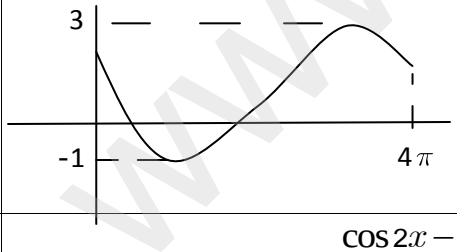
بسمه تعالی

سوالات امتحانات داخلی | شهرستان نهاوند | دبیرستان فرزانگان | دیماه1403

سوالات امتحان درس : ریاضی3	تاریخ امتحان : 1403/10/3
پایه /رشته تحصیلی : دوازدهم تجربی	مدت امتحان : 100دقیقه

1	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید الف) باقیمانده تقسیم $2x^2-5x+1$ بر $x-3$ برابر است با ..... ب)اگر تابع f در $x=a$ مشتق پذیر باشد آنگاه در $x=a$ ..... است ج)تابع $y=\sqrt[3]{x}$ در نقطه ای بطول .....مماس قائم دارد	1/5
2	کدام عبارت زیر درست و کدام نادرست است(اثبات لازم نیست) الف)تابع $y=-\log_2^x$ تابعی اکیدانزولی است ب) تابع $y=\frac{2}{x-2}$ در همسایگی 2 تعریف شده	1
3	اگر $f(x)=x^2+2x$ و $g(x)=\sqrt{x}$ باشند ضابطه و دامنه $(fog)_x$ را بیابید	1/5
4	دامنه تابع مقابل را چنان محدود کنید که وارون پذیر باشد سپس وارون آنرا بیابید $y=x^2+6x+5$	1/5
5	اگر دامنه $y=f(x)$ برابر $[-1,3]$ و برد آن برابر $[0,2]$باشد دامنه و برد $y=2f\left(\frac{x}{2}\right)+1$ را مشخص کنید	1/5
6	نمودار مقابل قسمتی از تابع زیر است حاصل ab را بیابید $y=a\sin bx+1$ 	1
7	معادله مقابل را حل کرده و جوابهای کلی را بیابید $\cos 2x-\cos x=0$	1/5
8	ساده شده عبارت مقابل را بیابید $\cos 10\cos 20\sin 50$	1/5
9	حد های زیر را محاسبه کنید الف) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5}$	1/5

www-kanoon.ir

	ب) $\lim_{x\to 3^-}\frac{[x]-3}{x-3}$ ج) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2+x-3}{x^3-1}$	
1/5	معادله نیم مماس چپ تابع $y=\lvert x^2-1\rvert$ را در $x=1$ با استفاده از تعریف مشتق بیابید	10
1/5	مشتق توابع زیر را بیابید الف) $y=\sqrt{3x-1}\left(x^2+2x\right)$ ب) $y=\left(x^2-2x\right)^3\sqrt{x}$	11
1/5	اگر $\lim_{x\to -3}\frac{ax+3}{1-\sqrt{3x+16}}=2$ مقدار a را بیابید	12
1/5	اگر $f\left(x^3-2x\right)=x^2+g\left(\sqrt{x}\right)$ و $g'(1)=4$ آنگاه $f'(-1)$ را بیابید	13
1/5	در کدام لحظه آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x)=(x+2)\sqrt{4x+1}$ در $[0,2]$ برابر با آهنگ لحظه ای تابع میباشد	14

<u>پیروز و سربلند باشید</u>

www-kanoon-ir

Subject:
Date

بردیا واجد سمیعی - رتبه ۷ منطقه ۱ و ۱۸ کشور کنکور تجربی ۱۴۰۲ - دندان پزشکی دانشگاه علوم پزشکی تهران - ورودی ۱۴۰۳

۱)

الف) ۴

ب) پیوسته

ج) $x=0$ (صفر)

۲)

الف) صحیح

ب) نادرست

۳) $f \circ g \rightarrow f(g(x)) = \sqrt{x}^2 + 2\times\sqrt{x} = \boxed{x+2\sqrt{x}}$

$$D_{f\circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$D_g \rightarrow x \geq 0$ ، $D_f \in \infty$ ← اشتراک ← $D_{f\circ g} \rightarrow \boxed{x \geq 0}$

۴) $y = x^2 + 6x + 5 \longrightarrow x_s = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-6}{2\times 1} \rightarrow -3$

$x \geq -3$ یا $x \leq -3$ ← وارون پذیر

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

Subject:
Date

۴) در دامنه $x \geq -3$ وارون را پیدا می‌کنیم.

$y = x^2 + 6x + 5 \longrightarrow (x+3)^2 - 4 = y \longrightarrow (x+3)^2 = y + 4$

$|x+3| = \sqrt{y+4}$ ← جذر از دو طرف

$x \geq -3$

$x + 3 = \sqrt{y+4} \longrightarrow x = \sqrt{y+4} - 3$ ← جای x و y را عوض می‌کنم.

$$y = \sqrt{x+4} - 3$$

۵- $D_{f(x)} = \{$

$D_{f(x)} = [-1, 3] \longrightarrow D_{f(\frac{x}{2})} \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} \leq 3 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq x \leq 6$

$y = 2f(\frac{x}{2}) + 1$ ← دامنه تابع

برد تابع $f(\frac{x}{2})$ ← تغییر ورودی برد را تغییر ندارد.

$R_{f(\frac{x}{2})} \longrightarrow [0, 2]$ $\quad 0 \leq R \leq 2 \xrightarrow{\times 2} 0 \leq 2R \leq 4 \xrightarrow{+1} 1 \leq 2R+1 \leq 5$

$[1, 5]$ ← $y = 2f(\frac{x}{2}) + 1$ ← برد تابع

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

Subject:
Date

۶) $T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2}$

$max = |a| + c \longrightarrow |a| + 1 = 3 \longrightarrow |a| = 2$

$min = -|a| + c$

چون نمودار سینوسی است و در مبدا عرض از مبدا تردی است پس حاصل $ab < 0$ است.

$$\boxed{a \times b = -1}$$

$a = 2 \quad a = -2$

$b = \frac{-1}{2} \quad b = \frac{1}{2}$

۷) $\cos 2x - \cos x = 0 \longrightarrow \cos 2x = \cos x$

$2x = 2k\pi \pm x \begin{cases} \rightarrow x = 2k\pi \\ \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$

$3x = 2k\pi \rightarrow$

۸) $\cos 10 \times \cos 20 \times \sin 50 \qquad \cos 10 \times \cos 20 \times \cos 40$

$\sin 50 = \cos 40$

ضربدر $\sin 10$

$\sin 10 \times \cos 10 \times \cos 20 \times \cos 40$

$\frac{1}{2}\sin 20 \qquad \frac{1}{4}\sin 40$

$\frac{1}{8}\sin 80 \rightarrow$ چون ابتدا ضربدر کردیم $\sin 10$، الآن تقسیم بر $\sin 10$ می‌کنیم.

$\sin 10 = \sin 80$

$\frac{1}{8}\sin 80$

$\boxed{\frac{1}{8}}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

Subject:
Date

۹) الف)

$$\lim_{x\to 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \rightsquigarrow \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}} \qquad \frac{4-(x-1)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})}$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{5-x-1}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} \leftarrow \boxed{\frac{-1}{4}}$$

ب)

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-2}{x-2} \rightsquigarrow \frac{2-2}{0^-} \to \frac{-1}{0^-} \to \boxed{+\infty}$$

ج)

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x^2+x-3}{x^4-1} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \frac{(x-1)(x^2+2x+3)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}$$

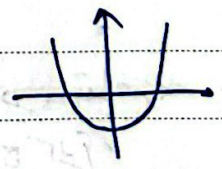
$x\to 1$ جایگذاری

$$\to \frac{6}{3} = \boxed{2}$$

۱۰)

$$\lim_{x\to a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \longrightarrow \frac{|x^2-1|-f(1)}{x-1}$$

$x\to 1^-$



$x\to 1^-$ ⇝ $x^2-1<0$

$$|x^2-1| \xrightarrow{\text{تعریف}} \lim_{x\to 1^-} \frac{1-x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} -(x+1)$$

$x=1^-$ مشتق در $\leftarrow -2$

www.karnoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۰) شیب در نقطه‌ی تماس شرط در نقطه‌ی تماس

$a = -2$

$y - y_0 = a(x - x_0) \longrightarrow y - 0 = -2(x - 1)$

نقطه تماس $\rightarrow (1, 0)$

$$\boxed{y = -2x + 2}$$

۱۱) الف)

$y = \sqrt{3x-1}\,(x^2+2x) \rightsquigarrow \frac{1\times 3}{2\sqrt{3x-1}}(x^2+2x) + \sqrt{3x-1}\times(2x+2)$

$(f.g)' = f'g + g'f$

ب) $y = (x^2-2x)\sqrt[3]{x} \longrightarrow 3(x^2-2x)^2\times(2x-2)\sqrt[3]{x} + (x^2-2x)^3\times\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

Subject:
Date

۱۲) $\lim_{x \to -۲} \frac{ax+۳}{۱-\sqrt{۳x+۱۶}} = ۲$

$\frac{-۲a+۳}{۱-\sqrt{۷}} = ۲ \leftarrow -۲-۲\sqrt{۷} = -۲a+۳$

$-۱-۲\sqrt{۷} = -۲a \rightarrow \boxed{a = \frac{-۱-۲\sqrt{۷}}{-۲}}$

۱۳) $f(x^۳-۲x) = x^۲ + g(\sqrt{x})$ از دو طرف مشتق

$f'(x^۳-۲x)\times(۳x^۲-۲) = ۲x + g'(\sqrt{x}) \cdot \frac{۱}{۲\sqrt{x}}$ به ازای $x=۱$ می‌گیریم

$f'(-۱) \times ۱ = ۲ + g'(۱) \times \frac{۱}{۲}$

$f'(-۱) = ۲ + ۲ \rightarrow \boxed{f'(-۱) = ۴}$

۱۴) آهنگ متوسط: $\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱} \rightarrow \frac{f(۲)-f(۰)}{۲-۰} \rightarrow \frac{۱۲-۲}{۲-۰} = ۵$

$f'(x) = ۵$

$f'(x) = \sqrt{۴x+۱} + (x+۲)\frac{۴}{۲\sqrt{۴x+۱}} = ۵$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

مخرج مشترک ⟵ $\frac{2\sqrt{4x+1}\sqrt{4x+1} + 4(x+2)}{2\sqrt{4x+1}} = 5$ (14

$8x^2 + 4x + 1 = 10\sqrt{4x+1}$

$\longrightarrow$ به توان ۲

$12x + 15 = 10\sqrt{4x+1}$

$144x^2 + 360x + 225 = 400x + 100$

$144x^2 - 40x + 125 = 0 \longrightarrow x(144x - 40) + 125$

$x = 0$

$x = \frac{125}{144}$

PAPCO

Scanned with CamScanner