}{2}$

$(+) \Rightarrow \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2}=\sqrt{3}$

$(-) \Rightarrow \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

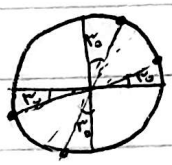
$\Leftarrow x=60^\circ \text{ یا } x=30^\circ$

(ب $\cos^2 x+\cos x+1=0 \Rightarrow 2\cos^2 x-1+\cos x+1=0 \Rightarrow 2\cos^2 x+\cos x=0$

$\Rightarrow \cos x(2\cos x+1)=0$

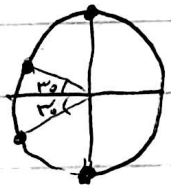
$\cos x=0$ یا $\cos x=-\frac{1}{2}$

جواب های الف روی دایره مثلثاتی ←



$k\pi+\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{\pi}{3}$

جواب های ب روی دایره مثلثاتی ←



$k\pi+\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\pi\pm\frac{\pi}{6}$

---

(9) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(x+1)}=\frac{1}{4}$ (الف

(ب $\lim_{x\to 0^+}\frac{[x^2]-[x]^2}{x^2+x}\overset{x\to 0^+}{=}\lim\frac{0-0}{x(x+1)}=0$ ← صفر مطلق است.

www.Kanoon.ir

Scanned with CamScanner

(9) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}^+} \frac{1}{\sin x+\cos x} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}^+} \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}+(-\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ ج)



(10)

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{a(2x+1)^2+b(x+3)^2}{8x+10} = -7 \Rightarrow \text{ضریب } x^2 = 0$$

$a\times 2x^2 + b\times x^2 = 0 \Rightarrow b = -2a$

$$\frac{\text{ضریب } x}{8} = -7 \Rightarrow \text{ضریب } x = -56$$

$-28x + 4bx \Rightarrow 4b - 2a = -56$, $b = -2a$ $\rightarrow -8b = -56 \Rightarrow b = -1$, $a = 2$ $\Rightarrow a.b = -14$

(11) $f(x) = x^2+x$ تعریف شده در نقطه $x=2$ $\Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{(x+3)(x-2)}{x-2} = x+3 = 5$$

(12) $f'(1) \Rightarrow$ شیب خط مماس در $x=1$ $\Rightarrow \frac{0-2}{2-0} = -2$ الف)

$y = f(x^3-2x) \Rightarrow y'(1) = f'(x^3-2x)\times(3x^2-2) = f'(-1)$ ب)