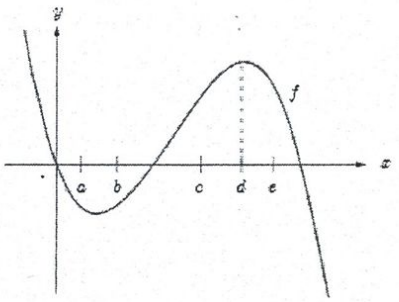
محمد آرین سعیدی دندانپزشکی تهران رتبه ۱۶۰ منطقه ۱ معدل برتر امتحانات نهایی نام دبیر : البرزی پایه :دوازدهم رشته :تجربی	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان همدان اداره آموزش و پرورش ناحیه دو دبیرستان: استعدادهای درخشان علامه حلی ۲ سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۲ نوبت:اول سؤالات درس :ریاضی ۳	تاریخ امتحان :۱۴۰۳/۱۰/۸ مدت پاسخگویی : ۹۰ دقیقه نام طراح سؤال : محمد البرزی تعداد سؤالات:۱۳سؤال در۴ صفحه استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

ردیف	صفحه اوّل سؤالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را مشخص کنید . الف) تابع ثابت در یک بازه هم صعودی است هم نزولی درست ب) نمودار تابع $y=x^3$ در بازه$[0,1]$ پایین تر از نمودار تابع $y=x^2$ قرار دارد. درست ج) تابع تانژانت در دامنه تعریفش همواره صعودی است. نادرست د) از نظر هندسی مشتق تابع در یک نقطه برابر شیب خط مماس بر منحنی تابع در آن نقطه است درست	۱
۲	جاهای خالی را با اعداد ، کلمات یا جملات مناسب پر کنید. الف) دوره تناوب تابع $y=-2\sin\left(\frac{-x}{5}\right)+1$ برابر ۱۰π.....است. ب) حد تابع $f(x)=\frac{2x-\lvert x\rvert}{\sqrt{9x^2+5x-1}}$ وقتی $x\to-\infty$ برابر-۱.....است. ج) حد تابع $f(x)=\frac{x+x^2}{x^2}$ وقتی $x\to0^-$ برابر-∞.....است. د) مقدار ماکزیمم و می نیمم تابع $y=-3+\frac{1}{5}\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ برابر-۲٫۸..... و-۳٫۲..... است.	۲
۳	الف) نشان دهید چند جمله ای $f(x)=x^3+5x^2-4x-20$ بر $x+2$ بخش پذیراست.ب) ،تابع $f(x)$ در چه نقاطی محور طولها را قطع می کند. $x^3+5x^2-4x-20 \mid x+2$ x^3+2x^2 $3x^2-4x-20$ $3x^2+6x$ $-10x-20$ $0\ \ 0$ باقی مانده صفرشد $\Rightarrow f(x)=(x+2)(x^2+3x-10)$ $f(x)=0\to(x+2)(x-2)(x+5)=0$ $\to \begin{cases} x=-2 \\ x=2 \end{cases}$ $x=-5$	۱
۴	حاصل $\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{6}\right)^+}\frac{\cos 2x}{1-2\sin x}$ ، کدام است؟(نوشتن راه حل الزامی است) ۱) $-\infty$ ۲) -1 ۳) صفر ۴) $+\infty$ $\cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ $\sin\left(\frac{\pi}{6}^+\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^+\to 1-2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)^+=0^-\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}}{0^-}$ 1^+	۱

www.kanoon.ir

۱۲ با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر ، نقاط به طول های e, d, c, b, a را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید. ۱



x	$f'(x)$
d	۰
b	۰/۵
c	۲
a	-۰/۵
e	-۲

۱۳ معادلات خط مماس و قائم بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{3x+7}$ ، در نقطه ای به طول $x = -2$ را بیابید. ۱/۵
(شیب خط مماس را به کمک تعریف مشتق بیابید.)

$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \xrightarrow{a=-2} \lim \frac{\sqrt{3x+7} - 1}{x+2} \times$ مزدوج

$f(-2) = 1$

$\to \lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{3x+7} - 1}{x+2} \times \frac{(\sqrt{3x+7} + 1)}{(\sqrt{3x+7} + 1)} \to \frac{3x+7-1}{(x+2) \times 2} = \frac{3(x+2)}{2(x+2)}$

$\to f'(-2) = \frac{3}{2}$

$f(-2) = 1 \Rightarrow (-2, 1)$

$y = ax + b \to 1 = \frac{3}{2}(-2) + b$

$(-2, 1)$

شیب $= \frac{3}{2}$

$\to b = 2$

$\to y = \frac{3}{2}x + 2$

www.kanoon.ir

صفحه سوم سؤالات

۹ جواب های کلی معادلات مثلثاتی زیر را بیابید؟ **۲**

الف) $\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

$\begin{cases} 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4}-x \rightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{2k\pi}{3} \\ 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{4}+x \rightarrow x=\pi+2k\pi \end{cases}$

ب) $4\sin(3x)\cos(3x)=1$

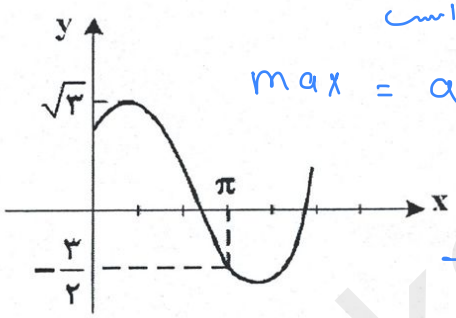
$\rightarrow 2\sin 6x=1$

$\rightarrow \sin 6x=\frac{1}{2}$

$\rightarrow \begin{cases} 6x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \\ 6x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6} \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x=\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{36} \\ x=\frac{k\pi}{3}+\frac{5\pi}{36} \end{cases}$

۱۰ شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y=a+b\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ است،ضابطه تابع را بیابید **۲**



نمودار Sin است پس b + است

$\max = a+|b|=\sqrt{3}$

$-\frac{3}{2}=a+b\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$\rightarrow \begin{cases} a-\frac{\sqrt{3}}{2}b=-\frac{3}{2} \\ a+b=\sqrt{3} \end{cases}$

$a=12-6\sqrt{3}$

$\rightarrow b=9\sqrt{3}-12$

۱۱ حدود زیر را محاسبه کنید. **۲**

الف) $\lim_{x\to(-2)^-}\frac{-3x}{x^2-4}$

$\frac{-3x}{(x-2)(x+2)}=\frac{-6}{-4\times(0^-)}$

$\rightarrow -\infty$

ب) $\lim_{x\to 5}\frac{2-\sqrt{x-1}}{x^2-6x+5}$ × مزدوج صورت

$\frac{(2-\sqrt{x-1})}{(x-1)(x-5)}\times\frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}}$

$\frac{4-x+1}{(x-1)(x-5)}\times\frac{1}{4}$

$\rightarrow\frac{-(x-5)}{(x-1)(x-5)4}=\frac{-1}{16}$

ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x^2+1}+\sqrt{x^2+1}-x^2}{x}$

$\frac{x^2+|x|-x^2}{x}$

$\rightarrow \lim\frac{|x|}{x}\Rightarrow -1$

$x\to-\infty$

www-kanoon-ir

	صفحه دوّم سؤالات	
۵	هر گاه $f(x)=x+\sqrt{x^2+4}$ باشد، آنگاه حاصل $f^{-1}(x)\times f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ را بیابید؟	۱/۵
۶	اگر $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\frac{2-x}{x+1}$ باشند دامنه ، ضابطه و برد تابع gof کدام است؟	۱/۵
۷	تابع با ضابطه $f(x)=\frac{ax-\sqrt[3]{x^2-1}}{4x^n-12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x\to\infty} f(x)=\frac{1}{4}$ باشد، آنگاه $\lim_{x\to 3} f(x)$ را بیابید؟	۲
۸	اگر $f(x)=\sqrt{ax^2+x+1}$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x+2}=\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x\to(-1)^-}\left[\frac{1}{x}\right]f(x)$ چقدر است؟	۱/۵

۵

$f(x)\to y=x+\sqrt{x^2+4}\to y-x=\sqrt{x^2+4}\to y^2-2xy+x^2=x^2+4$

$\to y(y-2x)=4\to x=\frac{y}{2}-\frac{2}{y}\to f^{-1}(x)=\frac{x}{2}-\frac{2}{x}$

$\to f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{2x}-2x \Rightarrow \left(\frac{x}{2}-\frac{2}{x}\right)\left(\frac{1}{2x}-2x\right)=\frac{1}{4}+4-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$

۶

$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$

$D_f\to x>0\to[0,+\infty)$

$D_g\to x+1\neq 0\to x\neq -1$

$[0,+\infty)$ $\sqrt{x}\neq -1 \Rightarrow$ همواره برقرار است

$\to D_{gof}:[0,+\infty)$

۷

حاصل حد صورت و مخرج برابر است: بیشترین توان صورت و مخرج برابر شده پس

بیشترین توان صورت $=1$

بیشترین توان مخرج $=n$ $\to n=1 \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{ax}{4x}=\frac{1}{4}\Rightarrow a=\frac{2}{3}$

$\lim_{x\to 3}\frac{\frac{2}{3}x-\sqrt[3]{x^2-1}}{4x-12}\times\frac{\left(\frac{2}{3}x\right)^2+\frac{2}{3}x\sqrt[3]{x^2-1}+\left(\sqrt[3]{x^2-1}\right)^2}{12}=\frac{\frac{8}{27}x^3-x^2+1}{48(x-3)}=\frac{1}{24}$

حاصل جواب اتای چاق صورت

۸

$[\frac{1}{x}]\times\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x+1}=-1\times\frac{1}{2}$

$\to(-1)^-$

$\frac{\sqrt{a}\,|x|}{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{a}=\frac{1}{2}\to a=\frac{1}{4}$

$\to+\infty$

$-\frac{1}{2}$