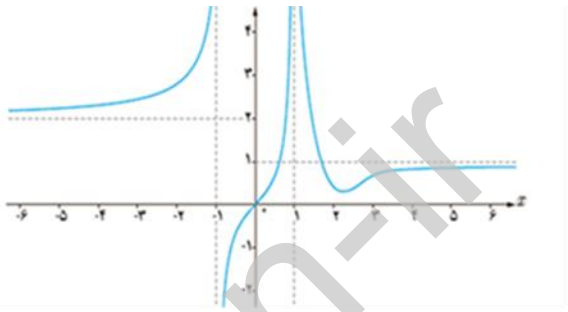
نام : نام خانوادگی : پایه:دوازدهم رشته تجربی: ساعت امتحان :	وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان لرستان امتحان شبه نهایی هماهنگ استانی سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱	درس: ریاضی ۳ تاریخ امتحان: مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه نمره :

ارزش هر کس به مقدار دانایی و تخصص اوست. امام علی (ع)

		بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف: باقیمانده تقسیم عبارت x^3+3x-2 بر $x-1$ برابر ۳ است. ب: تابع $y=tan\,x$ در دامنه خود اکیدا صعودی است. پ: نقطه ی $(0,0)$ نقطه ی بحرانی تابع $f(x)=\sqrt{x}$ می باشد. ت: اگر $f(x)=2x-1$ در این صورت $f^{-1}(3)$ برابر ۲ است.	۱
۲	جای خالی عبارت مناسب بنویسید الف: بازه $(-2,8)$ دارای مرکز ..... و شعاع .....می باشد ب: حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{x-1}$ برابر ..... است ب: دوره تناوب تابع $y=sin2x$ برابر.....است .	۱
۳	تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی که در ان تابع صعودی، نزولی و ثابت است را مشخص کنید. $f(x)=\begin{cases}-2x-1 & x\le 0\\ 3 & 0<x\le 1\\ x & x>1\end{cases}$	۱
۴	اگر $f(x)=\frac{x}{x-1}$ و $g(x)=\sqrt{x-2}$ آنگاه دامنه و ضابطه ی fog را بیابید.	۱
۵	مقدار عددی $\sin 22/5$ را محاسبه کنید.	۱
۶	جوابهای کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x-\sin x-1=0$ را بیابید.	۱

www-kanoon-ir

۷	با توجه به نمودار تابع داده شده ، موارد خواسته شده را بیابید الف $\lim_{x\to ۱^-} f(x) =$ پ $\lim_{x\to (-۱)^+} f(x) =$ پ $\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ ت $\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ 	۱
۸	حدود توابع زیر را در نقاط داده شده بیابید. $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x}$ $\lim_{x\to ۱^+} \frac{[x]}{x-۱}$	۱
۹	مشتق پذیری تابع $f(x)=x[x]$ را در نقطه ی $x=۰$ بررسی کنید. با ذکر دلیل بگویید آیا این نقطه می تواند مینیمم نسبی تابع باشد.	۱/۵
۱۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^۳-۴t+۱$ در بازه $[۰,۳]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. الف) سرعت متوسط در این بازه را به دست آورید. ب) در چه زمانی سرعت متوسط و سرعت لحظه ای برابر می شوند.	۱
۱۱	مشتق تابع $f(x)=(a+b-۱)x^۲+(a-b-۲)x+a$ همواره برابر صفر است مقادیر a,b و ضابطه تابع را بیابید.	۱
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید(ساده کردن الزامی نیست) $f(x)=(x^۲-۳x)^۳$ $g(x)=\sqrt[۳]{\frac{x+۱}{x-۱}}$	۱/۵

www-kanoon-ir

۱۳	مقادیر a, b را طوری به دست آورید که تابع $y = ax^۳ + bx + ۲$ در نقطه $(۱,۳)$ دارای ماکزیمم نسبی باشد.	۱/۵
۱۴	محیط مستطیلی ۲۰ سانتی متر می باشد، ماکزیمم مساحت آن را به دست آورید.	۱
۱۵	وضعیت خط $۳x + ۴y - ۱ = ۰$ و دایره $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۲y + ۱ = ۰$ را مشخص کنید.	۲
۱۶	در یک بیضی مختصات رئوس دو سر قطر بزرگ $A\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ و $\acute{A}\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}$ می باشد، اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{۱}{۲}$ باشد، مختصات مرکز، فاصله کانونی وطول قطرهای بزرگ و کوچک را به دست آورید.	۱/۵
۱۷	سه ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره آبی، ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی و تمام مهره های ظرف سوم آبی می باشند، ظرفی را به تصادف انتخاب و از آن مهره ای بیرون می آوریم با چه احتمالی مهره انتخاب شده آ بی می باشند. (پاسخ به این سوال اختیاری است)	۱
	جمع بارم	۲۰

www-kanoon.ir

۷)

الف) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) ۲ د) ۱

---

۸)

الف)

$$\lim \frac{[1^+]}{1^2-1} = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

ب)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{0}{0} \quad \text{مبهم}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \times \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

---

۹)

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x[0^-]-0}{x-0}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-1x}{x} = -1$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x[0^+]-0}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{0}{x} = 0$$

چون مشتق چپ با مشتق راست در نقطه $x=0$ برابر نیست پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

چون $f(x)$ برای $x<0$ منفی و برای $x>0$ نیز منفی است پس نمی‌تواند صعودی باشد.

---

۱۰)

الف)

$$V_{av} = \frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{(3^3-4\times 3+1)-(0^2-4\times 0+1)}{3-0}$$

$$V_{av} = \frac{-15}{3} = -5 \ m/s$$

ب) زمانی است که مشتق تابع برابر $+5$ شود

$$f'(t) = 3t^2-4 = 5 \rightarrow 3t^2 = 9 \rightarrow t^2 = 3 \rightarrow \boxed{t=\sqrt{3}\ s}$$

(۱۱)

$f'(x) = 3(a+b-1)x + (a-b-2) = 0$

برای اینکه این عبارت همواره مثبت یا همواره منفی باشد، باید ریشه نداشته باشد.

$$\begin{cases} 3(a+b-1)=0 & (1) \\ a-b-2=0 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)-(2)} 2a=2 \rightarrow \boxed{a=\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$(2) \xrightarrow{(3)} \frac{3}{2}-b-2=0 \rightarrow \boxed{b=-\frac{1}{2}}$$

$$f(x)=a \xrightarrow{(3)} \boxed{f(x)=\frac{3}{2}}$$

---

(۱۲)

$$f'(x) = 3(2x-2)(x^2-2x)^2$$

$$g'(x) = \frac{\frac{1\times(x-1)-1\times(x+1)}{(x-1)^2}}{3\sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2}}$$

---

(۱۳)

$$\begin{cases} 3=a(1)^2+b(1)+2 \rightarrow a+b=1 \\ y'=0 \rightarrow 0=2(a)(1)+b \rightarrow b=-2a \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} a=-1 \\ b=2 \end{matrix}}$$

x		1	
y'	$+$	0	$-$
	↗		↘

---

(۱۴)

$$2(a+b)=20 \rightarrow a+b=10 \rightarrow a=10-b$$

$$S=ab=(10-b)b=-b^2+10b$$

$$S'=0 \rightarrow -2b+10=0 \rightarrow b=5$$

b	0	5	10
$S'(b)=-2b+10$	$+$	0	$-$
$S(b)=-b^2+10b$	0 ↗	25	↘ 0

$$\boxed{S_{max}=5\times(10-5)=25}$$

ریاضی (۱۲) تجربی — لرستان — احسان صادقی

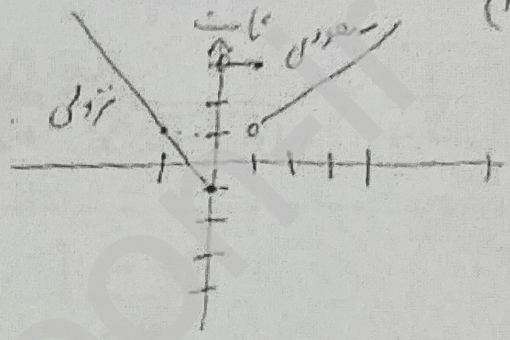
۱) الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست

۲) الف) ۳, ۵ ب) ۲ ج) π

۳) $x \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow f(x)=-1 \\ x=-1 \rightarrow f(x)=1 \end{cases}$

$0 < x \leq 1 \rightarrow \{ f(x)=2$

$x > 1 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow f(x)=1 \\ x=2 \rightarrow f(x)=2 \end{cases}$



صعودی $= (0,+\infty)$ — ثابت $= (0,1)$ — نزولی $= (-\infty, 0]$

۴) $f(g(x)) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}-1} \rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ \sqrt{x-2}-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 2 \end{cases}$

$D(fog) = [2, +\infty) - \{3\}$

۵) $\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$, $x = 22.5$

$\sin(22.5) = \sqrt{\frac{1-\cos 45}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$

$\sin(22.5) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

۶) $\cos^2 x - \sin x - 1 = 0 \rightarrow -\sin x = 1 - \cos^2 x \rightarrow \sin x = \sin^2 x$

$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$\sin x \neq 0 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$ یا $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$

۱۵)

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ مرکز: $(1,1)$ شعاع: ۱

$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|3\times 1 + 4\times 1 - 1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{6}{5} = 1.2$

$d > 1$ ← خط بیرون دایره است.

---

۱۶)

$b^2 = a^2 - c^2$

$2a = 2 \to a = 1$

$\frac{1}{2} = \frac{c}{a} \to c = \frac{1}{2}$

$b^2 = 1^2 - (\frac{1}{2})^2 \Rightarrow b^2 = \frac{3}{4} \to b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

قطر کوچک $= \sqrt{3}$ قطر بزرگ $= 2$

بزرگ $\to \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

---

۱۷)

$P_{\text{بازی}} = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{1}}{\binom{6}{1}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{2}{1}}{\binom{10}{1}} + \frac{1}{2}$

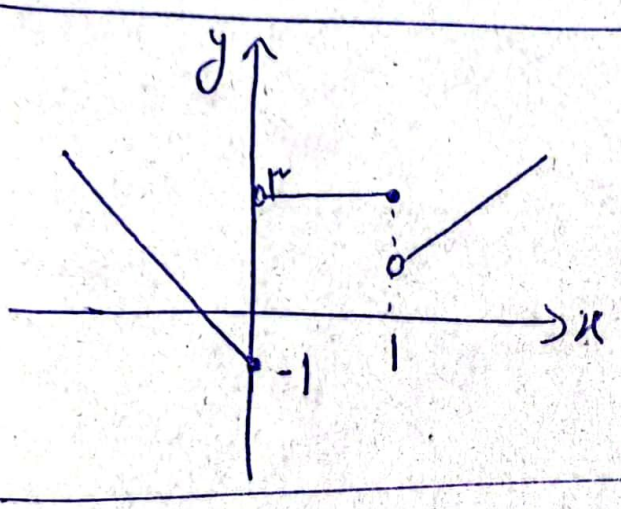
$P_{\text{بازی}} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{6} + \frac{2}{10} + 1\right) = \frac{4\times 10 + 2\times 6 + 60}{2\times 60} = \frac{112}{120} = \frac{56}{60}$

پاسخ تشریحی درس ریاضی ۳ (تجربی) - شیوه نمایی - لرستان احسان محمدی زاده

سؤال ۱) الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست

سؤال ۲) الف) مرکز $=۳$ و شعاع $=d$ ب) ۲ ج) $T=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$

سؤال ۳)



ثابت $=[0,1]$

صعودی $=[1,+\infty)$

نزولی $=(-\infty,0]$

سؤال ۴)

$f(x)=\frac{x}{x-1}$ ، $g(x)=\sqrt{x-۲}$ $y=(f\circ g)(x)=f(\sqrt{x-۲})=\frac{\sqrt{x-۲}}{\sqrt{x-۲}-1}$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ $D_g=x\geq ۲$

$D_{f\circ g}=\{x \mid x\in D_g, g(x)\in D_f\}=\{x \mid x\geq ۲, \sqrt{x-۲}\neq 1\}$

$\sqrt{x-۲}\neq 1 \rightarrow x\neq ۳$

$\rightarrow D_{f\circ g}=[۲,+\infty)-\{۳\}$

سؤال ۵)

$\sqrt{\frac{1-\cos ۴۵^\circ}{۲}}=\sin ۲۲/۵^\circ \rightarrow \sin ۲۲/۵^\circ=\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}}=\sqrt{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}}=\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۲}}}{۲}$

سؤال ۶)

$\cos ۲x-\sin x-1=0 \rightarrow 1-۲\sin^۲ x-\sin x-1=0$

$\rightarrow ۲\sin^۲ x+\sin x=0 \rightarrow \sin x(۲\sin x+1)=0 \rightarrow \begin{cases}\sin x=0\\ \sin x=-\frac{1}{۲}\end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases}\sin x=0 \rightarrow x=k\pi\\ \sin x=-\frac{1}{۲} \rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\end{cases}$

www.kanoon.ir

CamScanner

سؤال ۷

الف) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ ب) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x) = -\infty$

ج) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ د) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

سؤال ۸

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{[x]}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \xrightarrow{\text{گویا}} \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \times \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x+1-1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$$

سؤال ۹

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = x \times 0 = 0$

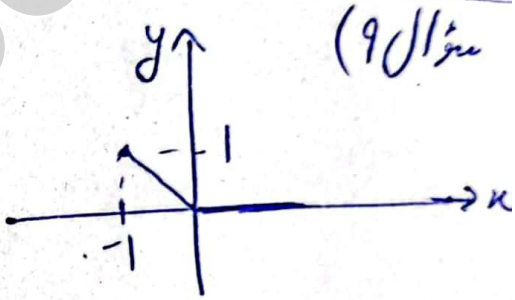
$\lim_{x\to 0^-} f(x) = x \times (-1) = 0 \times (-1) = 0$ ← حد چپ = حد راست

$f(0) = 0 \times [0] = 0$

$f'_+(0) = 0$

$f'_-(0) = x \times [0^-] = (-x)' = -1$

$\rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0) \rightarrow$ تابع f در $x=0$ مشتق‌پذیر نیست



سؤال ۱۰

الف) $\bar{v} = \frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{(3^3-4\times 3^2+1)-(1)}{3} = \frac{15}{3} = 5$

ب) $f(t) = 3t^2-4 = 5 \rightarrow 3t^2 = 9 \rightarrow t^2 = 3 \rightarrow t = \sqrt{3}$

سؤال ۱۱

ضریب x^2 صفر $\rightarrow a+b-1=0 \rightarrow a+b=1$

ضریب x صفر $\rightarrow a-b-2=0 \rightarrow a-b=2$

$2a=3 \rightarrow a=\frac{3}{2}, b=-\frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{3}{2}$ ← خطی

چون تابع f تابعی ثابت است

www-kanoon-ir

سؤال ۱۲)

$$f'(x) = 3(x^2 - 12x)^2 \times (12x - 3)$$

$$g'(x) = \frac{\frac{1x(x-1) - 1x(x+1)}{(x-1)^2}}{3\sqrt[3]{(\frac{x+1}{x-1})^2}}$$

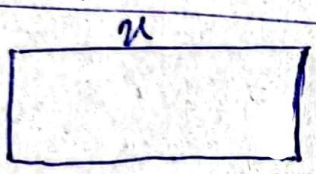
سؤال ۱۳)

$$y(1) = 3 \longrightarrow a + b + 2 = 3 \longrightarrow a + b = 1 \quad ①$$

$$y'(1) = 0 \longrightarrow 12a + b = 0 \longrightarrow b = -12a \quad ②$$

$$\xrightarrow{①,②} \begin{cases} a + b = 1 \longrightarrow a - 12a = 1 \longrightarrow a = -\frac{1}{12} \\ b = -12a \longrightarrow b = \frac{12}{12} \end{cases}$$

سؤال ۱۴)



$$\text{محیط} = 2(x+y) = 20 \longrightarrow x + y = 10 \longrightarrow y = 10 - x$$

$$S = xy = x(10 - x) = -x^2 + 10x$$

$$\rightarrow S' = -2x + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \qquad S = 5 \times 5 = 25$$

سؤال ۱۵)

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, 1) \\ \text{شعاع} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 - 4} = 1 \end{cases}$$

فاصله‌ی مرکز تا خط: $d = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 1 - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{6}{5} > \text{شعاع} = 1$

خط بیرون دایره قرار دارد

سؤال ۱۶)

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A' = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ → بیضی از نوع افقی

$2a = 2 \rightarrow \boxed{a = 1}$, $e = \frac{1}{2} \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{c}{1} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{c = \frac{1}{2}}$

$O(3, 1)$ فاصله‌ی کانونی $= 2c = 2(\frac{1}{2}) = 1$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

قطر بزرگ $= 2a = 2$ $\quad$ قطر کوچک $= 2b = 2(\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sqrt{3}$

CamScanner