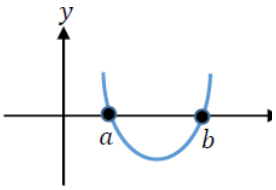
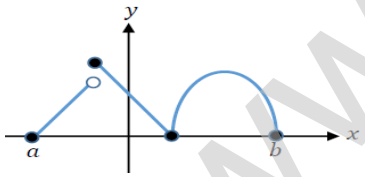
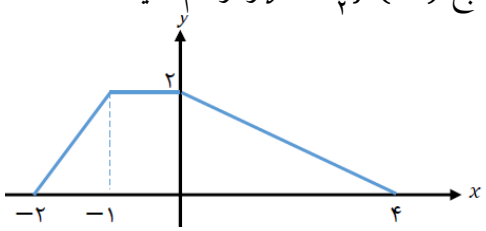
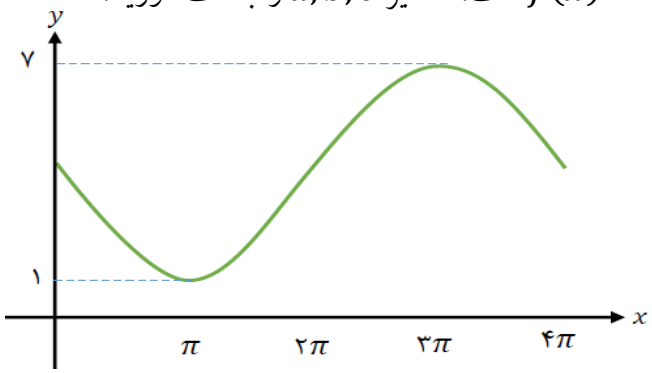
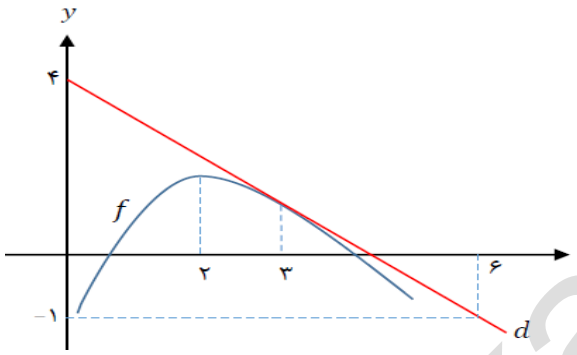
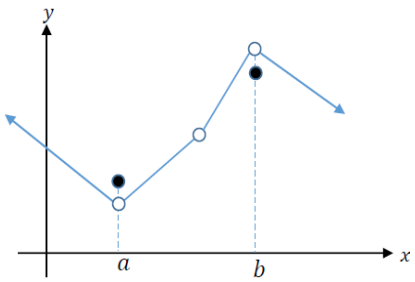
پایه: **دوازدهم دوره دوم متوسطه**	رشته: **علوم تجربی**	تعداد صفحه: **۳**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
سئوالات امتحان شبه نهایی درس: **ریاضی ۳**		تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۰۲/۰۴**	
نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع : **۸ صبح**	

ردیف	سئوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x)=x^3$ ، تابعی اکیدا نزولی است. ب) دوره تناوب تابع $y=\tan x$ برابر π است. ج) اگر تابع f در $x=a$ پیوسته باشد آنگاه f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.	۰/۷۵
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x)=x^2+3x$ و $g(x)=\sqrt{x}$ آنگاه مقدار $gof(1)$ برابر ..... است. ب) با توجه به نمودار تابع f' در شکل روبرو تابع f در نقطه‌ای به طول ..... دارای مینیمم نسبی است.  ج) حجم شکل حاصل از دوران یک مستطیل به عرض ۳ و طول ۴ حول عرض آن برابر ..... است.	۰/۷۵
۳	سوالات چهار گزینه‌ای : a) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ چند است؟ الف) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ پ) ۱ ت) $\frac{1}{8}$ b) نمودار تابع f در بازه $[a,b]$ به صورت زیر رسم شده است. تابع f در این بازه در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟  الف) ۲ ب) ۳ پ) ۴ ت) ۵ c) فاصله کانونی یک بیضی با قطر بزرگ ۱۰ و قطر کوچک ۶ برابر کدام یک از موارد زیر است؟ الف) ۴ ب) ۸ پ) $\sqrt{34}$ ت) $2\sqrt{34}$	۱/۵
۴	با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$ داده شده در زیر، نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(2x)$ را رسم کنید.  	۰/۵
۵	با محدود کردن دامنه تابع $f(x)=x^2-4x+7$ یک تابع یک به یک بدست آورده سپس وارون آنرا بنویسید.	۱

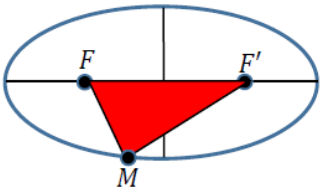
«ادامه سوالات در صفحه دوم»

www-kanoon-ir

۶	شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a\sin(bx)+c$ است. مقادیر a,b,c را بدست آورید. 	۱/۲۵
۷	حدود زیر را در صورت وجود، به‌دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x-\sqrt{۲x-۱}}{x^۲-x}$ ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۳}^+}\dfrac{۱}{\cos x-\frac{۱}{۲}}$ پ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{۳x^۲+۵x}{x^۲+۷x+۱۳}$	۲
۸	با توجه به نمودار تابع f و خط d در شکل زیر، $f'(۳)$ و $f'(۲)$ را به‌دست آورید. 	۰/۷۵
۹	به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=(x-۱)[x]$ را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱
۱۰	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x)=\sqrt{۳x^۲+۲x}\ (x^۳+۱)$	۱
۱۱	گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t=۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V=۴۰(۱-\frac{t}{۱۰۰})^۲$ بدست آید، در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[۰,۱۰۰]$ می‌شود؟	۱/۵
۱۲	با توجه به نمودار تابع f در شکل روبرو، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) تعداد نقاط بحرانی این تابع را بنویسید. ب) طول نقطه مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود مشخص کنید. پ) طول نقطه ماکسیمم نسبی تابع را در صورت وجود مشخص کنید. 	۰/۷۵

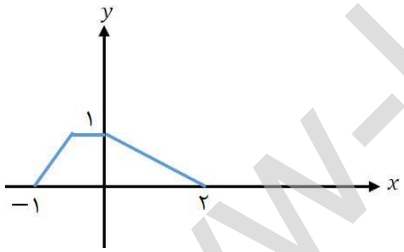
«ادامه سوالات در صفحه سوم»

www-kanoon-ir

۱۳	با تشکیل جدول تغییرات تابع زیر مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در کدام بازه نزولی اکید است؟ $$f(x)=\frac{۱}{x^۲+۱}$$	۱/۲۵
۱۴	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محورxها و دو رأس دیگرش بالای محورxها و روی سهمی $y=۱۲-x^۲$ باشند.	۱/۲۵
۱۵	معادله دایره‌ای به صورت $x^۲+y^۲-۴x-۲y-۲۰=۰$ می‌باشد. الف) مختصات مرکز و اندازه شعاع این دایره را بنویسید. ب) اگر این دایره روی خط $۳x+۴y=۲۵$ وتری جدا کند، طول وتر را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۶	اگر خروج از مرکز بیضی زیر برابر ۰/۵ باشد محیط مثلث MFF' چند برابر قطر بزرگ بیضی است؟ 	۱
۱۷	سامان در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته سؤال که یکی شامل سؤال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است، وجود دارد. به احتمال ۵۰ درصد بسته سوالات ادبیات، به احتمال ۳۰ درصد بسته سوالات ریاضی و به احتمال ۲۰ درصد بسته اطلاعات عمومی به او تعلق می گیرد. اگر احتمال برنده شدن وی در سوالات ادبیات ۹۰ درصد، در سوالات ریاضی ۶۰ درصد و در سوالات اطلاعات عمومی ۸۰ درصد باشد، احتمال برنده شدن سامان در مسابقه چقدر است؟	۲
	تلاش جادویی است که موفقیت را می سازد.	۲۰

www.kanoon.ir

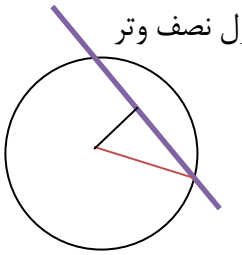
پایه: **دوازدهم دوره دوم متوسطه**	رشته: **علوم تجربی**	تعداد صفحه: ۳	مدت امتحان:
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	**تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴**	**نوبت صبح**	

ردیف		نمره
	راهنمای تصحیح	
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) غ ب) د ج) غ	۰/۷۵
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) ۲ ب) b ج) ۴۸π	۰/۷۵
۳	سوالات چهار گزینه‌ای : a) الف) $\frac{۱}{۴}$ b) پ) ۴ c) ب) ۸	۱/۵
۴		۰/۵
۵	$f(x) = x^۲ - ۴x + ۷ = (x-۲)^۲ + ۳ \qquad x \geq ۲$ $y = (x-۲)^۲ + ۳ \rightarrow y - ۳ = (x-۲)^۲ \rightarrow \sqrt{y-۳} = x - ۲$ $\rightarrow x = \sqrt{y-۳} + ۲ \rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x-۳} + ۲$	۱
۶	$c = \frac{۷+۱}{۲} = ۴ \quad (۰/۲۵) \quad , \quad \lvert a\rvert = \frac{۷-۱}{۲} = ۳ \quad (۰/۲۵)$ $T = \frac{2\pi}{\lvert b\rvert} = 4\pi \implies \lvert b\rvert = \frac{۱}{۲} \quad (۰/۲۵) \quad و \quad ab < ۰ \quad (۰/۲۵)$ $y = -۳\sin(\frac{۱}{۲}x) + ۴ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵

www-kanoon-ir

۷	$\lim_{x\to ۱} \frac{(x-\sqrt{۲x-۱})(x+\sqrt{۲x-۱})}{(x^۲-x)(x+\sqrt{۲x-۱})}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۱} \frac{x^۲-۲x+۱}{(x^۲-x)(x+\sqrt{۲x-۱})}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)^۲}{x(x-۱)(x+\sqrt{۲x-۱})}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)}{x(x+\sqrt{۲x-۱})} = ۰$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۳}^+} \frac{۱}{\cos x-\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$ (۰/۲۵) ب $\lim_{x\to +\infty} \frac{۳x^2+۵x}{x^2+۷x+۱۳} = \lim_{x\to +\infty} \frac{۳x^2}{x^2}$ (۰/۲۵) $= ۳$ (۰/۲۵) ب	۲
۸	$f'(۳) = \frac{۴-(-۱)}{۰-۶} = -\frac{۵}{۶}$ (۰/۵) $f'(۲) = ۰$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	تابع در نقطه $x = ۱$ پیوسته است (۰/۲۵) $f'_-(۱) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{(x-۱)[x]-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{(x-۱)[x]}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-}[x] = ۰$ (۰/۲۵) $f'_+(۱) = \lim_{x\to ۱^+} \frac{(x-۱)[x]-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^+} \frac{(x-۱)[x]}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^+}[x] = ۱$ (۰/۲۵) $f'_+(۱) \neq f'_-(۱)$ پس تابع در نقطه $x = ۱$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)	۱
۱۰	$f'(x) = \underbrace{\left(\frac{۶x+۲}{۲\sqrt{۳x^۲+۲x}}\right)(x^۳+۱)}_{(۰/۷۵)} + \underbrace{(\sqrt{۳x^۲+۲x})(۳x^۲)}_{(۰/۲۵)}$	۱
۱۱	$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(۱۰۰)-V(۰)}{۱۰۰-۰} = \frac{۰-۴۰}{۱۰۰} = -۰/۴$ (۰/۵) $V' = ۸۰\left(۱-\frac{t}{۱۰۰}\right)\left(\frac{-۱}{۱۰۰}\right)$ (۰/۵) $V' = ۸۰\left(۱-\frac{t}{۱۰۰}\right)\left(\frac{-۱}{۱۰۰}\right) = -۰/۴$ (۰/۲۵) $t = ۵۰$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	الف) ۲ ب) b پ) a	۰/۷۵

www-kanoon-ir

۱۳	$f'(x)=\frac{-۲x}{(x^۲+۱)^۲}=۰$ (۰/۲۵) $x=0$ (۰/۲۵) x | 0 f' | $+$ | $-$ (۰/۲۵) f | ↗ | ↘ در بازه $(-\infty,0)$ اکیدا صعودی (۰/۲۵) در بازه $(0,+\infty)$ اکیدا نزولی (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۴	$S_x=2xy=2x(12-x^2)=24x-2x^3$ (۰/۲۵) $S'_x=24-6x^2=0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $x^2=4\Rightarrow x=2$ (۰/۲۵) طول $2x=4$ (۰/۲۵) $y=12-(2)^2=8$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۵	الف) $O\left(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}\right)=(۲,۱)$ (۰/۲۵) , $r=\frac{1}{۲}\sqrt{a^2+b^2-4c}=۵$ (۰/۵) ب) فاصله مرکز دایره از خط داده شده برابر است با $d=\frac{\lvert۳(۲)+۴(۱)-۲۵\rvert}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=۳$ (۰/۵) طول نصف وتر $=\sqrt{۵^۲-۳^۲}=۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ طول وتر $=۸$ (۰/۲۵) 	۱/۷۵
۱۶	مجموع فواصل هر نقطه بیضی از کانونها= طول قطر بزرگ بیضی=$2a$ $FF'=2c,\quad MF+MF'=2a\,,\quad \frac{c}{a}=0/5$ (۰/۲۵) $\rightarrow c=0/5a\rightarrow$ محیط $=\underbrace{2c+2a=a+2a}_{(۰/۵)}=3a\rightarrow \frac{\text{محیط}}{\text{قطر بزرگ}}=\frac{3a}{2a}=\frac{3}{2}$ (۰/۲۵)	۱
۱۷	$P(B)=P(A_1)P(B\lvert A_1)+P(A_2)P(B\lvert A_2)+P(A_3)P(B\lvert A_3)$ (۰/۲۵) $P(B)=\underbrace{۰/۵\times۰/۹}_{(۰/۵)}+\underbrace{۰/۳\times۰/۶}_{(۰/۵)}+\underbrace{۰/۲\times۰/۸}_{(۰/۵)}=۰/۷۹$ (۰/۲۵)	۲
	درنهایت، نظر همکاران محترم صائب است	