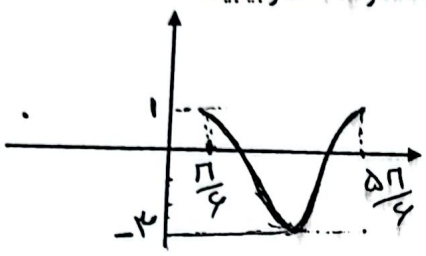
نام و نام خانوادگی :	به نام خدا	نام دبیر :
نام درس : ریاضی پایه : دوازدهم رشته : تجربی تعداد صفحات آزمون ۳	مدیریت آموزش و پرورش شهرستان شهربابک کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی آموزشگاه فرزانگان	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۸ مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه نمره به عدد : نمره به حروف :

ردیف		بارم
۱	نمودار تابع $y=\begin{cases} x^3+1 & x\geq -1 \\ (x+1)^2-2 & x<-1 \end{cases}$ را رسم کنید.	۱
۲	سهمی $y=(m-2)x^2+4x$ درباره $(-\infty,2]$ صعودی است حدود m رابیابید.	۱/۲۵
۳	اگر $f(x)=\frac{x}{x-6}$ و $g(x)=\sqrt{x-2}$ باشند دامنه تابع fog را بدست آورید.	۱/۲۵
۴	نمودار تابع $f(x)=2\|3-x\|-1$ را دو واحد به سمت راست انتقال داده سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه کرده و در نهایت ۳ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم ضابطه تابع حاصل را بنویسید.	۰/۷۵
۵	ضابطه تابع وارون تابع $f(x)=2x^2-x-3 \quad x\leq -2$ را بنویسید و دامنه برد تابع معکوس را مشخص کنید.	۱/۲۵
۶	اگر $g(x)=3-2x$ و $(fog)(x)=\frac{x+4}{3x-1}$ باشد ضابطه تابع $y=f(x)$ را بدست آورید.	۱

www.kanoon.ir

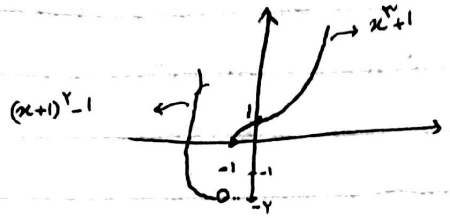
۷	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را بررسی کنید. الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است. ب) اگر $f \neq g$ باشد، همواره $fog \neq gof$ است.	۱
۸	مقدار $\cos\frac{\pi}{۱۲}$ را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۹	قسمتی از نمودارتابع $y = asinbx + c$ داده شده است کمترین مقدار $a + b$ رابیابید.  	۱/۵
۱۰	جوابهای کلی معادلات زیررابدست آورید. الف) $\cos x\,(۲\cos x - ۹) = ۵$ ب) $\frac{\sin^۳ x + \sin ۲x}{۱+\cos x} = ۰$	۱ ۱/۲۵
۱۱	الف) عبارت $\lim_{x\to ۳^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ ب) تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{۱-x^۲}}$ در همسایگی چند نقطه تعریف شده است؟	۰/۷۵ ۱

www-kanoon-ir

۱۲	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (راه حل نوشته شود) ۱) $\lim_{x\to-\infty} \frac{۵x-\sqrt{۴x^۲+x}}{\sqrt{۲-x}+۹x}$ ۲) $\lim_{x\to(-۲)^-} \frac{[x]-۲}{\lvert x\rvert-۲}$ ۳) $\lim_{x\to\left(\frac{۲\pi}{۲}\right)^+} \cot ۲x$	۲/۵
۱۳	اگر $\lim_{x\to-۴} \frac{x-۱}{x^۲+bx+c}=-۶۰$ مقدار b و c را با ذکر دلیل بیابید.	۰/۷۵
۱۴	چند جمله‌ای $x^۳-ax^۲+bx+۱۲$ بر $x-۳$ و $x-۴$ بخش‌پذیر است. a و b را بدست آورید.	۱
۱۵	الف) معادله خط مماس بر منحنی تابع $y=\sqrt{۴-x^۲}$ را در نقطه به طول $x=۲$ بنویسید. (محاسبه شیب با استفاده از تعریف مشتق) ب) اگر $f'(۲)=-۴$ باشد حاصل $\lim_{h\to۰} \frac{۲h}{f(۲-۵h)-f(۲)}$ را بیابید.	۱/۲۵ ۰/۷۵

www.kanoon.ir

(1)



---

(2) $y=(m-2)x^2+2x$. چون یک تست $\infty-$ است، سهمی رو به پایین است $\rightarrow m-2<0 \Rightarrow m<2$

x راس $= \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(m-2)} \Rightarrow \frac{-2}{m-2} \geq 2 \Rightarrow \frac{-1}{m-2} \geq 1 \Rightarrow 2-m \leq 1 \Rightarrow 1 \leq m$

$\Rightarrow 1 \leq m < 2$

---

(3) $f(x)=\frac{x}{x-4}$ $\quad D_{fog} = \{x \mid x \in D_g , g(x) \in D_f\} \rightarrow D_g = [2,+\infty)$

$g(x)=\sqrt{x-2}$ $\quad \sqrt{x-2} \neq 4 \Rightarrow x \neq 38$

$\Rightarrow D_{fog} = [2,+\infty) - \{38\}$

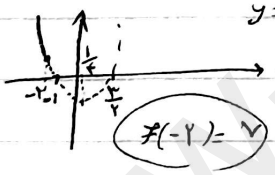
---

(4) $f(x)=2|3-x|-1 \Rightarrow 2|3-(x-2)|-1 \xrightarrow{\div -2} -2|5-x|+1 \Rightarrow -2|5-x|+1-3$

$\Rightarrow$ (نیز): $-2|5-x|-2$

---

(5)



$y=2(x-\frac{1}{4})^2-3\frac{1}{8}$

$R_{f^{-1}} = D_f = (-\infty,-2]$

دامنه $= D_{f^{-1}} = R_f = [7,+\infty)$ منفی چون نزولی است

$\frac{y}{2}+\frac{3\frac{1}{8}}{2} = (x-\frac{1}{4})^2 \Rightarrow -\left(\sqrt{\frac{x+3\frac{1}{8}}{2}}+\frac{1}{4}\right)$

---

(6) $g(x)=3-2x$ $\quad f(g(x)) = \frac{x+4}{3x-1} \Rightarrow f(3-2x) = \frac{x+4}{3x-1}$

$t=3-2x \Rightarrow x=\frac{3-t}{2} \Rightarrow f(t) = \frac{\frac{3-t}{2}+4}{\frac{9-3t}{2}-1} = \frac{11-t}{7-3t} \Rightarrow f(x) = \frac{11-x}{7-3x}$

---

(7) الف) نادرست - تابع تانژانت تابعی متناوب است و تنها بین دو مجانب صعودی است.

ب) نادرست - مثال نقض $\leftarrow$ $f(x)=1-x$ $\quad g(x)=1+x$ $\quad fog(x)=gof(x)=-x$

www.kanoon.ir

CamScanner

(8) $\cos\frac{\pi}{12}=\cos\frac{\frac{\pi}{6}}{2}\Rightarrow 2\cos^2\frac{\pi}{12}-1=\cos\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow 2\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}+1\Rightarrow\cos\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{4}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

(9) $a\sin bx+c\Rightarrow\begin{cases}|a|+c=1\\ -|a|+c=-3\end{cases}\Rightarrow|a|=2$

$\frac{2\pi}{|b|}=T=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow|b|=3$

$a\times b>0\Rightarrow a=-2,\ b=-3\Rightarrow\min(a+b)=-5$

(10) الف) $\cos x(2\cos x-1)=0\Rightarrow 2\cos^2x-\cos x=(2\cos x+1)(\cos x)$

$\cos x=\frac{-1}{2}\leftarrow 2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$; $\cos x\neq 0$ غ ق ق

ب) $\frac{\sin 2x+\sin 4x}{1+\cos x}=0\rightarrow\sin 2x=-\sin 4x\Rightarrow\sin 2x=\sin(-4x)$

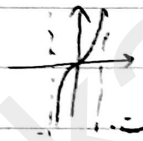
$\cos x\neq -1\Rightarrow 2x=2k\pi-4x\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{6}$

$2x=2k\pi+\pi+4x\Rightarrow x=2k\pi+\pi\rightarrow\cos x=-1$ غ ق ق

(11) الف) می توانیم مقادیر تابع f را از هر عدد دلخواهی بزرگتر کنیم به شرطی که x را از مقادیر کمتر از 1 به اندازه کافی به 1 نزدیک اختیار شود.

ب) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ بازه تعریف تابع از نابع (1و-1) است.

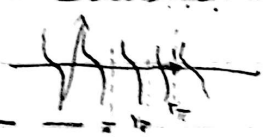
دامنه تابع f از چپ 1 تعریف شده است.



(12) 1) $\lim_{x\to\infty}\frac{5x-\sqrt{25x^2+x}}{\sqrt{4-x}+9x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{5x-|12x|}{9x}=\lim_{x\to\infty}\frac{5x-(-12)x}{9x}=\frac{17}{9}$

2) $\lim_{x\to(-3)^-}\frac{[x]-3}{|x|-3}=\lim_{x\to(-3)^-}\frac{-4-3}{3^+-3}=\frac{-7}{0^+}=-\infty$

3) $\lim_{x\to(\frac{3\pi}{2})^+}\cot 2x=\cot(3\pi^+)=+\infty$



(13) $\lim_{x\to-2}\frac{x-1}{x^2+bx+c}=-\infty$ (متقارن منفی) $b,c=?$ چون از دو طرف حد برابر دسادی صفر شده است. پس عبارت مخرج ریشه مضاعف دارد.

x^2+bx+c یعنی $(x+2)^2$ یا $-(x+2)^2$

$b=4$ $c=4$

چون مقدار حد منفی است، حد مخرج باید 0^+ باشد. درنهایت x^2+4x+4

(14) $x^3 - ax^2 + bx + 12 = (x+1)(x-3)(x-4)$

$27 - 9a + 3b + 12 = 0 \Rightarrow 3b - 9a = -39$

$243 - 16a + 4b + 12 = 0 \Rightarrow 4b - 16a = -248$

پس ۳ و ۴ چندجمله‌ای را صفر می‌کنند.

$a = 34$

$b = 149$

(15) $y = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{4-x^2} - 0}{x - 2}$

(الف

$= -\frac{\sqrt{2+x} \times \sqrt{2+x}}{(\sqrt{2+x} \times \sqrt{2-x})} = \frac{\sqrt{2+x}}{-\sqrt{2-x}}$

$= -\infty$

خط مماس در این نقطه خطی عمودی است ← معادله خط $x = 2$

(ب

$f'(2) = -4 \qquad \lim_{h \to 0} \frac{3h}{f(2-5h) - f(2)} \overset{hop}{=} \lim_{h \to 0} \frac{3}{-5f'(2)}$

$= \frac{3}{(-5)(-4)} = \frac{3}{20}$