Kanoon.ir

**شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید.**

**برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.**




***تمرین بیشتر نمونه سوالات امتحانی با کتاب های پرتکرار***

***همین حالا جایزه خود را دریافت کنید.***

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

کد اجرا: نامشخص | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۸

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۳۶ دقیقه

نام آزمون: ریاضی۳

هیأت امنایی شهید رجایی

شهید رجایی

۱ – درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

**الف** تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.

۲ – درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

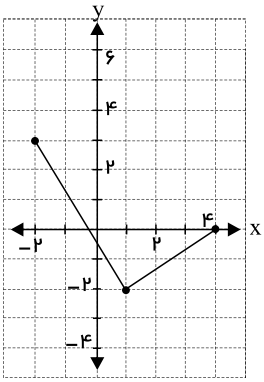
**الف** برد تابع $f(x)=\tan x$ برابر بازهٔ $[-۱,۱]$ است.

۳ – درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع $y=-۳\cos(\pi x)+۲$ برابر با یک است.

ب) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

۴ – نمودار تابع $f$ به‌صورت روبه‌رو است:




الف) نمودار تابع $g(x)=۲f(x-۱)$ را رسم کنید.

ب) دامنهٔ تابع $g$ را به دست آورید.

۵ – نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$y=x^{۳}-۶x^{۲}+۱۲x-۹$

۶ – اگر $f=\{(۰,-۱),(۵,۹),(۳,۷),(-۲,۴)\}$ و $g=\{(۱,۲),(۳,-۱),(۹,۰),(-۱,۴),(۷,۷)\}$، تابع $gof$ را در صورت وجود بنویسید.

۷ – اگر $f(x)=۷-۴x^{۲}$ و $g(x)=\sqrt{x+۳}$ باشد:

الف) دامنهٔ تابع $fog$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(gof)(۱)$ را محاسبه کنید.

۸ – الف) فرض کنید تابع $f$ در یک بازه اکیداً نزولی باشد و $a$ و $b$ متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a)\le f(b)$ نشان دهید که $a\ge b$.

ب) اگر $\frac{۱}{۶۴}\le(\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}$، حدود $x$ را به دست آورید.

۹ – ضابطهٔ وارون تابع $g(x)=-۵-\sqrt{۳x+۱}$ را به دست آورید.

۱۰ – نشان دهید توابع $f(x)=۳x-۴$ و $g(x)=\frac{x+۴}{۳}$ وارون یکدیگرند.

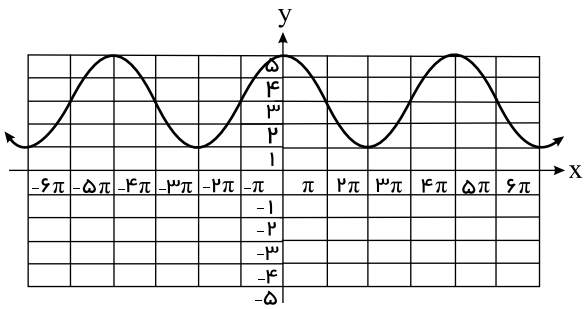
۱۱ – معادلهٔ مثلثاتی $\cos x(۲\cos x-۹)=۵$ را حل کنید.

۱۲ – دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$y=\sqrt{۳}-\cos\frac{\pi}{۲}x$

www-kanoon.ir

**۱۳ - نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطهٔ $y = a\cos bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطهٔ آن را مشخص کنید.**




www-kanoon-ir

# پاسخنامه تشریحی

۱ -

**الف** درست

۲ -

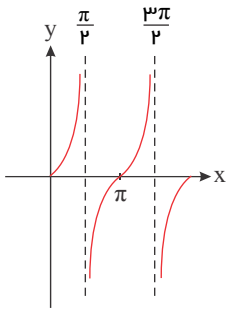
**الف** نادرست

۳ - الف) نادرست - می‌دانیم تابع $y = a\cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ است. پس داریم:

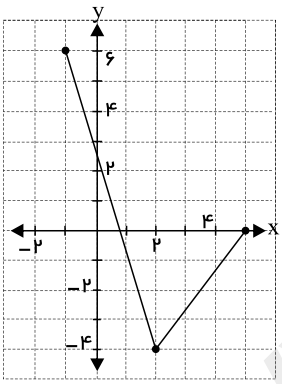
مقدار مینیمم $= -|-۳| + ۲ = -۱$

ب) نادرست

زیرا همان‌طور که در شکل مشخص است تابع تانژانت در یک دورهٔ تناوب خود صعودی است، نه در دامنه.




۴ - الف)

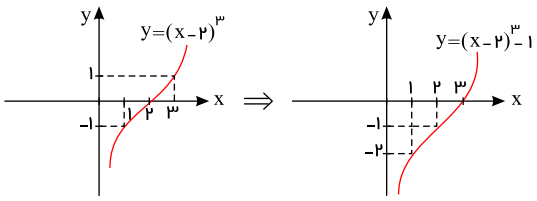



ب) $[-۱ , ۵]$

۵ - با تشکیل اتحاد مکعب دوجمله‌ای یعنی $(a-b)^۳ = a^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۳$ داریم:

$$y = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۹ = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸ - ۱ = (x-۲)^۳ - ۱$$

برای رسم $y = (x-۲)^۳ - ۱$ باید $y = x^۳$ را دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.




۶ -

$$gof = \{(۰ , ۴) , (۳ , ۷) , (۵ , ۰)\}$$

۷ - الف)

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۳, +\infty) | \sqrt{x+۳} \in R\} = [-۳, +\infty)$$

www-kanoon-ir

ب)

$(gof)(۱) = g(۳) = \sqrt{۶}$

۸ - الف)

برهان خلف: اگر $a \geq b$ برقرار نباشد، آنگاه $a < b$ است و چون $f$ اکیداً نزولی است، داریم:

$$a < b \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} f(a) > f(b)$$

نتیجهٔ $f(a) > f(b)$ خلاف فرض است، زیرا طبق فرض $f(a) \leq f(b)$ است، پس باید $a \geq b$ باشد.

ب)

می‌دانیم تابع $f(x) = (\frac{۱}{۲})^x$ اکیداً نزولی است، یعنی برای دو مقدار $a$ و $b$ داریم:

$$(\frac{۱}{۲})^a \leq (\frac{۱}{۲})^b \Rightarrow a \geq b$$

حال برای حل نامعادلهٔ داده‌شده داریم:

$$(\frac{۱}{۲})^{۳x-۲} \leq \frac{۱}{۶۴} \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۳x-۲} \leq (\frac{۱}{۲})^۶ \Rightarrow ۳x - ۲ \geq ۶ \Rightarrow x \geq \frac{۸}{۳}$$

۹ -

$$y = -۵ - \sqrt{۳x+۱} \rightarrow \sqrt{۳x+۱} = -۵ - y \rightarrow ۳x + ۱ = ۲۵ + y^۲ + ۱۰y \rightarrow ۳x = y^۲ + ۱۰y + ۲۴ \rightarrow x = \frac{y^۲ + ۱۰y + ۲۴}{۳}$$

$$\rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{y^۲ + ۱۰x + ۲۴}{۳}$$

۱۰ - می‌دانیم که $fof^{-۱}(x) = x$ و $f^{-۱}of(x) = x$ است.

$$fog(x) = f(g(x)) = ۳(\frac{x+۴}{۳}) - ۴ = x + ۴ - ۴ = x$$

$$gof(x) = g(f(x)) = \frac{۳x - ۴ + ۴}{۳} = \frac{۳x}{۳} = x$$

بنابراین دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ وارون یکدیگرند.

۱۱ -

$$\cos x(۲\cos x - ۹) = ۵ \rightarrow ۲\cos^۲ x - ۹\cos x - ۵ = ۰ \xrightarrow{\cos x = A} ۲A^۲ - ۹A - ۵ = ۰ \rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = ۸۱ + ۴۰ = ۱۲۱$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۹ + ۱۱}{۴} = ۵ \rightarrow \cos x = ۵ & \text{(امکان ندارد)} \\ A = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۹ - ۱۱}{۴} = -\frac{۱}{۲} \rightarrow \cos x = -\frac{۱}{۲} = \cos(\pi - \frac{\pi}{۳}) = \cos\frac{۲\pi}{۳} \xrightarrow{\cos x = \cos\alpha \rightarrow x = ۲k\pi \pm \alpha} x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۱۲ - دورهٔ تناوب تابع $y = a\cos bx + c$ برابر $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ است.

$$T = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}} = ۴$$

$$Max = |a| + c = |-۱| + \sqrt{۳} = ۱ + \sqrt{۳}$$

$$Min = -|a| + c = -|-۱| + \sqrt{۳} = -۱ + \sqrt{۳}$$

۱۳ -

$$c = \frac{۵ + ۱}{۲} = ۳$$

$$|a| = \frac{۵ - ۱}{۲} = ۲ \, , a > ۰ , a = ۲$$

$$\Rightarrow \text{دوره تناوب} : T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow ۴\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{۲\pi}{۴\pi} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow y = ۲\cos(\frac{x}{۲}) + ۳ \quad \text{یا} \quad y = ۲\cos(-\frac{x}{۲}) + ۳$$

www-kanoon-ir