Kanoon.ir

درخت تو گر بار دانش بگیرد

به زیر آوری چرخ نیلوفری را

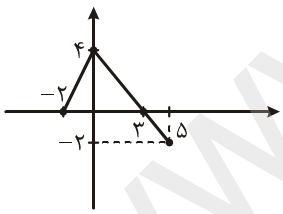
شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.

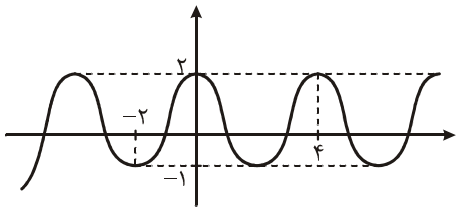
kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

شماره :	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ دبیرستان ماندگار البرز سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۸/۵ زمان امتحان: ۴۵ دقیقه دپارتمان: ریاضی تعداد صفحه: ۱ صفحه	نمره با عدد: نمره با حروف: امضاء دبیر
نام و نام خانوادگی:			
کلاس : رشته : ریاضی و تجربی			

ردیف		بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف) نمودار تابع $f(x) = (x-1)^3 - 1$ از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد (صحیح ❑ غلط ❑) ب) تابع $y = \tan x$ در دامنه‌اش اکیداً صعودی است. (صحیح ❑ غلط ❑)	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پُر کنید. الف) مقدار عددی $\sin\frac{\pi}{16}\cos\frac{\pi}{16}\cos\frac{\pi}{8}$ برابر است با ..... . ب) به ازای هر x عضو ..... داریم: $(fof^{-1})(x) = x$	۱/۵
۳	در شکل زیر نمودار $y = f(x)$ رسم شده است. با توجه به آن نمودار تابع $g(x)$ را رسم کنید. $g(x) = -2f(\frac{x}{2}) + 1$  	۱/۵
۴	اگر $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ دامنه $(fog)(x)$ و ضابطه‌ی $(fof)(x)$ را به‌دست آورید.	۱

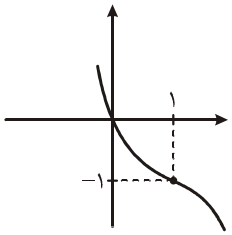
www-kanoon-ir

۵	با توجه به نمودار زیر ضابطه‌ی مربوط به آن را بنویسید.  	۱/۵
۶	تعداد جواب‌های معادله‌ی $2\sin^2(x-\frac{\pi}{4})+3\sin(x+\frac{\pi}{4})+3=0$ در بازه‌ی $[0,\pi]$ را بیابید.	۱/۵
۷	مقدار عددی $\sin 15^\circ+\cos 15^\circ$ را به‌دست آورید.	۱
۸	اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ و $x+3$ به ترتیب -1 و 2 باشد. باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ را بر x^2+x-6 به‌دست آورید.	۱
	موفق و سربلند باشید. جمع بارم	۱۰

www-kanoon-ir

پاسخ‌نامه امتحان میان‌ترم

۱- الف) غلط $\begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$ نقطه‌ی کمکی



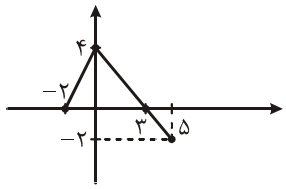
ب) غلط ؛ تابع $\tan x$ فقط در دوره‌ی تناوبش اکیداً صعودی می‌باشد. تابع $\tan x$ در دامنه‌اش غیریکنوا می‌باشد.

۲- الف) $\frac{\sqrt{۲}}{۸}$

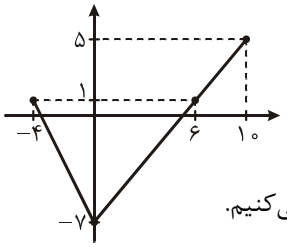
$$\underbrace{\sin\frac{\pi}{۱۶}\cos\frac{\pi}{۱۶}}_{\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۸}}\underbrace{\cos\frac{\pi}{۸}}_{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۴}} = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۸}$$

ب) هر x عضو دامنه‌ی $f^{-۱}(x)$. $D_{fof^{-۱}} = D_{f^{-۱}}$

۳-



x	−۲	۰	۳	۵
f	۰	۴	۰	−۲



x جدید	−۴	۰	۶	۱۰
g جدید	۱	−۷	۱	۵

با توجه به ضابطه‌ی داده‌شده طول نقاط را ضرب در ۲ می‌کنیم و عرض نقاط را در ۲− ضرب کرده و سپس با ۱ جمع می‌کنیم.

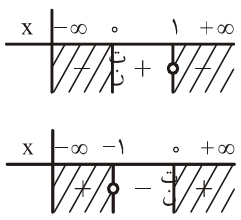
۴-

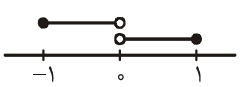
$$f(x) = \sqrt{x^۲ - ۱} : D_f = x^۲ - ۱ \geq ۰ \rightarrow x^۲ \geq ۱ \rightarrow D_f : \begin{cases} x \geq ۱ \\ \cup \\ x \leq -۱ \end{cases} \quad \text{یعنی} : D_f = (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{۱}{x} : D_g = \mathbb{R} - \{۰\}$$

$$D_{fog} = \{\underbrace{x \in D_g}_{x \neq ۰} \mid \underbrace{g(x) \in D_f}_{}\} = \{x \in \mathbb{R} - \{۰\} \mid \frac{۱}{x} \leq -۱ \cup \frac{۱}{x} \geq ۱\}$$

بنابراین : $\begin{cases} \frac{۱}{x} \geq ۱ \rightarrow \frac{۱-x}{x} \geq ۰ \\ \cup \\ \frac{۱}{x} \leq -۱ \rightarrow \frac{۱+x}{x} \leq ۰ \end{cases}$





$$\Rightarrow D_{fog} = [-۱, ۱] - \{۰\}$$

$$D_f = x^۲ - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \quad \text{یا} \quad x \leq -۱$$

ضابطه $fof_{(x)} = f(f(x)) = f(\sqrt{x^۲ - ۱}) = \sqrt{(\sqrt{x^۲ - ۱})^۲ - ۱} = \sqrt{x^۲ - ۲}$

www.kanoon.ir

۵- تابع داده‌شده $y = a\cos bx + c$ است که داریم:

با توجه به آن‌که نمودار داده‌شده موافق نمودار $y = \cos x$، درمی‌یابیم که $a > 0$ می‌باشد.

$$\begin{cases} \max = 2 \\ \min = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 2 \\ \underline{-|a| + c = -1} \end{cases}$$

$$2c = 1 \to c = \frac{1}{2} \to |a| = \frac{3}{2} \to a = \pm\frac{3}{2} \xrightarrow{a>0} \boxed{a = \frac{3}{2}}$$ ق.ق.

هم‌چنین با توجه به دوره تناوب تابع $T = 4$ داریم که : $\frac{2\pi}{|b|} = 4 \to |b| = \frac{\pi}{2}$ $\xleftarrow[\text{علامت b برای cos تفاوتی ندارد.}]{\cos bx}$ $\boxed{y = \frac{3}{2}\cos(\frac{\pi}{2}x) + \frac{1}{2}}$

۶-

$$(x + \frac{\pi}{4}) - (x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + (x - \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow 2\underbrace{\sin^2(x - \frac{\pi}{4})}_{1-\cos^2(x-\frac{\pi}{4})} + 3\underbrace{\sin(\frac{\pi}{2} + (x - \frac{\pi}{4}))}_{\cos(x-\frac{\pi}{4})} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow -2\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) + 3\cos(x - \frac{\pi}{4}) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \\ \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{-c}{a} = \frac{5}{2} \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

k	-1	0	1	$\dots$
x	$\dots$ $\frac{-3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$2\pi + \frac{5\pi}{4}$	$\dots$

پس در بازه‌ی $[0, \pi]$ هیچ جوابی نداریم.

۷-

روش اول:

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 15^\circ + \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

روش دوم:

$$A = \sin 15^\circ + \cos 15^\circ$$

$$A^2 = 1 + \sin 30^\circ = \frac{3}{2}$$

$$A = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \xrightarrow{0 < 15^\circ < \frac{\pi}{2}} A = +\sqrt{\frac{3}{2}}$$ قابل قبول است.

www-kanoon-ir

$P(۲) = -۱$ و $P(-۳) = ۲$

$P(x) = (x^۲ + x - ۶)\, Q(x) + ax + b$

$$x^۲ + x - ۶ = ۰ \begin{cases} x = ۲ \to P(۲) = ۲a + b = -۱ \\ x = -۳ \to P(-۳) = -۳a + b = ۲ \end{cases} \to \ominus \begin{cases} -۳a + b = ۲ \\ \underline{۲a + b = -۱} \end{cases}$$

$$-۵a = ۳ \to \boxed{a = -\frac{۳}{۵}} \qquad \boxed{b = +\frac{۱}{۵}}$$

$$\to R = -\frac{۳}{۵}x + \frac{۱}{۵}$$