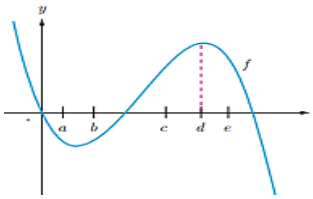
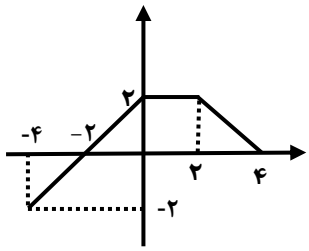
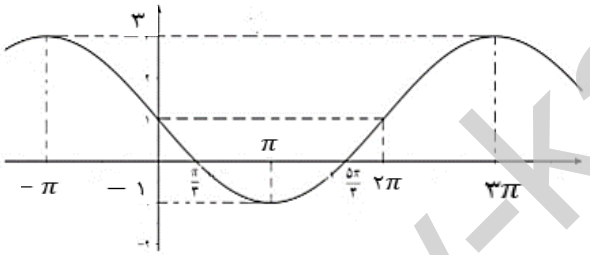
باسمه تعالی

سوالات امتحان درس : **ریاضی ۳**	تعداد صفحه:**۲**	نام و نام خانوادگی:	**رشته : تجربی**
تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/ ۰۳ /**	طراح سوال : **نرگس نجف آبادی**	پایه **دوازدهم** دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**

ردیف	**(استفاده از ماشین حساب با چهار عمل اصلی مجاز است.)**	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر نقطه c نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد و $f'(c)$ موجود باشد انگاه $f'(c) = ۰$ ب) نقطه $(۱ , ۱)$ بیرون دایره $(x+۲)^۲ + (x-۱)^۲ = ۹$ قرار دارد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در شکل مقابل نقطه ..... نقطه ای است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است. ب) نقطه ای به طول ..... نقطه بحرانی تابع $y = \|x-۲\|$ است. 	۰/۵
۳	نمودار تابع f داده شده است نمودار $y = -\frac{۱}{۲}f(۲x) + ۱$ را رسم کنید. 	۱
۴	با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^۲ - ۲x + ۳$ یک تابع یک به یک به دست آورده و ضابطه وارون این تابع را بیابید.	۱
۵	باتوجه به نمودار داده شده ضابطه تابع آن را بنویسید. 	۱
۶	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $cos۲x + \sqrt{۲}sinx - ۱ = ۰$	۱
۷	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \frac{[x]-۳}{۲-x}$ ب) $\lim\limits_{x\to -۴} \frac{\sqrt{x+۵}-۱}{x^۲+۴x}$ ج) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{-۵x^۴ + ۳x - ۷}{(x^۳+۱)(۲x+۵)}$	۲
۸	اگر $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \frac{۱}{۳}$ و $f(۲) = -۱$ در این صورت معادله خط مماس بر منحنی تابع را در نقطه ای به طول ۲ بنویسید.	۰/۷۵
۹	مشتق پذیری تابع $f(x) = x\|x-۲\|$ را در نقطه $x = ۲$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۰	مشتق تابع های زیر را بیابید.(ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (x^۴-۱)(۲x-x^۲)^۴$ ب) $g(x) = \frac{x^۳ - ۵x + ۲}{\sqrt[۳]{۲x-۱}}$	۱/۵

ادامه سوالات در صفحه دوم

www-kanoon-ir

۱۱	در تابع با ضابطه $f(x)=x^{۳}$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x=۳$ و $\Delta x=۲$ از آهنگ لحظه ای تغییر این تابع در نقطه $x=۳$ چقدر بیشتر است؟	۱/۲۵
۱۲	الف) نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}-۹x+۵$ را بیابید. ب) بیشترین مقدار این تابع در بازه $[-۲,۲]$ را به دست آورید.	۲
۱۳	تابع با ضابطه $f(x)=۳x^{۲}-x^{۳}$ در چه بازه ای اکیدا صعودی است؟	۱
۱۴	پاره خط AB را که در نقطه A بر خط l عمود است حول l دوران کرده و شکلی به مساحت ۱۲π به وجود آورده است طول AB را بیابید.	۰/۷۵
۱۵	در یک بیضی به کانون های $(-۱,۲)$ و $(۲,۷)$ اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی را بیابید.	۱
۱۶	مقدار k را طوری بیابید که دو دایره به معادلات $x^{۲}+y^{۲}+۲x-۲y=۰$ و $x^{۲}+y^{۲}-۴y+k=۰$ بر هم مماس داخل باشند.	۱
۱۷	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(-۱,۱)$ بوده و از نقطه $A(۲,۰)$ بگذرد.	۰/۵
۱۸	در اولین ظرف از سه ظرف همانند ، ۳ مهره سفید و ۹ مهره سیاه و دومین ظرف ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف سوم فقط مهره سیاه داریم با چشم بسته از یکی از ظرف ها یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه این مهره سیاه باشد کدام است؟	۲
	موفق باشید جمع نمرات	۲۰

www-kanoon-ir

طراح سوال: نرگس نخب آبادی — راهنمای تصحیح ازمون ریاضی ۳ — خرداد ۱۴۰۲

باسمه تعالی

۱- الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵

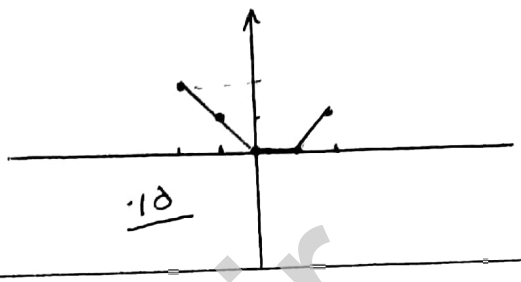
۲- الف) a ۰/۲۵ ب) x=۲ ۰/۲۵

۳-

x	-۴	-۲	۰	۲	۴
g	-۲	۰	۲	۲	۰

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
f(x)	-۱/۲	۲	۱	۰	۱

۰/۵



۰/۵

۴- $f(x)=(x-1)^2+2$ $D: x\geq 1$ ۰/۲۵

$y=(x-1)^2+2 \Rightarrow (x-1)^2=(y-2)$ ۰/۲۵

$\Rightarrow x-1=\sqrt{y-2}$ ۰/۲۵

$x=\sqrt{y-2}+1$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$ ۰/۲۵

۵- $T=4\pi$ $\max=3$ $\min=-1$ $|a|=2$ ۰/۲۵ $c=1$ ۰/۲۵ $|b|=\frac{2\pi}{4\pi}=\frac{1}{2}$ ۰/۲۵

$y=2\sin(-\frac{1}{2}x)+1$ $y=-2\sin(\frac{1}{2}x)+1$ ۰/۲۵

۶- $\cos 2x-\sqrt{2}\sin x-1=0 \Rightarrow 1-2\sin^2 x-\sqrt{2}\sin x-1=0$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \sin x(-2\sin x-\sqrt{2})=0$ ۰/۲۵

$\Rightarrow \sin x=0 \Rightarrow x=k\pi$, $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin(-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow x=2k\pi-\frac{\pi}{4}$ ۰/۲۵

$x=2k\pi+\pi+\frac{\pi}{4}$ ۰/۲۵

۷- الف) $\frac{[2^-]-4}{0}=\frac{1-4}{0^+}=\frac{-2}{0^+}=-\infty$ ۰/۲۵ ۰/۲۵

ب) $\lim_{x\to -4}\frac{\sqrt{x+5}-1}{x^2+4x}\times\frac{\sqrt{x+5}+1}{\sqrt{x+5}+1}=\lim_{x\to -4}\frac{x+5-1}{x(x+4)(\sqrt{x+5}+1)}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$=\lim_{x\to -4}\frac{1}{x(\sqrt{x+5}+1)}=\frac{-1}{8}$ ۰/۲۵

ج) $\lim_{x\to -\infty}\frac{-5x^4}{(x^3)(12x)}=-\frac{5}{12}$ ۰/۵

۸- $f'(2)=m=\frac{1}{3}$ ۰/۲۵ $f(2)=-1$ $y+1=\frac{1}{3}(x-2) \Rightarrow y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$ ۰/۵ ۰/۲۵

۹- f در $x=2$ پیوسته است.

$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{x|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}-x=-2$ ۰/۵

f در $x=2$ مشتق پذیر است. ۰/۲۵

$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}x=2$ ۰/۵

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۰- $f'(x)=(۴x^۳)(۲x-x^۲)^۴+(x^۴-۱)^۴(۲x-x^۲)^۳(۲-۲x)$ $g'(x)=\dfrac{(۳x^۲-۵)(\sqrt[۳]{۲x-۱})-(\frac{۲}{۳\sqrt[۳]{(۲x-۱)^۲}})(۶x^۲-۵)}{\sqrt[۳]{(۲x-۱)^۲}}$

۱۱- آهنگ متوسط $=\dfrac{f(۵)-f(۳)}{۵-۳}=\dfrac{(۵)^۳-۳^۳}{۲}=\dfrac{۱۲۵-۲۷}{۲}=\dfrac{۹۸}{۲}=۴۹$

آهنگ لحظه‌ای : $f'(x)=۳x^۲ \to f'(۳)=۲۷$ آهنگ متوسط − آهنگ لحظه‌ای $=۴۹-۲۷=۲۲$

۱۲- الف) $f(x)=x^۳-۳x^۲-۹x+۵ \Rightarrow f'(x)=۳x^۲-۶x-۹=۰ \Rightarrow x=-۱ ,\ x=۳$ ۰/۵

x	-۱		۳	
f'	+	۰	−	۰	+
f	↗	max	↘	min	↗

$x=-۱$ max
$x=۳$ min
۰/۵

ب)

x	$f(-۱)$	$f(۰)$	$f(-۲)$	$f(۲)$
$f(x)$	۱۰	−۲۲	۳	−۱۲

max مطلق / max متناوب — min متناوب / min مطلق

۱

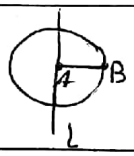
۱۳- $f'(x)=۶x-۳x^۲=۰ \Rightarrow x=۰ \quad x=\dfrac{۶}{۳}=۲$ ۰/۲۵

x		۰		۲	
f'	−	۰	+	۰	−
f	↘		↗		↘

۰/۲۵

نزولی $(-\infty,۰)$ ، $(۲,+\infty)$ ۰/۵ ۰/۵

۱۴- $\pi r^۲=۱۲\pi \longrightarrow r=\sqrt{۱۲}=AB$ ۰/۲۵



۱۵- $۲b=۶ \to b=۳$ ۰/۵ $\quad ۲c=|۷+۱|=۸ \to c=۴$ ۰/۵ $\quad a^۲=b^۲+c^۲=۹+۱۶ \to a=۵$ ۰/۵

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{۴}{۵}$ ۰/۵

۱۶- $OO'=|۲-۲'|$ $\quad O:(-۱,۱)$ $\quad r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۴}=\frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۲})=\sqrt{۲}$ ۰/۵

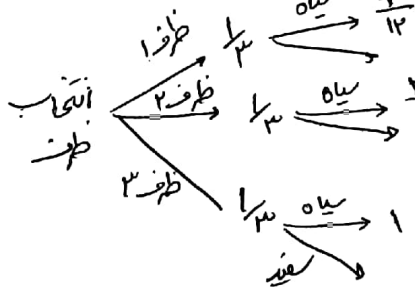
$O':(۰,۲)$ $\quad r'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶-۴k}=\sqrt{۴-k}$ ۰/۵

$OO'=\sqrt{۱+۱}=\sqrt{۲}$ $\quad \sqrt{۲}=|\sqrt{۲}-\sqrt{۴-k}| \Rightarrow \sqrt{۲}=\sqrt{۲}-\sqrt{۴-k} \Rightarrow k=۴$ ۰/۵

یا $-\sqrt{۲}=\sqrt{۲}-\sqrt{۴-k} \Rightarrow \sqrt{۴-k}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow k=-۴$ ۰/۵

۱۷- $(x-۱)^۲+(y+۱)^۲=R^۲$ $\quad R=\sqrt{۱^۲+۱^۲}=\sqrt{۲}$ ۰/۵ $\Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۱)^۲=۲$ ۰/۵

۱۸-



۰/۵

$P(\text{سیاه})=\dfrac{۱}{۳}\times\dfrac{۹}{۱۲}+\dfrac{۱}{۳}\times\left(\dfrac{۳}{۸}\right)+\dfrac{۱}{۳}$ ۰/۵

$=\dfrac{۳}{۱۲}+\dfrac{۳}{۲۴}+\dfrac{۱}{۳}=\dfrac{۶+۳+۸}{۲۴}=\dfrac{۱۷}{۲۴}$ ۰/۵ ۰/۵

Scanned with CamScanner