بسمه تعالی

سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

آزمون درس ریاضی پایه هشتم

امتحانات نوبت دوم (خرداد ماه ۱۴۰۳)

دبیرستان استعدادهای درخشان علامه جعفری ۲ تبریز (دوره اول)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳

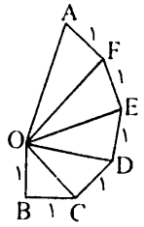
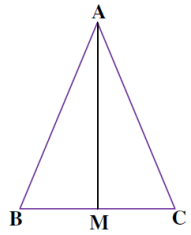
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۴

نام و نام خانوادگی: ..... **نام کلاس: هشتم** ..... **شماره صندلی:** .....

ردیف		بارم
۱	الف) همه اعداد گویا دارای معکوس هستند. صحیح □ غلط □ ب) قطر مستطیل، آن را به دو مثلث هم نهشت تقسیم می‌کند. صحیح □ غلط □ ج) دو عبارت x^2+9 و $(x+3)^2$ باهم برابرند. صحیح □ غلط □ د) هر لوزی نوعی مربع است. صحیح □ غلط □	۱
۲	الف) حاصل هر عدد منفی به توان زوج، عددی ..... است. ب) رابطه فیثاغورس در مثلث هایی برقرار است که دو زاویه تند آن ..... یکدیگر باشند. ج) متوازی الاضلاعی که زاویه هایش مساوی باشد ..... است. د) هرگاه بردار موازی محور ..... باشد طول آن صفر است.	۱
۳	الف) حاصل عبارت $1-2+3-4+...+103=$ کدام گزینه است؟ ۱) ۵۱ □ ۲) ۱۰۳- □ ۳) ۵۱- □ ۴) ۵۲ □ ب) شانزده برابر عدد 8^3 به صورت توان دار برابر است با؟ ۱) 8^5 □ ۲) 16^6 □ ۳) 128^3 □ ۴) 2^{13} □ ج) اگر $\frac{2}{3}\vec{x}=\vec{i}-\vec{j}$ باشد، مختصات بردار $\vec{x}$ کدام است؟ ۱) $\begin{bmatrix}+2\\-3\end{bmatrix}$ □ ۲) $\begin{bmatrix}+3\\-2\end{bmatrix}$ □ ۳) $\begin{bmatrix}+\frac{3}{2}\\-\frac{3}{2}\end{bmatrix}$ □ ۴) $\begin{bmatrix}+\frac{2}{3}\\-\frac{2}{3}\end{bmatrix}$ □ د) تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوب خودش مضربی از کدام عدد است؟ ۱) ۹ □ ۲) ۱۱ □ ۳) ۹۹ □ ۴) ۲ □	۱
۴	حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. $\frac{1}{2\times5}+\frac{1}{5\times8}+\frac{1}{8\times11}+...+\frac{1}{29\times32}=$	۱
۵	با توجه به روش غربال اعداد ۱ تا ۳۵۰ به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) اولین عددی که با مضارب ۷ حذف می‌شود؟ ب) آخرین عددی که حذف می‌شود؟	۱

www-kanoon-ir

۶	الف) عبارت جبری زیر را ساده کنید.	۰/۵
	$(۳x-۲y)^۲+۴y\ (۳x-y)-۹x\ (x-۲y)=$	
	ب) در معادله زیر مقدار x را بدست آورید؟	۰/۵
	$\frac{۱}{x}+\frac{۵}{۲x}+\frac{۷}{۴x}+\frac{۶}{۸x}=\frac{۳}{۲}$	
۷	در یک ۱۲ ضلعی منتظم، مجموع زاویه های داخلی، مجموع زاویه های خارجی و اندازه هر زاویه داخلی و خارجی چند درجه است؟	۱
۸	حاصل جمع زیر را بدست آورید.	۰/۵
	$\frac{۲}{۳}\begin{bmatrix}+۱۲\\-۱۵\end{bmatrix}-۳\begin{bmatrix}+۴\\-۲\end{bmatrix}=$	
	ابتدای برداری $\begin{bmatrix}-۵\\+۴\end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix}+۳\\-۲\end{bmatrix}$ می‌باشد، مختصات بردار را بدست آورید؟	۰/۵
۹	الف) محیط شکل زیر را بدست آورید.	۰/۵
		
	ب) عدد $۳-۵\sqrt{۲}$ را روی محور نشان دهید.	۰/۵
	ج) یک نردبان به طول ۲۵ متر بر دیواری تکیه دارد. فاصله پای نردبان از پای دیوار ۷ متر است. اگر بالای نردبان ۴ متر سر بخورد، پای نردبان چند متر سر می‌خورد؟	۱
	د) مثلث ABC متساوی الساقین و پاره خط AM میانه وارد بر ضلع BC است. چرا دو مثلث ABM و ACM همنهشت هستند؟	۱
		

www-kanoon-ir

بسمه تعالی

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۴

آزمون درس ریاضی پایه هشتم

امتحانات نوبت دوم (خرداد ماه ۱۴۰۳)

سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان — **دبیرستان استعدادهای درخشان علامه جعفری ۲ تبریز (دوره اول)**

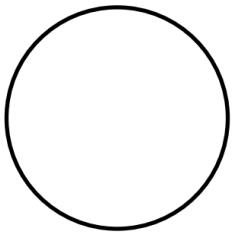
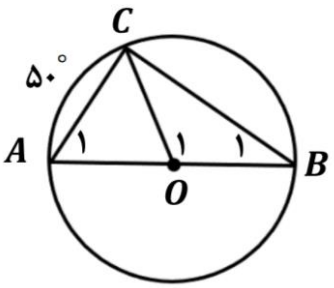
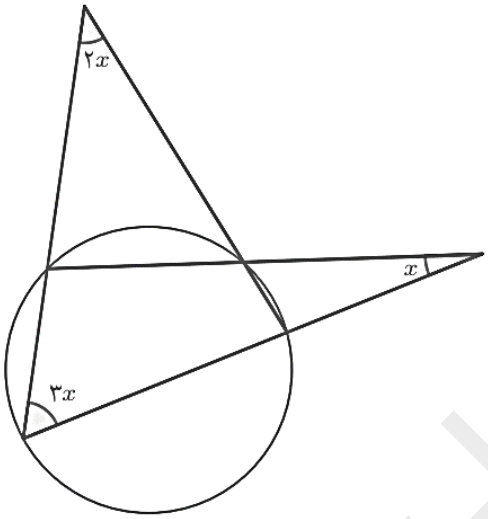
نام و نام خانوادگی: ..... **نام کلاس: هشتم** ..... **شماره صندلی:** .....

ردیف		بارم
۱۰	حاصل عبارات زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.	
	الف) $\frac{۳۸^{۲} \times ۲۶^{۵} \times ۱۱^{۷}}{۱۳^{۱۲} \times ۴۴^{۷} \times ۱۹^{۲}} =$	۰/۵
	ب) $\frac{۲^{۵۰} + ۲^{۵۱} + ... + ۲^{۱۰۰}}{۲^{-۵۰} + ۲^{-۵۱} + ... + ۲^{-۱۰۰}} =$	۰/۵
۱۱	بزرگترین عدد طبیعی n را بیابید به گونه ای که: $n^{۲۰۰} < ۵^{۳۰۰}$	۱
۱۲	حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.	
	$\frac{\sqrt{۷۵} + \sqrt{۲۷} - \sqrt{۱۲}}{\sqrt{۴۸}} =$	۰/۵
	$\sqrt{۸\sqrt{۱۶} + ۵\sqrt{۱۶}} + ۱۶ =$	۰/۵
۱۳	اگر میانگین داده های $X_۱$ ، $X_۲$ ، ... و $X_{۲۰}$ برابر با ۲۵ باشد میانگین داده های زیر را بدست آورید؟ $\frac{۱}{۵}x_۱ - ۱$ و $\frac{۱}{۵}x_۲ - ۲$ و ... و $\frac{۱}{۵}x_{۲۰} - ۲۰$	۰/۷۵
۱۴	در پرتاب دو تاس شش وجهی مطلوبست احتمال اینکه: الف) مجموع دو تاس کوچکتر از ۱۰ باشد. ب) حداقل یکی از تاس ها عدد اول باشد.	۱
۱۵	جدول زیر را کامل کرده و میانگین تقریبی را بدست آورید.	۱/۲۵

= میانگین تقریبی

مرکز دسته × فراوانی	فراوانی	حدود دسته
۲۵		$۲ \leq X < ۸$
	۷	
	۱۲	مجموع

www-kanoon-ir

۱۶	در شکل داده شده با ذکر راه حل، مرکز دایره را مشخص کنید. 	۱
۱۷	در شکل زیر AB قطر دایره است. با توجه به شکل زاویه های خواسته شده را بدست آورید.  $\hat{A}_1 = ...$ $\hat{O}_1 = ...$ $\hat{B}_1 = ...$ $A\hat{C}B = ...$	۱
۱۸	در شکل داده شده مقدار x را بدست آورید.  	۱

موفق و عاقبت به خیر باشید – آبشار

www-kanoon.ir

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject: ریاضی هشتم - خرداد ۱۴۰۳ - علامه حصفری تبریز
Date

۱- الف) نادرست (صفر گویا است) ب) درست ج) نادرست د) نادرست

۲- الف) مثبت ب) منتم ج) مستطیل د) عرضها

۳- الف) گزینه ۴
$1-2+3-4+\cdots-102+103 = 1\times 51 + 1 = 52$

ب) گزینه ۴
$8^3\times 16 = 2^9\times 2^4 = 2^{13}$

ج) گزینه ۳
$\frac{2}{3}\vec{x} - \vec{i} - \vec{j} = \begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \frac{3}{2}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{3}{2}\\-\frac{3}{2}\end{bmatrix}$

د) گزینه ۱
$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10a - b = 9(a-b)$

۴- $\frac{1}{2\times 5} + \frac{1}{5\times 8} + \cdots + \frac{1}{29\times 32} = \frac{1}{3}\left(\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right] + \left[\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right] + \cdots + \left[\frac{1}{29}-\frac{1}{32}\right]\right) = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{32}\right]$
$= \frac{1}{3}\left[\frac{15}{32}\right] = \frac{5}{32}$

۵- الف) می دانیم اولین عددی که در مضارب یک عدد اول حذف می شوند، آن عدد بتوان دو است پس $7^2 = 49$ اولین عددی است که حذف می شود.

ب) آخرین عددی که مضارب آن خط می خورند بزرگترین عدد اول کوچکتر از $\sqrt{350} \approx 18$ است بنابراین مضارب ۱۷ که ۶ خط خواهند خورد برابر: 17×19 و 17×17 هستند پس آخرین عددی که خط می خورد $17\times 19 = 323$ خواهد بود.

۶- الف) $(3x-2y)^2 + 4y(3x-y) - 9x(x-2y) = (9x^2 - 12xy + 4y^2) + (12xy - 4y^2) + (-9x^2 + 18xy)$
$= 18xy$

ب) $\frac{1}{x} + \frac{5}{2x} + \frac{7}{4x} + \frac{6}{8x} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 8x} 8 + 20 + 14 + 6 = 12x$
$\longrightarrow 12x = 48 \Rightarrow x = 4$

۷- مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی برابر $(n-2)\times 180^\circ$ است و مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب 360° است پس برای ۱۲ ضلعی منتظم داریم:
مجموع زوایای داخلی $= 10\times 180 = 1800^\circ$ ⟵ هر زاویه داخلی $= \frac{1800}{12} = 150^\circ$
مجموع زوایای خارجی $= 360^\circ$ ⟵ هر زاویه خارجی $= \frac{360}{12} = 30^\circ$ یا $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

www.kanoon.ir
PaPCO
CamScanner

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

۸- $\frac{2}{3}\begin{bmatrix}+12\\-15\end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix}+4\\-2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8\\-10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}12\\-6\end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix}-4\\-4\end{bmatrix}}$

بردار = انتها - ابتدا $\longrightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix}+3\\-2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-5\\+4\end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix}8\\-6\end{bmatrix}}$

۹- الف) طبق فیثاغورس میدانیم:

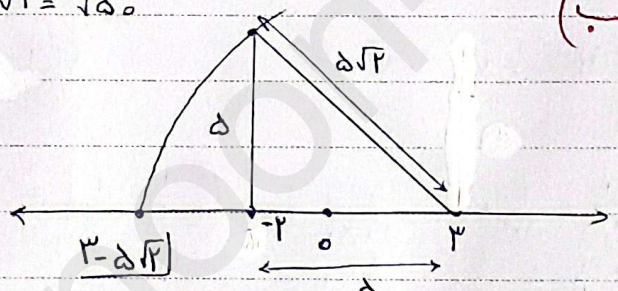
$OC^2 = BC^2 + OB^2 \Rightarrow OC^2 = 1+1 = 2 \longrightarrow OC = \sqrt{2}$

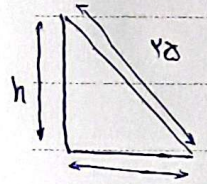
$OD^2 = OC^2 + CD^2 \Rightarrow OD^2 = 2+1 = 3 \Rightarrow OD = \sqrt{3}$ $\quad OE^2 = OD^2 + ED^2 = 3+1 = 4 \Rightarrow OE = 2$

$OF^2 = OE^2 + EF^2 \Rightarrow OF^2 = 4+1 = 5 \Rightarrow OF = \sqrt{5}$ $\quad OA^2 = OF^2 + AF^2 = 5+1 = 6 \Rightarrow OA = \sqrt{6}$

محیط = $\boxed{6+\sqrt{6}} = OA + AF + FE + ED + DC + CB + BO$

ب) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$





ج) طبق فیثاغورس می دانیم: $h^2 + 7^2 = 25^2 \Rightarrow h^2 = 625 - 49 = 576 = (24)^2$

$\Rightarrow h = 24m \xrightarrow{\text{بعد از سرخوردن}} h = 20m \longrightarrow 20^2 + x^2 = 25^2 \Rightarrow x^2 = 625 - 400 = 225 = (15)^2$

$\rightarrow x = 15m \Rightarrow 15 - 7 = 8m$

نردبان ۸m روی زمین سر می خورد.

د) با توجه به اطلاعات سؤال می دانیم: $AB = AC$ و $BM = MC$ پس: $\left.\begin{matrix}AM = AM\\AB = AC\\BM = MC\end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ACM \cong \triangle ABM$

۱۰- الف) هر جواب درست دیگری نیز مورد قبول است.

$\frac{38^2 \times 26^5 \times 11^7}{13^{12} \times 44^7 \times 19^2} = \frac{19^2 \times 2^2 \times 2^5 \times 13^5 \times 11^7}{13^{12} \times 2^{14} \times 11^7 \times 19^2} = \frac{1}{13^7 \times 2^7} = \boxed{\left(\frac{1}{26}\right)^7}$

ب) $\frac{2^{50} + 2^{51} + \dots + 2^{100}}{2^{-50} + 2^{-51} + \dots + 2^{-100}} = \frac{2^{50}(1 + 2^1 + \dots + 2^{50})}{2^{-100}(1 + 2^1 + \dots + 2^{50})} = \frac{2^{50}}{2^{-100}} = \boxed{2^{150}}$

۱۱- $n^{200} < 5^{300} \longrightarrow (n^2)^{100} < (5^3)^{100} \Rightarrow n^2 < 5^3 \Rightarrow n^2 < 125 \Rightarrow n < \underbrace{\sqrt{125}}_{\simeq 11.18}$

$\longrightarrow \boxed{n = 11}$

۱۲- $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{12}}{\sqrt{48}} = \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{6}{4} = \boxed{\frac{3}{2}}$

$\sqrt{8\sqrt{16 + 5\sqrt{16}} + 16} = \sqrt{8\sqrt{16+20} + 16} = \sqrt{8 \times 6 + 16} = \sqrt{48 + 16} = \sqrt{64} = \boxed{8}$

PAPCO
www.kanoon.ir
CamScanner

هومن رجائیان
۰۲۵۰۴۷۲۸۲۱

Subject:
Date

۱۳- میانگین ۲۰ داده برابر ۲۵ است بنابراین: $x_1+x_2+\dots+x_{20}=20\times 25=500$

مجموع داده‌های جدید $=\frac{1}{5}(x_1+x_2+\dots+x_{20})-20=\frac{1}{5}\times 500-20=100-20=80$

← میانگین جدید $=\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}=\frac{80}{20}=4$

۱۴- الف) در پرتاب دو تاس کل حالات: $6\times 6=36$

حالات نامطلوب ۲ تاس: $(4,6)(6,4)(5,5)(5,6)(6,5)(6,6)$

← احتمال $=\frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$ (حالات مطلوب = کل حالات − حالات نامطلوب)

ب) مجدداً کل حالات ۳۶ حالت است. حالاتی که هیچ کدام از ۲ تاس اوّل نباشند: $3\times 3=9$

(هر تاس می‌تواند ۶ و ۴ و ۱ بیاید) حالت. پس: حالات مطلوب $=36-9=27$

احتمال $=\frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$

۱۵- می‌دانیم: مرکز دسته $=\frac{\text{حد بالا}+\text{حد پایین}}{2}$

حدود دسته	فراوانی	مرکز دسته × فراوانی
$2\le x<8$	۵	۲۵
$8\le x<14$	۷	۷۷
مجموع	۱۲	۱۰۲

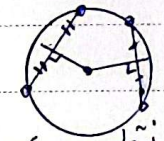
← مرکز دسته بالایی $=\frac{2+8}{2}=5$

← ۵ = فراوانی ⇐ ۲۵ = فراوانی × ۵ (یا $12-7=5$)

طول هر دسته: ۶ پس دسته دوّم: $8\le x<14$

← مرکز دسته $=\frac{8+14}{2}=11$ ⇐ فراوانی × مرکز دسته $=77=11\times 7$ ← $77+25=102$

میانگین $=\frac{\text{مجموع مرکز دسته × فراوانی}}{\text{مجموع فراوانی}}=\frac{102}{12}=\frac{17}{2}=8.5$



۱۶- برای یافتن مرکز دایره دو وتر دلخواه (غیرموازی) از دایره را می‌گیریم و عمودمنصف‌های این وترها را رسم می‌کنیم، محل تقاطع این دو عمودمنصف مرکز دایره است زیرا: فاصلهٔ هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط، از دو سر پاره خط یکسان است پس فاصلهٔ نقطهٔ مشخص شده از ۴ نقطهٔ روی دایره به یک اندازه است پس مرکز دایره است

۱۷- می‌دانیم هر زاویهٔ مرکزی برابر کمان رو به آن زاویه و هر زاویهٔ محاطی نصف کمان رو به آن است پس:

$A\hat{O}C=50^\circ \longrightarrow C\hat{O}B=180^\circ-A\hat{O}C=130^\circ \Rightarrow \hat{O}_1=130^\circ$

$\hat{A}_1=\frac{\overset{\frown}{CB}}{2}=\frac{C\hat{O}B}{2}=65^\circ$ $\quad \hat{B}_1=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}=\frac{50}{2}=25^\circ$ $\quad A\hat{C}B=90^\circ$

هر زاویه رو به قطر دایره 90° است.

PAPCO
www.kanoon.ir
CamScanner

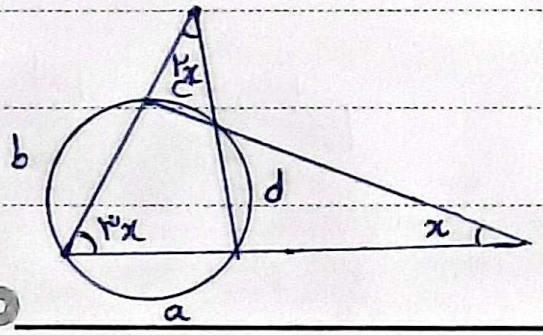
۱۸- می‌دانیم:

$$۳x = \frac{c+d}{۲}\ ,\ ۲x = \frac{a-c}{۲}\ ,\ x = \frac{b-d}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} ۳x+۲x+x = \frac{c+d}{۲} + \frac{a-c}{۲} + \frac{b-d}{۲} \Rightarrow ۶x = \frac{a+b}{۲}$$

$$۶x+۳x = ۹x = ۱۸۰ \Rightarrow \underline{x = ۲۰^\circ}$$

پس $\frac{a+b+c+d}{۲} = ۱۸۰^\circ$ و:



PAPCO

CamScanner