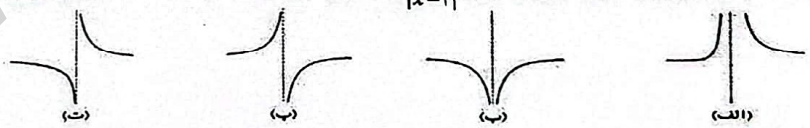
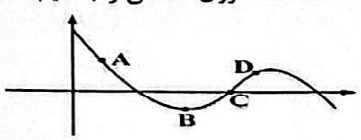
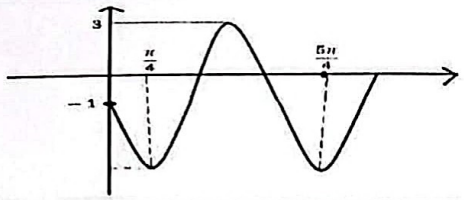
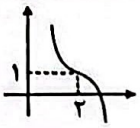
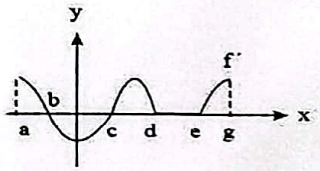
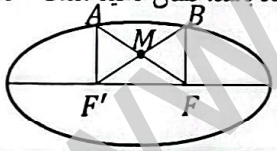
باسمه تعالی			
سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضی(۳)	رشته:علوم تجربی	تعداد سوال: ۱۸	تعداد صفحه: ۲
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان:۱۴۰۲/۰۲/۱۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران		معاونت آموزش متوسطه استان مازندران http://motvasete-mazand.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) برای رسم نمودار تابع $y=f(2x-1)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$ کافی است نمودار تابع f را ۱ واحد به راست منتقل و سپس طول نقاط را نصف کنیم. د☐ ن☐ ب) تابع $f(x)=x^2\|x\|$ در بازه $(-\infty,0)$ اکیداً صعودی است. د☐ ن☐ ج) تابع $y=\sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق‌پذیر نیست و خط $x=0$ مماس قائم منحنی است. د☐ ن☐ د) دو تابع $g(x)=-\frac{2x+7}{6}$ و $f(x)=\frac{7}{2}x-3$ وارون یکدیگرند. د☐ ن☐ ه) مکان هندسی مرکز همه‌ی دایره‌هایی با شعاع r که بر دایره $C(O,r)$ در صفحه‌ی این دایره مماس خارج‌اند، دایره $C(O,2r)$ است. د☐ ن☐	۱/۲۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-1,3]$ باشد دامنه تابع $f(x+1)$ برابر ..... است. ب) اگر n عددی طبیعی و زوج باشد آنگاه ..... $=\lim\limits_{x\to-\infty} x^n$ ج) اگر $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=4$ و $f(1)=3$ باشد آنگاه $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(1+h)-3}{h}$ برابر ..... است. د) مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد اصم یک ..... روی مجموعه اعداد حقیقی تشکیل می‌دهند. ه) اگر صفحه‌ی p بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل ..... است.	۱/۲۵
۳	در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف) اگر $(g+f)(2)=5$ و $g(2)=4$ و $g'(2)=3$ و $f'(2)=-1$ باشد حاصل $(gf-3f)'(2)$ کدام است؟ ۱) ۴- ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۲- ب) کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $y=\frac{-x+1}{\|x-2\|}$ را در همسایگی $x=2$ نمایش می دهد؟  ۱) (الف) ۲) (ب) ۳) (پ) ۴) (ت) ج) تابع $y=f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ هم صعودی و هم نزولی است. اگر این تابع از نقطه $(5,2)$ بگذرد، حاصل $\frac{2f(1)+f(-1)}{3}$ کدام است؟ ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{3}$	۱/۵
۴	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید.(یکی از نقاط اضافی است)  | شیب | ۱ | $\frac{1}{2}$ | -۲ | | نقطه | | | |	۰/۷۵
۵	معادله داده شده را حل کنید. $\cos 2x-\sin x=0$	۰/۷۵

www-kanoon-ir

۶	معادله نمودار تابع مثلثاتی مقابل را بنویسید. 	۱/۲۵
۷	به سوالات حدی زیر پاسخ دهید. الف) اگر نمودار تابع f به‌صورت روبه‌رو باشد، حاصل $\lim_{x\to 2^-} \frac{-2}{f(x)-1}$ را بنویسید.  ب) هرگاه $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{ax^3+bx^c+4x^2}{2x^4+x^2-1}$ برابر ۲ باشد، مقادیر a و b و c را تعیین کنید.	۱/۲۵
۸	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^2+x & x\geq 1 \\ 3x-1 & x<1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.	۱
۹	مشتق تابع زیر را به دست آورید.(ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y=\sqrt{\frac{3x+1}{2x+5}}$	۰/۷۵
۱۰	اگر $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\frac{1}{x}$ ، آنگاه معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $y=(gof)(x)$ را در نقطهٔ $A(4,\frac{1}{2})$ بنویسید.	۱/۲۵
۱۱	در تابع با ضابطه $f(x)=x^2-1$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه ی $[a+2 \text{ و } 2]$ برابر آهنگ لحظه ای تغییر در $x=4$ است. مقدار a را بدست آورید.	۰/۷۵
۱۲	در کره ای به شعاع $R=2$ استوانه ای محاط کرده ایم، ارتفاع استوانه را طوری بیابید که حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (شعاع قاعده استوانه را r و ارتفاع آن را h فرض کنید)	۱
۱۳	با توجه به نمودار تابع f' به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) نقطه ای که در آن تابع f مینیمم نسبی دارد؟ چرا؟ ب) نقطه ای که در آن تابع f ماکزیمم نسبی دارد؟ چرا؟ ج) نقاط بحرانی تابع f را در صورت وجود بنویسید. 	۱/۵
۱۴	مقادیر b و d را طوری بدست آورید که نقطه ی $(1 \text{ و } 2)$ نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x)=x^3+bx^2+d$ باشد.	۱
۱۵	خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{5}$ و اندازه قطر بزرگ آن برابر ۱۰ است. طول قطر کوچک بیضی و فاصله کانون‌های آن را بیابید.	۱
۱۶	دو نقطه‌ی A و B روی یک بیضی و F و F' کانون‌های بیضی‌اند. باتوجه به شکل اگر $AF'=BF$ باشد، نشان دهید مثلث FMF' متساوی الساقین است. 	۱
۱۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه‌ی $O(-1,1)$ بوده و بر دایره به معادله‌ی $x^2+y^2-2x+2y=0$ مماس بیرونی باشد.	۱
۱۸	به سوالات احتمال زیر پاسخ دهید. الف) دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۷مهره ی آبی است.از ظرف اول یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟ ب) اگر $p(A)=0/3$ و $p(B)=0/4$ و $p(E\|A)=0/1$ و $p(E'\|B)=0/8$ باشد حاصل $p(E)$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵
	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	۲۰

www.kanoon.ir

ریاضی ۳

۱) الف) درست

ب) نادرست

ج) درست

د) نادرست

هـ) درست

---

۲) الف) $[-۲, ۲]$

ب) $+\infty$

ج) ۴

د)

هـ) دایره

---

۳) الف) عمودنیم $\frac{۳}{۲}$

ب) عمودنیم ۳

ج) عمودنیم $\perp$

---

۴)

شیب	-۲	$۱\frac{۱}{۲}$	۱
نقطه	A	D	C

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

$\cos 2x - \sin x = 0$

$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \longrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(-1)(2) = 9$

$$\begin{cases} \sin x = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-3}{4} = -1 \longrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \\ \sin x = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+3}{4} = \dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6} \longrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + (\pi - \dfrac{\pi}{6}) \end{cases} \end{cases}$$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۷) الف)

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{-2}{f(x)-1} = \frac{-2}{1^+ - 1} = -\frac{2}{0^+} = -\infty$$

ب)

---

۷) ب) اعداد و متغیرها مشخص نیستند

$$\lim \frac{ax^2 + bx^c + 2x^2}{2x^2}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = 3$$

$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{2x+1-3}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{2x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

$$f(1) = 1+1 = 2$$

مشتق پذیر نیست.

(۸

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

(۹

$$y = \sqrt{\frac{e^{x+1}}{e^{x}+5}}$$

$$y = \frac{\frac{e^{x}(e^{x}+5) - e^{x}(e^{x}+1)}{(e^{x}+5)^{2}}}{2\sqrt{\frac{e^{x+1}}{e^{x}+5}}}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$$y = \frac{(2x+5)^2}{2\sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}}}$$

$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = \frac{1}{x}$ $\quad y = g(f(x)) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

(15

$A(4, \frac{1}{2}) \rightarrow y' = \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = -\frac{1}{2\sqrt{x} \cdot x}$

$y'(4) = \frac{-1}{2\sqrt{4} \times 4} = \boxed{\frac{-1}{16}} = m$

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16}(x-4)$$

$F(x) = x^2 - 1$

شیب مماس = شیب خط $= f'(4) = 8$

(

$[2, 2+a]$

$f'(x) = 2x \rightarrow f'(4) = 2(4) = 8$

شیب خط $= \frac{F(2+a) - F(2)}{2+a-2} = \frac{(2+a)^2 - 1 - (2^2 - 1)}{a} = \frac{(2+a)^2 - 4}{a} = 8$

$(2+a)^2 - 4 = 8a$

$4 + 4a + a^2 - 4 = 8a$

$a^2 - 4a = 0 \rightarrow a(a-4) = 0 \begin{cases} a = 0 \text{ ق ق ق} \\ a = 4 \checkmark \end{cases}$

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۱۲)



$r^2+(\frac{h}{2})^2=2^2 \rightarrow 4r^2+h^2=16$

$r^2=\frac{16-h^2}{4}$

$V_{\text{استوانه}}=\pi r^2.h=$

$V=\pi\left(\frac{16-h^2}{4}\right).h=8\pi h-\pi\frac{h^3}{4}$

$V'=8\pi-\frac{3\pi}{4}h^2=0 \rightarrow \frac{3\pi}{4}h^2=8\pi$

$h^2=\frac{4\times 8}{3}=\frac{32}{3}$ $\quad h=\sqrt{\frac{32}{3}}$ ✓

۱۳) الف) نقطه C

زیرا مشتق در نقطه C صفر شده است. و مشتق قبل از نقطه C صفر و بعد از آن مثبت شده است یعنی

x	C
y'	− 0 +

نزولی ↘ min ↗ صعودی

ب) نقطه b

x	b
y'	+ 0 −
y	↗ max ↘

ج) نقاط a, b, c, d, e, g

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

(۲,۱)

(۴۹

$F(x) = x^3 + bx^2 + d$

$1 = 2^3 + b(2)^2 + d$ → $4b + d = -7$ → $4(-2) + d = -7$ → $d = 0$

$F'(x) = 3x^2 + 2bx$ → $3(2)^2 + 2b(2) = 0$ → $12 + 4b = 0$ → $b = -3$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۵

$e = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۵} \longrightarrow \frac{c}{۵} = \frac{۲}{۵} \rightarrow c = ۲$

$\text{قطر بزرگ} = AA' = ۲a = ۱۰ \rightarrow a = ۵$

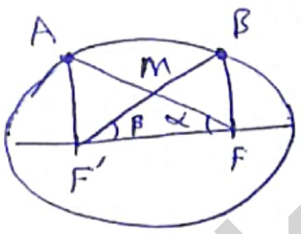
$a^۲ = b^۲ + c^۲ \qquad ۵^۲ = b^۲ + ۲^۲ \qquad b^۲ = ۲۵ - ۴ = ۲۱$

$b = \sqrt{۲۱}$

$\text{قطر کوچک} = ۲b = ۲\sqrt{۲۱}$

$\text{فاصله کانونی} = ۲c = ۲(۲) = ۴$

۱۶



AFF' و BFF' دو مثلث $\longrightarrow$

$AF = BF$

$FF' = FF'$

$FAF' = FBF' \rightarrow F'A + AF = F'B + BF'$

$\rightarrow AF = BF'$

$\alpha = \hat{\beta}$ ← دو مثلث برابرند

$\Delta F'MF \rightarrow F'M = MF$

یعنی مثلث متساوی الساقین است.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$O(-1,1)$ (۱۷

دایره $x^2+y^2-2x+2y=0 \rightarrow \begin{cases} O'\left(\frac{-(-2)}{2}, \frac{-2}{2}\right)=(1,-1) \\ R'=\frac{\sqrt{(-2)^2+2^2-4(0)}}{2}=\frac{\sqrt{8}}{2}=\sqrt{2} \end{cases}$

$OO'=\sqrt{(-1-1)^2+(1-(-1))^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

دایره $\rightarrow OO'=R+R' \rightarrow 2\sqrt{2}=\sqrt{2}+R \rightarrow R=\sqrt{2}$

$P(A)=P(G).P(A|G)+P(B).P(A|B)$ (۱۸ الف)

$=\frac{4}{10}\times\frac{4}{12}+\frac{6}{10}\times\frac{5}{12}=\frac{34}{120}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner