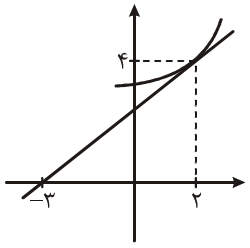
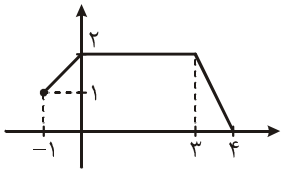
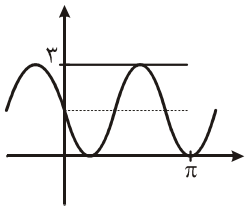
شماره :	**بسمه تعالی** **اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره آموزش و پرورش منطقه ٦** **دبیرستان ماندگار البرز** **سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳**	**نام درس: ریاضی ۳ دوازدهم**	نمره با عدد:
نام و نام خانوادگی:		**تاریخ آزمون:** ۱۴۰۳/۱۰/۱۱	نمره با حروف:
		زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
کلاس رشته : تجربی		**نام دبیر: آقای**	**امضاء دبیر**
		تعداد صفحه: ۲ صفحه	

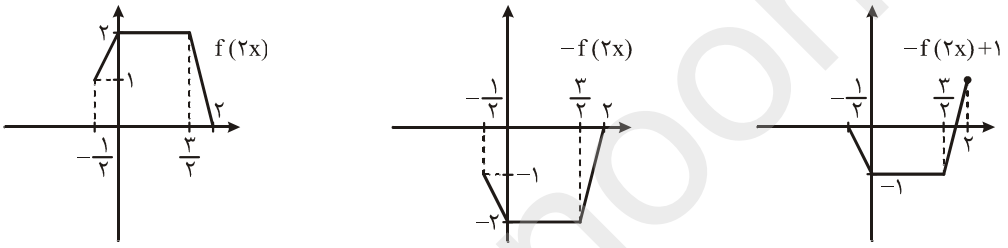
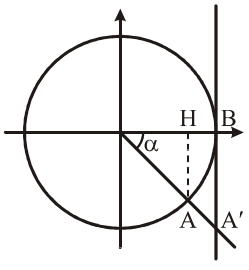
ردیف	شرح سوال	بارم
۱	**درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.** **الف) به ازای هر $x \in D_{f^{-1}}$ داریم: $(fof^{-1})(x) = x$** **ب) اگر به ازای هر x عضو دامنهٔ تابع $f(x)$ داشته باشیم $f(x+8) = f(x)$؛ آن‌گاه دورهٔ تناوب تابع برابر ۸ است.** **پ) فرض کنید $\lim_{x\to a} f(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x\to a} g(x) = 0$. اگر L [۰ باشد؛ آن‌گاه: $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$.** **ت) تابع $f(x) = [x]$ در $x = 0$ مشتق راست دارد.** **ث) اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد؛ دامنهٔ تابع $f'(x)$ برابر $\mathbb{R} - \{0\}$ است.** **ج) نقطهٔ به طول c، نقطهٔ بحرانی تابع است؛ هرگاه $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد.**	۱/۵
۲	**جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب پر کنید.** **الف) تابع $y = x^2 - \lvert x \rvert$، در بازهٔ $(-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر ..... است.** **ب) دورهٔ تناوب تابع $f(x) = \tan(2x) + 1$ برابر ..... است.** **پ) باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + 2x + 2$ بر دوجمله‌ای $x + 2$ برابر ..... است.** **ت) بازهٔ $(2,5)$، یک همسایگی ..... $x = 2$ است.** **ث) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = -2$ باشند؛ آن‌گاه حاصل $(2f - g)'(1)$ ..... است.** **ج) در یک بازه از دامنهٔ f، اگر مقدار f' ..... و ..... باشد، آن‌گاه f در آن بازه اکیداً صعودی است.**	۱/۵
۳	**گزینه درست را در سوال زیر انتخاب کنید. (نیازی به نوشتن راه حل نیست.)** **خط d بر منحنی تابع $y = f(x)$ در نقطهٔ $(2,4)$ مماس است. مقدار $\lim_{x\to 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x - 2}$ در کدام گزینه آماده است؟**  ۱) $\frac{27}{5}$ ۲) $\frac{2}{7}$ ۳) $\frac{32}{5}$ ۴) $\frac{3}{7}$	۱
۴	**اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر باشد. نمودار تابع $y = -f(2x) + 1$ را رسم کنید.** 	۱/۵

www-kanoon-ir

۵	ضابطه، دامنه و برد تابع وارون تابع $f(x)=x^2+4x$ را روی بازهٔ $(-\infty,-2)$ بیابید.	۱/۲۵
۶	اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=\frac{2}{x+1}$؛ آن‌گاه ضابطه و دامنهٔ تابع $(fog)(x)$ را بیابید. (برای محاسبهٔ دامنه از ضابطهٔ fog استفاده نکنید.)	۱/۵
۷	با توجه به محورهای سینوس و تانژانت در بازهٔ $(\frac{3\pi}{2},2\pi)$؛ مقادیر $\sin$ و $\tan$ را مقایسه کنید.	۰/۷۵
۸	نمودار تابع $f(x)=a\sin(bx)+c$ به شکل زیر است. مقادیر a، b و c را بیابید. 	۱
۹	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\sin 3x-\sin x=0$ ب) $\cos 2x=1-\sqrt{2}\sin x$	۱/۵
۱۰	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2+2x-4}{x^2-1}=$ ب) $\lim_{x\to -8}\frac{2x+16}{\sqrt[3]{x}+2}=$ پ) $\lim_{x\to \frac{1}{2}^+}\frac{2x^2+x-1}{4x^2-4x+1}=$ ت) $\lim_{x\to -\infty}\frac{x-\sqrt{4x^2+1}}{3x+5}=$	۲
۱۱	مشتق چپ تابع $f(x)=\sqrt{x^4-2x^2+1}$ در $x=1$ را بیابید.	۱
۱۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=\frac{(3x^2-x+2)^5}{\sqrt{7x-1}}$ ب) $g(x)=\sqrt{\frac{2x-1}{x+5}}$	۱/۵
۱۳	اگر $(fog)(x)=x^2+x+1$ و $g(x)=5x-2$؛ آن‌گاه مقدار $f'(3)$ را بیابید.	۰/۷۵
۱۴	در کدام نقطه از تابع $f(x)=x^3-3x$؛ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع یا آهنگ متوسط آن روی بازهٔ $[0,3]$ برابر است؟	۰/۷۵
۱۵	با تشکیل جدول تغییرات تابع $g(x)=\frac{1}{x^2+1}$؛ مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است و مختصات نقطهٔ اکسترمم نسبی و نوع آن راتعیین کنید.	۱/۵
۱۶	طول نقاط بحرانی تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2-2x}$ را بیابید.	۱
	جمع بارم	۲۰

www-kanoon-ir

شماره :	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ٦ **دبیرستان ماندگار البرز** **سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳**	**نام درس:** ریاضی ۳ دوازدهم **تاریخ آزمون:** ۱۴۰۳/۱۰/۱۱ **زمان امتحان:** ۱۲۰ دقیقه **نام دبیر:** آقای **تعداد صفحه:** ۲ صفحه	نمره با عدد: نمره با حروف: **امضاء دبیر**
نام و نام خانوادگی:			
کلاس : رشته : تجربی			

ردیف	کلید و پاسخ‌نامه سوال‌ها	بارم
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست ث) درست ج) نادرست	۱/۵
۲	الف) صفر ب) $\frac{\pi}{۲}$ پ) ۲ ت) راست ث) ۴ ج) موجود و مثبت	۱/۵
۳	گزینهٔ «۳»	۱
۴	 (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)	۱/۵
۵	$f(x)=x^۲+۴x \to y=(x+۲)^۲-۴ \to y+۴=(x+۲)^۲ \to \sqrt{y+۴}=\lvert x+۲\rvert$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{x<-۲} \sqrt{y+۴}=-x-۲ \to x=-\sqrt{y+۴}-۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $f^{-۱}(x)=-\sqrt{x+۴}-۲ \Rightarrow \begin{cases} D_{f^{-۱}}=(-۴,+\infty) & (۰/۲۵) \\ R_{f^{-۱}}=(-\infty,-۲) & (۰/۲۵) \end{cases}$	۱/۲۵
۶	$D_f=\{x \geq ۱\}$ $D_g=\{x \neq -۱\}$ (۰/۲۵) $fog(x)=\sqrt{\frac{۲}{x+۱}-۱}$ (۰/۵) $D_{fog}=\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}=\{x \neq -۱ \cap \frac{۲}{x+۱} \geq ۱\}$ $=\{x \neq -۱ \cap \frac{-x+۱}{x+۱} \geq ۰\}=\{x \neq -۱ \cap -۱ < x \leq ۱\}=\{-۱ < x \leq ۱\}$ (۰/۷۵)	۱/۵
۷	 $A'B > AH \to \lvert\tan\alpha\rvert > \lvert\sin\alpha\rvert$ $\to \tan\alpha < \sin\alpha$ (۰/۷۵)	۰/۷۵

www-kanoon-ir

۸ — **۱**

$$y_{max} = |a| + c = ۳ \\ y_{min} = -|a| + c = ۰ \rightarrow \begin{cases} |a| = \frac{۳}{۲} \rightarrow a = \pm\frac{۳}{۲} & (۰/۲۵) \\ c = \frac{۳}{۲} & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\frac{۵T}{۴} = \pi \rightarrow T = \frac{۴\pi}{۵} \rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۴\pi}{۵} \rightarrow |b| = \frac{۵}{۲} \rightarrow f(x) = \frac{۳}{۲}\sin(\frac{-۵}{۲}x) + \frac{۳}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

یا

$$f(x) = -\frac{۳}{۲}\sin(\frac{۵}{۲}x) + \frac{۳}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

۹ — **۱/۵**

الف) $\sin ۳x = \sin x \rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x \rightarrow x = k\pi \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \end{cases}$ (۰/۷۵)

ب) $\cos ۲x = ۱ - \sqrt{۲}\sin \rightarrow ۱ - ۲\sin^۲ x = ۱ - \sqrt{۲}\sin x \rightarrow ۲\sin^۲ x - \sqrt{۲}\sin x = ۰$

$$\rightarrow ۲\sin x(\sin x - \frac{\sqrt{۲}}{۲}) = ۰ \rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{۴} \rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$$

یا

$$x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \quad (۰/۷۵)$$

۱۰ — **۲**

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{(\cancel{x-۱})(x^۲+۲x+۴)}{(\cancel{x-۱})(x+۱)} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{x^۲+۲x+۴}{x+۱} = \frac{۷}{۲}$ (۰/۵)

ب) $\lim\limits_{x\to -۸} \frac{۲(x+۸)}{(\sqrt[۳]{x}+۲)} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴}{\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴} = \lim\limits_{x\to -۸} \frac{۲(\cancel{x+۸})(\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴)}{\cancel{x+۸}} = ۲(۴+۴+۴) = ۲۴$ (۰/۵)

پ) $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}^+} \frac{۲x^۲+x-۱}{۴x^۲-۴x+۱} = \lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}^+} \frac{(۲x-۱)(x+۱)}{(۲x-۱)^۲} = \lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}^+} \frac{x+۱}{۲x-۱} = +\infty$ (۰/۵)

ت) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x-\sqrt{۴x^۲+۱}}{۳x+۵} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x-\sqrt{۴x^۲}}{۳x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x-|۲x|}{۳x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x+۲x}{۳x} = ۱$ (۰/۵)

۱۱ — **۱**

$$f'_-(۱) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{\sqrt{x^۴-۲x^۲+۱}-۰}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{\sqrt{(x^۲-۱)^۲}}{x-۱}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$= \lim_{x\to ۱^-} \frac{|x^۲-۱|}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{-(x^۲-۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} -(x+۱) = -۲ \quad (۰/۲۵)$$

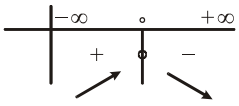
(۰/۲۵)

۱۲ — **۱/۵**

الف) $$f'(x) = \frac{۵(۳x^۲-x+۲)^۴(۶x-۱)\sqrt{۷x-۱} - \frac{۷}{۲\sqrt{۷x-۱}}(۳x^۲-x+۲)^۵}{۷x-۱}$$ (۰/۷۵)

ب) $$g'(x) = \frac{\frac{۲(x+۵)-(۲x-۱)}{(x+۵)^۲}}{۲\sqrt{\frac{۲x-۱}{x+۵}}}$$ (۰/۷۵)

www.kanoon.ir

۰/۷۵	$(fog)(x) = x^{۲} + x + ۱ \rightarrow g'(x).f'(g(x)) = ۲x + ۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۵x - ۲ = ۳ \rightarrow x = ۱ \rightarrow g'(۱) \times f'(g(۱)) = ۳$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۵ \times f'(۳) = ۳ \rightarrow f'(۳) = \frac{۳}{۵}$ (۰/۲۵)	۱۳
۰/۷۵	$f'(x) = ۳x^{۲} - ۳$ $\frac{f(۳) - f(۰)}{۳ - ۰} = \frac{(۲۷ - ۹) - ۰}{۳} = ۶$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۳x^{۲} - ۳ = ۶$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۳x^{۲} = ۹ \rightarrow x^{۲} = ۳$ $\rightarrow x = \pm\sqrt{۳} \rightarrow x = \sqrt{۳}$ (۰/۲۵)	۱۴
۱/۵	$f'(x) = \frac{۰ - ۲x(۱)}{(x^{۲} + ۱)^{۲}} = \frac{-۲x}{(x^{۲} + ۱)^{۲}} = ۰$ (۰/۵) $\rightarrow x = ۰$  (۰/۵) نقطهٔ (۰,۱) ماکزیمم نسبی، تابع روی بازهٔ $[-\infty, ۰)$ اکید صعودی و روی بازهٔ $(۰, +\infty]$ اکید نزولی است. (۰/۵)	۱۵
۱	$f'(x) = \frac{۲x - ۲}{۳\sqrt[۳]{(x^{۲} - ۲x)^{۲}}} = ۰$ (۰/۵) $\rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x^{۲} - ۲x = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲ \end{cases} \end{cases}$ نقاط بحرانی تابع {۰,۱,۲} هستند. (۰/۵)	۱۶
۲۰	**جمع بارم**	