Kanoon.ir

درخت تو گر بار دانش بگیرد

به زیر آوری چرخ نیلوفری را

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: امتحان مهرماه ریاضی دوازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۷/۲۵

زمان برگزاری: ۴۵ دقیقه

شهیدپورجندقی

۱ با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲} & x \geq ۰ \\ -۳x & -۱ < x < ۰ \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

۲ تابع $h(x)=x-۲$ را از ترکیب کدام دو تابع می‌توان به‌دست آورد؟

الف) $f(x)=x^{۲}\ ,\ g(x)=\sqrt{x-۲}$ ب) $f(x)=\sqrt{x}\ ,\ g(x)=(x-۲)^{۲}$

۳ در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف اگر $f(x)=۲x^{۳}-۱$ باشد، حاصل $f^{-۱}(۱۵)$ برابر ..... است.

۴ در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.

الف نمودار تابع $f(x)=x^{۳}$ در بازه $(۰,۱)$ ..... از نمودار تابع $g(x)=x^{۲}$ قرار دارد. (بالاتر ـ پایین‌تر)

۵ برای تابع‌های $f(x)=x^{۲}-x$ و $g(x)=۲x+۱$، ریشه‌های معادلهٔ $fog(x)=gof(x)$ را به‌دست آورید.

۶ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف نمودار تابع $y=f(\frac{x}{۳})$، از انقباض افقی نمودار تابع $y=f(x)$ به دست می‌آید.

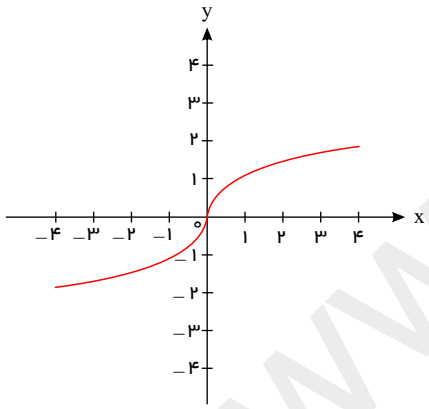
۷ تابع $f(x)=\sqrt{x+۴}-۱$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.

۸ به نمودار تابع روبه‌رو دقت کنید.

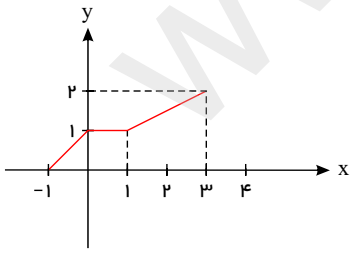
الف) این تابع اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟

ب) این تابع یک به یک است؟

پ) آیا تابعی وجود دارد که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد ولی یک به یک نباشد؟



۹ نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y=-f(x-۱)$ را رسم کنید.



۱۰ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

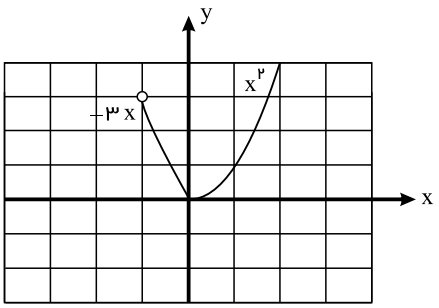
الف اگر $f(x)=\cos x$ باشد، آنگاه نمودارهای $y=f(x)$ و $y=f(-x)$ برهم منطبق هستند.

ب اگر $f(x)=\log x$ و $g(x)=-\log(x-۲)+۴$، آنگاه نمودار g را می‌توان از نمودار f با انتقال دو واحد به سمت راست، سپس قرینه نسبت به محور xها و ۴ واحد انتقال به بالا به دست آورد.

www-kanoon.ir

پاسخنامه تشریحی

۱



$[-۱, ۰)$ اکیداً نزولی

$(۰, +\infty)$ اکیداً صعودی

۲ در هر حالت تابع‌های ترکیب fog و gof را به‌دست آورده و باتوجه به دامنهٔ مربوطه ساده می‌کنیم تا معلوم شود در کدام مورد تابع h به‌دست می‌آید:

(الف
$$\begin{cases} fog(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x-۲}) = (\sqrt{x-۲})^۲ \overset{(x\geq ۲)}{=\!=\!=} x-۲ = h(x) \\ gof(x) = g(f(x)) = g(x^۲) = \sqrt{x^۲-۲} \neq h(x) \end{cases}$$

(ب
$$\begin{cases} fog(x) = f(g(x)) = f((x-۲)^۲) = \sqrt{(x-۲)^۲} \overset{\sqrt{u^۲}=|u|}{=\!=\!=} |x-۲| \neq h(x) \\ gof(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = (\sqrt{x}-۲)^۲ \overset{(x\geq ۰)}{=\!=\!=} x-۴\sqrt{x}+۴ \neq h(x) \end{cases}$$

بنابراین تابع $h(x) = x-۲$ را می‌توان از ترکیب توابع $f(x) = x^۲$ و $g(x) = \sqrt{x-۲}$ به‌صورت $h(x) = fog(x)$ به‌دست آورد.

۳

الف

۲

۴

الف

پایین‌تر

۵ براساس تعریف توابع مرکب داریم:

$$\begin{cases} fog(x) = f(g(x)) = f(۲x+۱) = (۲x+۱)^۲ - (۲x+۱) = ۴x^۲ + ۴x + ۱ - ۲x - ۱ = ۴x^۲ + ۲x \\ gof(x) = g(f(x)) = g(x^۲ - x) = ۲(x^۲ - x) + ۱ = ۲x^۲ - ۲x + ۱ \end{cases}$$

$$fog(x) = gof(x) \rightarrow ۴x^۲ + ۲x = ۲x^۲ - ۲x + ۱ \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم}} ۲x^۲ + ۴x - ۱ = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{حل معادله درجه ۲ از روش دلتا}} \Delta = b^۲ - ۴ac = (۴)^۲ - ۴(۲)(-۱) = ۱۶ + ۸ = ۲۴$$

$$\rightarrow x_{۱,۲} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲(۲)} = \frac{-۴ \pm ۲\sqrt{۶}}{۴} = \frac{-۲ \pm \sqrt{۶}}{۲}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_۱ = \dfrac{-۲ + \sqrt{۶}}{۲} \\ \text{یا} \qquad \text{(ریشه‌های معادله)} \\ x_۲ = \dfrac{-۲ - \sqrt{۶}}{۲} \end{cases}$$

۶

الف

نادرست

۷

$$y = \sqrt{x+۴} - ۱ \Rightarrow y+۱ = \sqrt{x+۴} \Rightarrow (y+۱)^۲ = x+۴ \Rightarrow (y+۱)^۲ - ۴ = x$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = (x+۲)^۲ - ۴$$
$$D_{f^{-۱}} = R_f = [-۱, +\infty)$$

www-kanoon-ir

۸ الف)

احتمالاً با درنگی کوتاه در می‌یابید که این نمودار متعلق به تابع با ضابطهٔ $y=\sqrt[3]{x}$ بوده و در دامنهٔ خود اکیداً صعودی است.

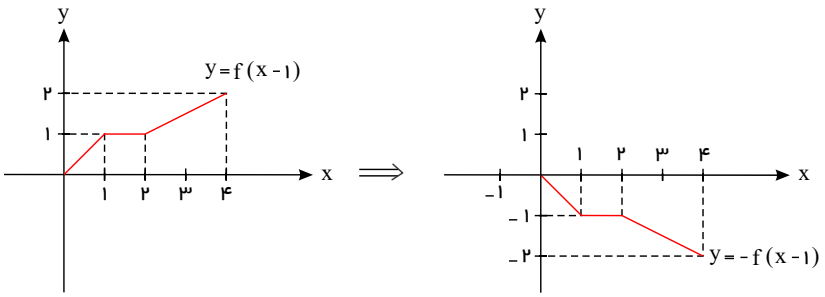
ب)

یادتان باشد که توابع اکیداً یکنوا حتماً یک به یک هم هستند. در این نمودار برای هر y متعلق به برد تنها و تنها یک x در دامنه وجود دارد و به عبارت دیگر هر خط موازی محور xها نمودار تابع را فقط در یک نقطه قطع کرده و این به معنای یک به یک (و البته معکوس‌پذیر) بودن آن است.

پ)

با توجه به این نکتهٔ مهم که «هر تابع اکیداً یکنوا، حتماً یک به یک نیز است» می‌توان گفت که پاسخ این مورد از فعالیت منفی است. یعنی ما نمی‌توانیم تابعی پیدا کنیم که علیرغم یکنوای اکید بودن، یک به یک نباشد!

۹ برای رسم $y=-f(x-1)$، نمودار $y=f(x)$ را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل کرده و سپس نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.



۱۰

الف درست - می‌دانیم $\cos(-x)=\cos x$، پس $f(-x)=f(x)$ یعنی این دو نمودار برهم منطبق هستند.

ب درست - همیشه تغییرات دامنه را برعکس انجام می‌دهیم.