	شماره صفحه(۱) باسمه تعالی تعداد صفحات:۴	
	نام درس: ریاضی **اداره کل آموزش و پرورش استان البرز** **مدت امتحان: ۱۲۰دقیقه** **پایه : هشتم** **مدیریت آموزش و پرورش شهرستان/ناحیه ۲ کرج** **تاریخ امتحان : ۱۳** **۱۴۰۳/۳/** **دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان ۲** **ساعت امتحان : ۱۰ صبح** **نام و نام خانوادگی:** **نوبت دوم - خرداد ۱۴۰۳** **کلاس :** **نام دبیر: خانم رفیع زاده** **شماره داوطلب :** سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان	بارم
۱-	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) عدد $\sqrt{۰/۲۵}$ عددی گویا است. ب) با سه عدد (۹ و۱۲ و۱۵) نمی توان یک مثلث قائم الزاویه رسم کرد. ج) متوازی الاضلاعی که دارای محور تقارن باشد یا مستطیل است و یا لوزی . د) فاصله یک خط تا یک دایره ۳ سانتی متر و قطر دایره ۵ سانتی متر است، خط با دایره نقطه اشتراک ندارد.	۱
۲-	درجای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید. الف) اگر به مخرج کسر $\frac{۱۰}{۱۵}$ عدد۶ را اضافه کنیم ، باید عدد .....به صورت کسر اضافه کنیم تا مقدار کسر تغییر نکند. ب)اگر یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب کنیم، احتمال آنکه سکه رو و تاس عدد غیر اول بیاید .....است. ج)زوایای محاطی رو برو به یک کمان .....هستند. د) اگر دو ضلع یک زاویه با دو ضلع زاویه ای دیگر موازی باشند، ممکن است آن دو زاویه .....یا .....یکدیگرباشند.	۱
۳	در هر بخش گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) اگر در یک مثلث،طول میانه وارد بر یک ضلع نصف آن باشد،آن مثلث .....است. ۱)متساوی الاضلاع ۲) متساوی الساقین ۳)قائم الزاویه ۴) مختلف الاضلاع ب) ساده شده کسر مقابل کدام است؟ $\frac{x^۴+x^۲}{x^۲y+y}=$ ۱) $\frac{x}{y}$ ۲) $\frac{x^۲}{y}$ ۳) $\frac{x^۲}{y^۲}$ ۴) x ج) کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد طبیعی ۳و۴ قرار دارد؟ ۱) $۱+\sqrt{۲}$ ۲) $۱+\sqrt{۳}$ ۳) $۱+\sqrt{۵}$ ۴) $۱-\sqrt{۵}$ د) اگر حدود یکی از ۵ دسته آماری ، $۶ > X \leq ۲$ و عدد ۲ کمترین داده باشد، بزرگترین داده کدام است؟ ۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۸	۱

www-kanoon-ir

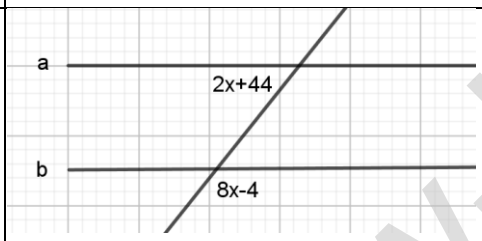
	شماره صفحه(۲) باسمه تعالی تعداد صفحات:۴	
	نام درس: ریاضی اداره کل آموزش و پرورش استان البرز مدت امتحان: ۱۲۰دقیقه پایه : هشتم مدیریت آموزش و پرورش شهرستان/ناحیه ۲ کرج تاریخ امتحان : ۱۳ ۱۴۰۳/۳/ دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان ۲ ساعت امتحان : ۱۰ صبح نام و نام خانوادگی: نوبت دوم - خرداد ۱۴۰۳ کلاس : نام دبیر: خانم رفیع زاده شماره داوطلب :	

۳- الف) حاصل عبارت مقابل را بدست آورید. $\left[(-8)+(+5)\right]\div\left[-\frac{5}{12}-\frac{-4}{15}\right]=$ ۰/۷۵

ب) کسر مقابل را به صورت مجموع دو یا چند کسر متفاوت با صورت ۱ و مخرج طبیعی بنویسید. $\frac{13}{18}=$ ۰/۷۵

۴- **در غربال اعداداول ۵۰ تا ۱۵۰ :**
اولین عددی که در مضارب عدد ۷ خط می خورد.
آخرین عددی که خط می خورد چیست؟
چند عدد در مرحله حذف مضارب عدد ۷ خط می خورد؟ ۱

۵- الف)در شکل مقابل xچقدر باشد که داشته باشیم: a∥b ۰/۷۵



ب)ثابت کنید مجموع زوایای خارجی هر چند ضلعی ۳۶۰ درجه است. ۰/۵

۶- الف) عبارت جبری مقابل را ساده کنید. $(a+2b)^2-a^2=$ ۰/۷۵

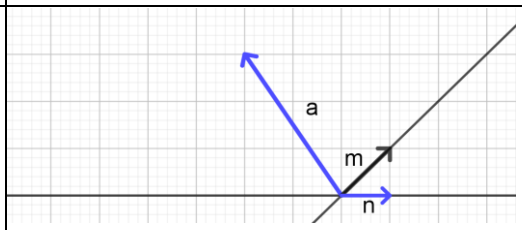
ب)کسر مقابل را بااستفاده از تجزیه عبارتهای صورت ومخرج ساده کنید. $\frac{14xy^3-7x^2y}{7xy}=$ ۰/۵

ج) معادله های مقابل را حل کنید. $\frac{x+1}{2}-\frac{1}{4}=3$ ۰/۵

www-kanoon-ir

	شماره صفحه :۳ بسمه تعالی تعداد صفحات :۴	
	نام درس: ریاضی — اداره کل آموزش و پرورش استان البرز — مدت امتحان: ۱۲۰دقیقه پایه : هشتم — مدیریت آموزش و پرورش شهرستان/ناحیه ۲ کرج — تاریخ امتحان : ۱۳ /۱۴۰۳/۳ دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان ۲ — ساعت امتحان : ۱۰ صبح نام و نام خانوادگی: — نوبت دوم - خرداد ۱۴۰۳ شماره داوطلب : — کلاس : — نام دبیر: خانم رفیع زاده	

۷- **الف**)بردار داده شده را در راستاهای مشخص شده تجزیه کرده و یک جمع بنویسید. ./۵



۸- **الف)** مقدار nرا طوری تعیین کنید که بردار a موازی عرض ها باشد. ./۲۵

$$\vec{a}=\begin{bmatrix} n-3 \\ 2n+1 \end{bmatrix}$$

ب) معادله زیر را حل کنید. ./۷۵

$$\vec{x}+4\left(3\vec{j}-\vec{i}\right)=2\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}-\vec{i}$$

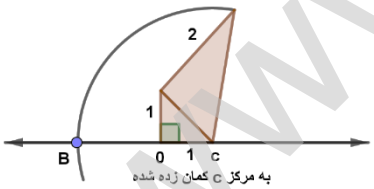
۹- **الف)حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بشکل یک عدد تواندار بنویسید.** ./۷۵

$$\left(3^5+3^5+3^5\right)\times 9^9=$$ ./۷۵

$$\frac{\left(3^4\right)^2\times\left(5^2\right)^4}{5^{23}\times 9^2}=$$

ب) جذر تقریبی $\sqrt{0/15}$ را بدست آورید. ./۷۵

ج) نقطه Bچه عددی را نمایش می دهد. ./۷۵



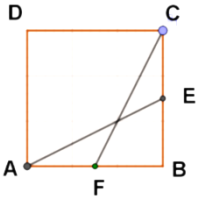
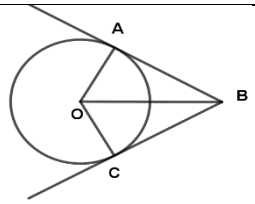
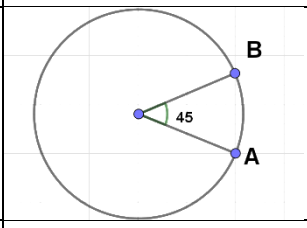
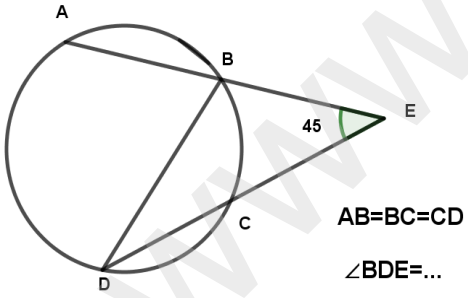
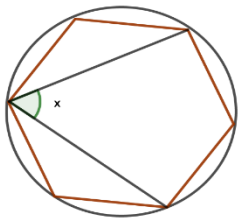
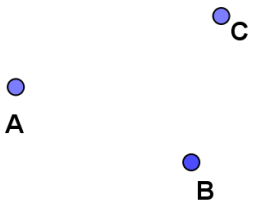
۱۰ **الف)جدول مقابل را کامل کنید.** ./۵

فراوانی ×مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته
۲۰۹			$15\le x\le 23$

ب)اگر تعداد دسته ها در جدول روبرو ۴ باشد،و کوچکترین داده عدد ۷ باشد ، دامنه تغییرات و آخرین داده چند است؟ ./۵

میانگین سن یک خانواده ۳۵ سال است.اگر میانگین سن مادر بزرگ ۶۰ساله ی آنها و اعضای خانواده ۴۰ سال باشد. این خانواده چند عضو دارد . ./۷۵

www-kanoon-ir

	نام درس: ریاضی اداره کل آموزش و پرورش استان البرز مدت امتحان: ۱۲۰دقیقه پایه : هشتم مدیریت آموزش و پرورش شهرستان/ناحیه ۲ کرج تاریخ امتحان : ۱۴۰۳/۳/ ۱۳ دبیرستان استعدادهای درخشان فرزانگان ۲ ساعت امتحان : ۱۰ صبح نام و نام خانوادگی: نوبت دوم - خرداد ۱۴۰۳ کلاس : نام دبیر: خانم رفیع زاده شماره داوطلب :	
۱۱	**در یک خانواده که سه فرزند دارند ،احتمال آنکه حد اقل دو فرزند آنها پسر باشد ، چقدر است؟**	/۵
۱۲	در مربع ABCD نقطه های E,Fبه ترتیب روی اضلاع BC,AB قرار دارند، به طوری که AE=FC اگر $\angle BAE = 15^\circ$ آنگاه زاویه CFEچند درجه است؟با دلیل و راه حل کامل 	/۷۵
۱۳	AB,BC بر دایره مماس هستند. دلیل همنهشتی دومثلث AOB,BOCرا بنویسید. 	۱
۱۴	**در شکل مقابل شعاع دایره ۴ سانتی متر است .** **طول کمان ABرا برحسب سانتی متر بدست اورید.** 	/۵
۱۵	**اندازه زاویه ها و کمانهای خواسته شده را بدست آورید.**  شش ضلعی منتظم 	۲
۱۶	**در زیر ،دایره ای رسم کنید که هر سه نقطه A,B,Cروی آن باشند.** 	/۵

www-kanoon-ir

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

۱- الف) درست - $\sqrt{0,25} = 0,5$ که عددی گویا است

ب) نادرست - طبق فیثاغورس می دانیم $15^2 = 9^2 + 12^2$

ج) درست - تنها مستطیل و لوزی (و مربع که نوعی مستطیل و لوزی است) متوازی الاضلاع هایی خط تقارن دارند

د) درست - خط در صورتی با دایره نقطهٔ مشترک دارد که فاصلهٔ آن از دایره، کمتر یا مساوی شعاع باشد.

۲- الف) ۴+ - اگر به مخرج کسر عدد ۶ اضافه شود و صورت جدید کسر X باشد داریم:

در نتیجه باید عدد ۴ را به صورت اضافه کنیم تا مقدار کسر ثابت بماند $\frac{10}{15} = \frac{X}{21} \Rightarrow X = 14$

ب) $\frac{1}{4}$ - در پرتاب یک سکّه احتمال اینکه سکّه رو بیاید $\frac{1}{2}$ و احتمال آنکه تاس عدد غیر اوّل (۲ و ۳ و ۵) بیاید $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ است بنابراین احتمال اینکه سکّه رو بیاید و تاس عددی غیر اوّل بیاید $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ است

ج) برابر - می دانیم در هر دایره زاویهٔ محاطی روبرو به یک کمان برابر نصف کمان است، پس زوایای رو به یک کمان همگی برابر هستند

د) برابر یا مکمل - در شکل روبرو اضلاع دو زاویه موازی هستند و زاویهٔ حاصل یا برابر زاویهٔ بین دو ضلع و یا مکمل آن است.

۳- الف) گزینهٔ ۳ - در مثلث ABC، طول میانهٔ BM نصف AC است پس می دانیم: $AM = MB = CM$ پس:

$M\hat{A}B = A\hat{M}B = x$ و $M\hat{B}C = M\hat{C}B = y$

پس: $2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow x + y = 90^\circ$ در نتیجه $A\hat{B}C = 90^\circ$ و مثلث قائم الزاویه خواهد بود

ب) گزینهٔ ۲ - با فاکتورگیری و ساده سازی کسر داریم:

$$\frac{x^4 + x^2}{x^2 y + y} = \frac{x^2(x^2+1)}{y(x^2+1)} = \frac{x^2}{y}$$

ج) گزینهٔ ۳ - می دانیم $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ از ۲ کوچکترند پس $1+\sqrt{2}$ و $1+\sqrt{3}$ از ۳ کوچکتر خواهند بود (رد گزینه های ۱ و ۲) همچنین می دانیم $2 < \sqrt{5} < 3$ بنابراین $3 < 1+\sqrt{5} < 4$ و $0 < \sqrt{5} - 1 < 2$ در نتیجه گزینهٔ

www.kanoon.ir

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

د) گزینهٔ ۳ - هر دسته دارای طول ۴ است و ۵ دسته داریم بنابراین بزرگترین داده $2+(5\times4)=22$ است

۳- الف) $[(-8)+(+5)] \div \left[-\frac{5}{12}-\frac{-4}{15}\right] = [-3] \div \left[\frac{-25-16}{60}\right] = [-3] \div \left[\frac{-9}{60}\right]$

$= (-3)\times\left(-\frac{\cancel{60}^{20}}{\cancel{9}_{1}}\right) = \boxed{20}$

ب) $\frac{13}{18} = \frac{9}{18}+\frac{3}{18}+\frac{1}{18} = \frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$

۴- در غربال اعداد اوّل، در مضارب هر عدد اوّل، اعدادی خط می خورند که مضرب اعداد اوّل $n=$ پیش از آن نبوده‌اند.

اعداد مضرب ۷ که خط می خورند به ترتیب: 7×7 ، 7×11 ، 7×13 ، ...

هستند بنابراین در بین اعداد ۵۰ تا ۱۵۰ ابتدا $7\times11=77$ خط خواهد خورد $\boxed{77}$

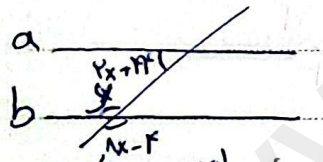
چونکه $11^2<150<13^2$ آخرین اعدادی که خط می خورند مضارب ۱۱ هستند: 11×11 ، 11×13

بنابراین آخرین عددی که خط می خورد $11\times13=143$ خواهد بود. $\boxed{143}$

اعدادی که در مرحله حذف مضارب عدد ۷ خط می خورند عبارتند از: 7×11 , 7×13 , 7×17 , 7×19

که ۴ عدد هستند. $\boxed{4}$

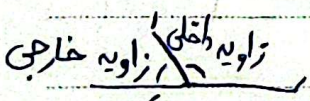
۵- الف) طبق متقابل به رأس می دانیم $y=8x-4$



همچنین اگر $a\parallel b$ ، y و $2x+44$ مکمل یکدیگر خواهند بود پس:

$\Rightarrow y+(2x+44)=(8x-4)+(2x+44)=180^\circ \Rightarrow 10x+40=180 \longrightarrow 10x=140 \Rightarrow \boxed{x=14}$

ب) می دانیم مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی $(n-2)\times180^\circ$ است. همچنین هر n ضلعی، n رأس دارد و مجموع زوایای خارجی و داخلی هر رأس 180° است بنابراین مجموع تمام زوایای داخلی و خارجی n ضلعی $n\times180^\circ$ است



پس: مجموع زوایا داخلی = مجموع زوایا خارجی - مجموع کل زوایا

$\Rightarrow$ مجموع زوایا خارجی $= 2\times180^\circ = \boxed{360^\circ}$

PAPCO

www.kanoon.ir

CamScanner

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

۶ـ الف) $(a+2b)^2-a^2=(a^2+4ab+4b^2)-a^2=4ab+4b^2$

ب) $\frac{14xy^3-7x^2y}{7xy}=\frac{7xy(2y^2-x)}{7xy}=2y^2-x$

ج) $\frac{x+1}{2}-\frac{1}{4}=3 \longrightarrow \frac{2x+2}{4}-\frac{1}{4}=3 \longrightarrow \frac{2x+1}{4}=3 \xrightarrow{\times 4} 2x+1=12$
$\xrightarrow{-1} 12x=11 \xrightarrow{\div 2} x=\frac{11}{2}=5.5$

۷ـ الف) $\vec{n}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=1\vec{i}$ $\quad \vec{m}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=1\vec{i}+1\vec{j}$ $\quad \vec{a}=\begin{bmatrix}-2\\3\end{bmatrix}=-2\vec{i}+3\vec{j}$

$\longrightarrow \vec{m}=x\vec{a}+y\vec{n} \Rightarrow 1\vec{i}+1\vec{j}=-2x\vec{i}+3x\vec{j}+y\vec{i}=(-2x+y)\vec{i}+(3x)\vec{j}$

$\longrightarrow 3x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$ و $-2x+y=1 \longrightarrow -\frac{2}{3}+y=1 \Rightarrow y=\frac{5}{3} \longrightarrow \vec{m}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{5}{3}\vec{n}$

(دانش آموزان توجه کنند که حتی اگر $\vec{n}=\begin{bmatrix}5\\0\end{bmatrix}$ ، $\vec{m}=\begin{bmatrix}5\\5\end{bmatrix}$ ، $\vec{a}=\begin{bmatrix}-10\\15\end{bmatrix}$ در نظر می گرفتند باز هم به جواب $\vec{m}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{5}{3}\vec{n}$ می رسیدند)

۸ـ الف) اگر برداری موازی محور عرض ها باشد، مؤلفهٔ طول آن باید صفر باشد پس:

$n-3=0 \longrightarrow n=3 \Rightarrow \vec{a}=\begin{bmatrix}0\\7\end{bmatrix}$

ب) $\vec{x}+4(3\vec{j}-\vec{i})=2\begin{bmatrix}3\\-5\end{bmatrix}-i \longrightarrow \vec{x}+12\vec{j}-4\vec{i}=6\vec{i}-10\vec{j}-\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{x}+12\vec{j}-4\vec{i}=5\vec{i}-10\vec{j} \xrightarrow{+4\vec{i}} \vec{x}+12\vec{j}=9\vec{i}-10\vec{j} \xrightarrow{-12\vec{j}} \vec{x}=9\vec{i}-22\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{x}=\begin{bmatrix}9\\-22\end{bmatrix}$

۹ـ الف) $\frac{(3^2)^2\times(5^2)^4}{5^{23}\times 9^2}=\frac{3^8\times 5^8}{5^{11}\times 3^4}=3^4$

$(3^5+3^5+3^5)\times 9^9=(3\times 3^5)\times 9^9=3^6\times 3^{18}=3^{24}$

جواب 9^{12} ، 27^6 و ... درست هستند

جواب 9^2 ، 81 نیز درست هستند.

PqPCO

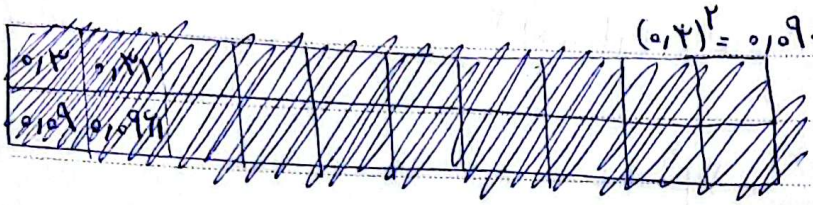
www.karnoon.ir

CamScanner

هوشن رجاییان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

ب) میدانیم $(۰,۴)^۲ = ۰,۱۶ > ۰,۱۵ > ۰,۰۹ = (۰,۳)^۲$



پس با توجه به نزدیکی ۰,۱۵ به ۰,۱۶ داریم:

۰,۱۴	۰,۱۵	۰,۱۶	۰,۱۷	۰,۱۸
۰,۱۹۶	۰,۲۲۵	۰,۲۵۶	۰,۲۸۹	۰,۳۲۴

بنابراین $\sqrt{۰,۱۵} \simeq ۰,۳۹$

ج) طبق فیثاغورس: $x^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ \longrightarrow x = \sqrt{۲}$



مجدد در مثلث بزرگتر داریم: $y^۲ = x^۲ + ۲^۲ = ۲ + ۴ = ۶$

پس $y = \sqrt{۶}$ ، با توجه به شکل:

$B = C - y = ۱ - \sqrt{۶}$

۱۰ـ الف)

حدود دسته	فراوانی	مرکز دسته	فراوانی × مرکز دسته
$۱۵ \le x < ۲۳$	۱۱	۱۹	۲۰۹

میانه: $\frac{۱۵ + ۲۳}{۲} = \frac{\text{ابتدا دسته} + \text{انتها دسته}}{۲} = \text{مرکز دسته}$

حال داریم: فراوانی = ۱۱ $\xrightarrow{\text{مرکز دسته} = ۱۹}$ مرکز دسته × فراوانی = ۲۰۹

ب) اگر کوچکترین داده ۷ باشد طول هر دسته $۱۵ - ۷ = ۸$ خواهد بود و چون ۴ دسته داریم بزرگترین داده $۷ + (۴ \times ۸) = ۳۹$ خواهد بود و دامنه تغییرات برابر $۸ \times ۴ = ۳۲$ است.

فرض می‌کنیم خانواده x نفر و مادربزرگ ۴۰ نفر است میدانیم:

مجموع سن همه $= ۴۰(x+۱) = ۴۰x + ۴۰$

مجموع سن خانواده $= ۳۵x = (۴۰x + ۴۰) - ۶۰ = ۴۰x - ۲۰ \xrightarrow{-۳۵x} ۰ = ۵x - ۲۰ \xrightarrow{+۲۰} ۲۰ = ۵x \xrightarrow{\div ۵} ۴ = x$

پس خانواده ۴ نفره است (به علاوه یک نفر مادر بزرگ)

www.karnoon.ir

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

۱۱- تمام حالات موجود برای سه فرزند، ۸ حالت است که در ۴ حالت آن حداقل ۲ فرزند پسر هستند:

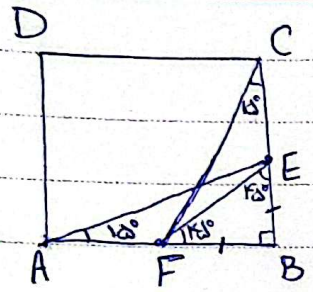
(b = پسر و g = دختر)

b b b g b b b g g
b b g g g b g g g
b g b g b g

احتمال $= \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

۱۲- می دانیم $\overset{\triangle}{ABE} \cong \overset{\triangle}{CBF}$ وض $\Rightarrow$ $AE = CF$، $AB = CB$، $\hat{B} = ۹۰^\circ = B$

در نتیجه: $FB = BE$

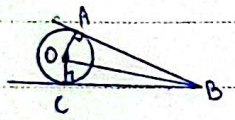


$\longrightarrow B\hat{F}E = B\hat{E}F = ۴۵^\circ$ و $B\hat{C}F = B\hat{A}E = ۱۵^\circ$

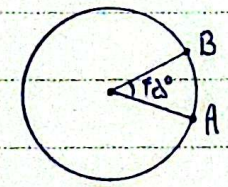
در مثلث $\overset{\triangle}{BFC}$ می دانیم: $\hat{B} + B\hat{C}F + C\hat{F}B = ۱۸۰^\circ$

$C\hat{F}B = C\hat{F}E + E\hat{F}B \Rightarrow ۹۰^\circ + ۱۵^\circ + C\hat{F}E + ۴۵^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \boxed{C\hat{F}E = ۳۰^\circ}$

۱۳- میدانیم $O\hat{A}B = ۹۰^\circ = O\hat{C}B$، $OA =$ شعاع $= OC$، $OB = OB$ $\xrightarrow{\text{وز}}$ $\overset{\triangle}{OAB} \cong \overset{\triangle}{OCB}$

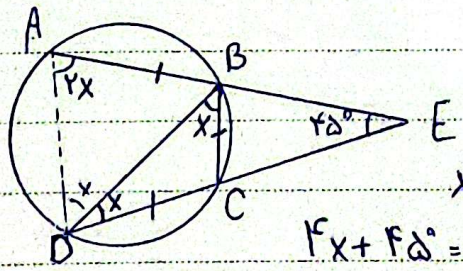


۱۴- محیط دایره: $۲\pi r = ۸\pi\ cm$



$\longrightarrow$ طول کمان AB: $\left(\frac{۴۵}{۳۶۰}\right) \times ۸\pi = \frac{۱}{۸} \times ۸\pi = \pi = \boxed{۳٫۱۴\ cm}$

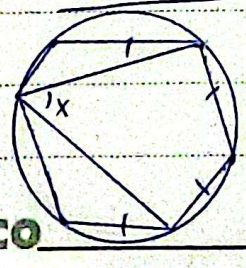
۱۵- $AB = BC = CD$ $BDE = ?$



با توجه به برابر بودن اضلاع، زاویه های محاطی رو به این کمانها نیز برابرند پس: $x = B\hat{D}C = D\hat{B}C = A\hat{D}B = \frac{۱}{۲}DAB$

پس در مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ داریم: $۴x + ۴۵^\circ = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{-۴۵} ۴x = ۱۳۵ \xrightarrow{\div ۴} x = \frac{۱۳۵^\circ}{۴}$

$\boxed{x = ۳۳٫۷۵^\circ}$



با توجه به اینکه ۶ ضلعی منتظم است اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی ۶ ضلعی $\frac{۴ \times ۱۸۰}{۶} = ۱۲۰^\circ$ است، با توجه به اینکه مجموع ۴ کمان برابر ۱۲۰° می شود، مجموع دو کمان $\boxed{۶۰^\circ}$ خواهد بود

PAPCO

CamScanner